

УДК 681.3.06

Б. С. Долговесов, Б. С. Мазурок, Ю. В. Маслобоев, А. Ф. Рожков

(Новосибирск)

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ  
В СЕМЕЙСТВЕ «АЛЬБАТРОС»

Описываются основные принципы геометрических преобразований в семействе компьютерных систем визуализации «Альбатрос». Анализируются отличия процедур преобразования в систему координат наблюдателя, клипирования и проецирования от традиционно используемых. Показывается влияние способа представления граней и алгоритма растрирования в видеопроцессоре системы на геометрические преобразования. Особое внимание уделено операции, не имеющей аналога в традиционной схеме геометрических преобразований, — генерации габаритных ребер.

**Введение.** Под геометрическими преобразованиями в компьютерных системах визуализации традиционно понимают обработку данных, описывающих 3-мерную сцену, формирование экранного описания части сцены, лежащей в пирамиде видимости, и передачу его в видеопроцессор (ВП) системы. Новая концепция видеопреобразования в системе «Альбатрос» потребовала разработки и новой, отличной от традиционной концепции геометрических преобразований, что привело к ряду существенных упрощений основных операций. Изменению подверглись, во-первых, представление и преобразование параметров, задающих интерполяцию яркости для закраски по методу Гуро, а также параметров, описывающих текстурную систему координат. Во-вторых, изменилась процедура клипирования и проецирования граней на плоскость экрана. В отличие от традиционной она не требует точного отсечения геометрических примитивов — выпуклых многоугольников в пространстве (называемых также гранями) — плоскостями пирамиды видимости. Кроме того, в системе «Альбатрос» к геометрическим преобразованиям добавилась функция, не характерная для традиционной схемы: генерация дополнительных «габаритных» ребер, необходимых для устранения нежелательных эффектов на острых углах граней, возникающих вследствие нетрадиционного способа описания граней в видеопроцессоре. В статье описываются основные принципы геометрических преобразований в системе «Альбатрос» и их связь с концепцией видеопреобразования. Приводятся формулы основных операций преобразований, демонстрирующие необходимый объем вычислений.

**Интерполяция яркости и текстурные координаты.** Интерполяция яркости (интенсивности) в системе «Альбатрос» основана на использовании линейных и дробно-линейных функций для задания распределения интенсивности по поверхности грани: линейных — в трехмерном мировом пространстве и дробно-линейных — в двумерном экранном пространстве. В традиционной машинной графике исходными данными для интерполяции были значения интенсивностей или нормалей (для подвижных объектов), заданные в вершинах граней [1]. Функция геометрических преобразований для интерполяции интенсивности состояла для неподвижных объектов в клипировании значений интенсивности в гранях, пересекающих пирамиду видимости. Для подвижных объектов в геометрические преобразования входило также вычисление интен-

сивности по углам между нормальными в вершинах грани и направлением на источник света.

В системе «Альбатрос» функция геометрических преобразований в отношении интерполяции интенсивности иная. Вкратце использующийся метод состоит в следующем. На этапе подготовки базы данных, в нереальном времени, по значениям интенсивности (или нормальям для подвижных объектов) в вершинах грани вычисляются коэффициенты линейных функций интенсивности или нормалей от 3-мерных координат путем решения соответствующих систем линейных уравнений. Наборы коэффициентов являются составной частью описания граней в базе данных геометрического процессора (ГП) [2].

В реальном времени в ГП наборы коэффициентов уравнений модифицируются в соответствии с преобразованием координат в систему наблюдателя. Затем используется уравнение плоскости грани и вычисляются коэффициенты дробно-линейных функций, описывающих распределение интенсивности для спроецированной на плоскость экрана грани.

Коэффициенты дробно-линейных функций передаются в ВП, где по ним вычисляются значения функций в зависимости от координат каждого видимого пиксела, занятого гранью.

В случае подвижных объектов в ГП для каждой грани задана интерполяционная матрица, включающая набор коэффициентов для интерполяции вектора нормали к аппроксимируемой поверхности. Произведение интерполяционной матрицы на вектор источника света дает набор коэффициентов для интерполяции интенсивности в соответствии с законом рассеянного света. Рассмотрим подробнее математические аспекты интерполяции.

*Преобразование в систему координат наблюдателя.* Пусть распределение интенсивности  $I(XYZ)$  на грани в объектном (или мировом) пространстве описывается линейной функцией

$$I(X, Y, Z) = A_{об}X + B_{об}Y + C_{об}Z + D_{об} = (M_{об} * R) + D_{об}. \quad (1)$$

Функция  $I(X, Y, Z)$  подбирается таким образом, чтобы в вершинах грани она имела заданные значения. Так как функция задается на всем пространстве, а не только на поверхности грани, ее можно рассматривать как скалярное поле с постоянным градиентом  $M$ . Таким образом, четверка коэффициентов  $(A_{об}, B_{об}, C_{об}, D_{об})$  или  $(M_{об}, D_{об})$  задает линейное распределение интенсивности вдоль грани в 3-мерной системе координат объекта.

При переходе к системе координат наблюдателя координаты подвергаются линейному преобразованию и смещению:

$$R_n = \hat{T} * (R + R_{см}), \quad (2)$$

где  $R_n = \{X_n, Y_n, Z_n\}$  — координаты в системе наблюдателя;  $\hat{T}$  — матрица преобразования, включающая поворот и, возможно, масштабные преобразования;  $R_{см}$  — вектор от начала координат объектной системы к наблюдателю. Вычисляя координаты  $R$  из формулы (2) и подставляя в формулу (1), получаем функцию интенсивности от координат наблюдателя:

$$I = \{M_{об} * ((\hat{T}^{-1} * R_n) - R_{см})\} + D_{об} = ((\hat{T}_k * M_{об}) * R_n) + D_{об} - (M_{об} * R_{см}),$$

где  $T_k = |\hat{T}^{-1}|^T$  — обратная матрица и транспонированная к матрице  $\hat{T}$ ; здесь использовано тождество  $M * (\hat{T} * R) = (\hat{T}^T * M) * R$ .

Следовательно, четверка коэффициентов преобразуется следующим образом:

$$M_n = \hat{T}_k * M_{об}, \quad D_n = D_{об} - (M_{об} * R_{см}). \quad (3)$$

Заметим, что первые три коэффициента преобразуются матрицей, обратной (и транспонированной) к матрице преобразования координат и поэтому в случае ортогональной матрицы (чистое вращение) тождественной исходной.

*Перспективное преобразование и интерполяция в экранных координатах.* Перспективная проекция на плоскость экрана  $Z = 1$  точки  $\{X_n, Y_n, Z_n\}$  имеет экранные координаты:

$$X_s = X_n/Z_n; \quad Y_s = Y_n/Z_n. \quad (4)$$

Отсюда выражение интенсивности через экранные координаты

$$\begin{aligned} I &= (\mathbf{M}_n * \mathbf{R}_n) + D_n = A_n X_n + B_n Y_n + C_n Z_n + D_n = \\ &= (A_n X_s + B_n Y_s + C_n) Z_n + D_n. \end{aligned} \quad (5)$$

Для определения  $Z_n$  рассмотрим уравнение плоскости грани в объектной системе координат

$$N_x X + N_y Y + N_z Z = d$$

или в векторном виде:  $(\mathbf{N} * \mathbf{R}) = d$ , где  $\mathbf{N} = \{N_x, N_y, N_z\}$  — нормаль к плоскости грани,  $d$  — «расстояние» от начала координат до плоскости.

При преобразовании координат (2) коэффициенты уравнения плоскости  $(\mathbf{N}, d)$  преобразуются по формулам, аналогичным (3):

$$\mathbf{N}_n = \hat{T}_k * \mathbf{N}, \quad d_n = d + (\mathbf{N} * \mathbf{R}_{cm}).$$

Перепишем уравнение плоскости грани в системе координат наблюдателя в виде

$$(\mathbf{N}_n * \mathbf{R}_n) = N_{nx} X_n + N_{ny} Y_n + N_{nz} Z_n = d_n$$

и подставим выражение для экранных координат (4):

$$N_{nx} X_s Z_n + N_{ny} Y_s Z_n + N_{nz} Z_n = d_n,$$

отсюда

$$1/Z_n = A_z X_s + B_z Y_s + C_z, \quad (6)$$

где  $A_z = N_{nx}/d_n$ ;  $B_z = N_{ny}/d_n$ ;  $C_z = N_{nz}/d_n$ .

Окончательное выражение для интенсивности через экранные координаты получаем, подставляя (6) в (5):

$$I = \frac{A_n X_s + B_n Y_s + C_n}{A_z X_s + B_z Y_s + C_z} + D_n = \frac{A_i X_s + B_i Y_s + C_i}{A_z X_s + B_z Y_s + C_z}, \quad (7)$$

где  $A_i = A_n + D_n A_z$ ,  $B_i = B_n + D_n B_z$ ,  $C_i = C_n + D_n C_z$ .

Коэффициенты дробно-линейных выражений передаются в ВП, где согласно формуле (7) вычисляется интенсивность для каждого видимого пиксела грани.

Таким образом, точное значение интенсивности в экранных координатах описывается дробно-линейной функцией, а не линейной, как это принято в традиционном методе «закраски по Гуро», что позволяет избежать ряда дефектов изображения. Отметим, что коэффициенты  $A_z, B_z, C_z$  используются также в ВП в вычислениях при генерации эффектов тумана и дымки.

*Интерполяция подвижных объектов.* В случае подвижных объектов набор коэффициентов задает для каждой грани, аппроксимирующей поверхность  $S$ , распределение вектора нормали к поверхности:

$$\mathbf{N}_i = A_i X + B_i Y + C_i Z + D_i.$$

Векторная функция  $N_i(R)$  подбирается таким образом, чтобы в вершинах грани ее значения совпадали с единичными нормальными к аппроксимируемой поверхности. Матрица из коэффициентов  $3 \times 4$

$$\hat{P} = \begin{vmatrix} A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \\ C_x & C_y & C_z \\ D_x & D_y & D_z \end{vmatrix}$$

называется интерполяционной матрицей. При преобразовании координат в систему наблюдателя столбцы матрицы (коэффициенты для компонент нормали) преобразуются по формулам (3).

Пусть источник света имеет направление, заданное вектором  $L$ ; тогда, согласно закону рассеивания света, на участке поверхности с нормалью  $N$ , интенсивность вычисляется по формуле

$$I = I_0 + (L * N) = (A_x * L)X + (B_x * L)Y + (C_x * L)Z + I_0 + (D_x * L).$$

Покомпонентно переход от интерполяционной матрицы к коэффициентам для интерполяции интенсивности записывается в виде

$$\begin{aligned} A &= A_x L_x + A_y L_y + A_z L_z, \\ B &= B_x L_x + B_y L_y + B_z L_z, \\ C &= C_x L_x + C_y L_y + C_z L_z, \\ D &= D_x L_x + D_y L_y + D_z L_z + I_0. \end{aligned} \quad (8)$$

Переход от интерполяционной матрицы, задаваемой для подвижных объектов в базе данных, к коэффициентам интерполяции интенсивности может осуществляться как до, так и после преобразования в систему координат наблюдателя.

*Вычисление коэффициентов при формировании базы данных.* Коэффициенты для интерполяции интенсивности могут быть вычислены по значениям интенсивности в трех вершинах грани следующим образом. Пусть в вершинах с координатами  $R_1, R_2, R_3$  заданы интенсивности  $I_1, I_2, I_3$ . Для вектора коэффициентов  $(M, D)$  имеем систему уравнений согласно (1):

$$\left. \begin{aligned} (M * R_1) + D &= I_1, \\ (M * R_2) + D &= I_2, \\ (M * R_3) + D &= I_3. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Данная линейная система с тремя уравнениями и четырьмя неизвестными не имеет однозначного решения. Для того чтобы система (9) имела единственное решение, необходимо наложить на коэффициенты дополнительное условие. Такое условие может быть наложено различными способами. Можно, например, потребовать, чтобы градиент скалярного поля был ортогонален нормали грани:

$$(M * N) = 0. \quad (10)$$

Приведенное условие обладает максимальной устойчивостью к погрешностям задания и вычисления коэффициентов. Действительно, из всех решений системы (9) наибольшее расстояние между плоскостями с одинаковым уровнем интенсивности скалярного поля  $I$  имеет решение с градиентом  $M$ , направленным вдоль плоскости грани. В противном случае, когда направление градиента совпадает с нормалью грани, система (9) вообще не имеет решения.

Покомпонентно полная система уравнений (9) и (10) записывается следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} X_1A + Y_1B + Z_1C + D &= I_1, \\ X_2A + Y_2B + Z_2C + D &= I_2, \\ X_3A + Y_3B + Z_3C + D &= I_3, \\ N_xA + N_yB + N_zC &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Система (11) обладает тем свойством, что ее определитель не равен нулю, если  $R_1, R_2, R_3$  не лежат на одной прямой. В самом деле,

$$\begin{vmatrix} X_1 & Y_1 & Z_1 & 1 \\ X_2 & Y_2 & Z_2 & 1 \\ X_3 & Y_3 & Z_3 & 1 \\ N_x & N_y & N_z & 0 \end{vmatrix} = (k * N),$$

где  $k$  — вектор, направленный по нормали:

$$k = [R_2 \times R_3] - [R_1 \times R_3] + [R_1 \times R_2] = [(R_2 - R_1) \times (R_3 - R_2)],$$

[ $\times$ ] означает векторное произведение.

При вычислении интерполяционной матрицы для подвижных объектов также вводится дополнительное условие, аналогичное (10). Это условие состоит в том, чтобы три вектора с компонентами  $(A_{xx}, B_{xx}, C_{xx}), (A_{yy}, B_{yy}, C_{yy}), (A_{zz}, B_{zz}, C_{zz})$  были перпендикулярны нормали:

$$\begin{aligned} N_xA_{xx} + N_yB_{xx} + N_zC_{xx} &= 0, \\ N_xA_{yy} + N_yB_{yy} + N_zC_{yy} &= 0, \\ N_xA_{zz} + N_yB_{zz} + N_zC_{zz} &= 0. \end{aligned}$$

Если интерполяционная матрица удовлетворяет этим условиям, то при переходе к коэффициентам для интенсивности по формуле (8) последние автоматически удовлетворяют условию (10). Это следует из того, что вектор  $M$  есть линейная комбинация трех векторов, лежащих в одной плоскости, и потому сам вектор  $M$  лежит в этой же плоскости (т. е. в плоскости грани).

*Задание текстурной системы координат.* Тектурная система координат на грани в системе «Альбатрос» вычисляется аналогично интерполяции яркости и тоже задается коэффициентами линейных функций. Для текстурной грани пара линейных функций описывает распределение текстурных координат  $(u, v)$  на грани:

$$u = A_uX + B_uY + C_uZ + D_u, \quad v = A_vX + B_vY + C_vZ + D_v.$$

Оси текстурной системы координат — это пересечения плоскостей

$$A_uX + B_uY + C_uZ + D_u = 0, \quad A_vX + B_vY + C_vZ + D_v = 0 \quad (12)$$

с плоскостью грани. Размер одного периода текстуры в координатах  $(u, v)$  принимается равным 1.

Преобразования в систему координат наблюдателя текстурных коэффициентов и затем в экранные координаты почти идентичны преобразованиям для интерполяции. Отличие заключается в переносе текстурной системы координат в плоскости грани на целое число периодов текстуры таким образом, чтобы начало текстурной системы координат располагалось вблизи наблюдателя. Это позволяет сохранить необходимую точность вычислений текстурных координат в ВП при удалении наблюдателя от начала текстурной системы координат грани. Перенос сводится к отбрасыванию целой части коэффициентов  $D_u, D_v$ , преобразованных в систему координат наблюдателя, поскольку эти коэффициенты показывают близость наблюдателя к осевым плоскостям (12) (см. также [3]).



Рассмотрим плоскость, проходящую через начало координат  $O$  («наблюдателя») и точки  $R_1$  и  $R_2$ . Нормаль к плоскости  $(O, R_1, R_2)$  есть векторное произведение:

$$\begin{aligned} n = [R_1 \times R_2] &= \begin{vmatrix} i & j & k \\ X_1 & Y_1 & Z_1 \\ X_2 & Y_2 & Z_2 \end{vmatrix} = \\ &= (Y_1 Z_2 - Z_1 Y_2)i + (Z_1 X_2 - X_1 Z_2)j + (X_1 Y_2 - Y_1 X_2)k. \end{aligned}$$

Обозначим компоненты  $n$  через  $A, B$  и  $C$ . Уравнение плоскости  $(O, R_1, R_2)$  может быть записано в виде

$$AX + BY + CZ = 0. \quad (16)$$

Пересечение этой плоскости с плоскостью экрана  $Z = 1$  образует прямую, проходящую через проекцию ребра на экранную плоскость. Для того чтобы найти уравнение этой прямой в экранной системе координат, разделим уравнение (5) на  $Z$ . Учитывая, что  $x = X/Z, y = Y/Z$  (перспективное преобразование координат), получаем уравнение ребра:

$$Ax + By + C = 0. \quad (17)$$

Коэффициенты уравнения однозначно определяют нужную полуплоскость от ребра вследствие выбранного направления обхода вершин грани. Так, например, если обход осуществляется от вершины  $R_2$  к  $R_1$ , то знаки коэффициентов  $A, B$  и  $C$  поменяются на противоположные согласно свойству антикоммутативности векторного произведения:

$$[R_2 \times R_1] = -[R_1 \times R_2].$$

*Клипирование многоугольников, заданных наборами полуплоскостей.* Для видеопроцессора, который оперирует гранью как набором полуплоскостей и отображает ее согласно системе (15), клипирование как точное отсечение плоскостями пирамиды видимости становится излишним. Многоугольники и их части, не попавшие на экран, автоматически отбраковываются в видеопроцессоре, так как не имеют с экраном общих точек. Для уменьшения количества ребер, поступающих в видеопроцессор, и ограничения разрядности экранного представления ребер в нем необходима тем не менее предварительная отбраковка ребер и многоугольников.

Условие пересечения (или непересечения) прямой  $Ax + By + C = 0$  квадратного экрана, заданного в экранной системе вершинами с координатами

$$(1, 1); (-1, 1); (-1, -1); (1, -1),$$

формулируется следующим образом [5]: прямая не пересекает экран, если

$$|A| + |B| < |C|. \quad (18)$$

Отметим, что приведение прямоугольного экрана к квадратному и единичному осуществляется масштабированием матрицы преобразования координат в систему наблюдателя.

Пусть для ребра выполнено условие (18), т. е. прямая, проходящая через ребро, не пересекает экран. Если многоугольник лежит с той же стороны от прямой, что и квадрат экрана, то отбраковке подлежит только это одно ребро. Напротив, если многоугольник и экран лежат в разных полуплоскостях от прямой ребра, то отбрасывается весь многоугольник. Признаком, различающим эти два случая, является знак коэффициента  $C$ . Действительно, из условия (7) следует, что в области экрана знак функции  $f(x, y) = Ax + By + C$  не меняется и может быть взят в любой точке экрана, например в центре, где  $f(0, 0) = C$ .

Таким образом, алгоритм отбраковки ребер и многоугольников сводится к проверке двух условий (рис. 1).

*Особые случаи клипирования многоугольников.* Рассмотрим работу алгоритма отбраковки, когда грань или ее часть расположена позади наблюдателя ( $Z < 0$ ). Покажем, что работа алгоритма отбраковки во всех случаях не приведет к коллизиям изображения. Действительно, все случаи расположения грани можно разбить на два класса: а) многоугольник целиком находится в области  $Z < 0$ ; б) многоугольник частично находится также в области  $Z > 0$ .

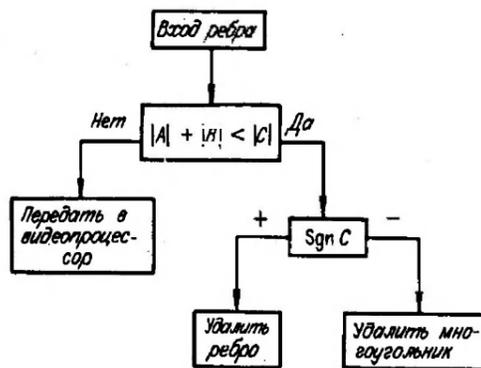


Рис. 1

В случае «а» все  $Z$ -координаты вершин отрицательны. Поэтому центральная проекция многоугольника на плоскость  $Z = 1$  будет иметь обратный порядок обхода вершин (по часовой стрелке). В результате пересечение полуплоскостей, согласно системе (15), дает пустое множество и видеопроцессор не отобразит грань независимо от предварительной отбраковки согласно алгоритму на рис. 1.

В случае «б» проекции групп вершин с координатами  $Z > 0$  и  $Z < 0$  имеют противоположные направления обхода. Очевидно, что все ребра, обе вершины которых имеют  $Z < 0$ , могут быть сразу отброшены. Рассмотрим два ребра грани, пересекающие плоскость  $Z = 0$  в точках  $A_1, A_2$ . Изображения точек  $A_1, A_2$  на плоскости экрана удалены на бесконечность. Пара плоскостей, проходящих через эти ребра и начало координат, сечет плоскость экрана по двум пересекающимся прямым. Причем в одном угловом секторе расположены проекции вершин с  $Z > 0$ , а в противоположном секторе — с  $Z < 0$ . Простое рассуждение показывает, что пересечение полуплоскостей, построенных на ребрах с  $Z < 0$ , включает сектор с вершинами  $Z > 0$ . Это обстоятельство и гарантирует, что часть грани с  $Z < 0$  не «испортит» изображения грани в пирамиде  $Z > 0$  внутри пирамиды видимости.

*Описание ребра в видеопроцессоре.* Если ребро многоугольника пересекает пирамиду видимости, то для передачи в ВП его необходимо представить в формате, используемом при обработке в ВП.

В ВП ребра задаются пересечениями прямых, проходящими через ребра, с границами (или их продолжениями) экрана и помечаются признаками левое/правое и вертикальное/горизонтальное.

Пусть ребро  $Ax + By + C = 0$  пересекает пирамиду видимости. Тогда ребро называется:

- 1) вертикальное, если  $|A| > |B|$ : признак  $U = 1$ ;
- 2) горизонтальное, если  $|A| < |B|$ : признак  $U = 0$ .

Таким образом, признак  $U$  (вертикальное/горизонтальное) разделяет ребра по наклону к оси  $X$ : больше  $45^\circ$  —  $U = 1$ ; меньше  $45^\circ$  —  $U = 0$ .

Для вертикальных ребер вычисляются пересечения с горизонтальными прямыми  $y = -1$  и  $y = 1$ , проходящими через стороны квадрата экрана. Подставляя в уравнение ребра значения  $Y$ , получаем верхнее и нижнее значения  $X$ -координат пересечений:

$$X_1 = \frac{B - C}{A}; \quad X_2 = \frac{-B - C}{A}.$$

Соответственно для горизонтальных ребер вычисляются пересечения с вертикальными прямыми  $X = -1$  и  $X = 1$ . Левое и правое значения  $Y$ -координат пересечений примут вид:

$$Y_1 = \frac{A-C}{B}; \quad Y_2 = \frac{-A-C}{B}.$$

В описание ребра необходимо также включить признак, указывающий на то, с какой стороны расположено ребро относительно многоугольника, — признак  $R$  (левое/правое):

$$R = \begin{cases} 0, & \text{если левое ребро,} \\ 1, & \text{если правое ребро.} \end{cases}$$

Для определения этого признака анализируются знаки коэффициентов  $A$  и  $B$ . Очевидно, для вертикальных ребер признак  $R$  определяется знаком  $A$ , а для горизонтальных — знаком  $B$ . Введем функцию:

$$\text{Sgn}X = \begin{cases} 0, & \text{если знак } X \text{ положительный,} \\ 1, & \text{если знак } X \text{ отрицательный.} \end{cases}$$

Тогда признак левое/правое определится по формуле

$$R = \begin{cases} \text{Sgn}A, & \text{если } U = 1, \\ \text{Sgn}B, & \text{если } U = 0. \end{cases}$$

Таким образом, формат ребра для передачи в видеопроцессор состоит из двух признаков и двух чисел:

$U$	$R$	$X_1(Y_1)$	$X_2(Y_2)$
-----	-----	------------	------------

(19)

Вследствие удобства оперирования положительными числами в ВП удобно отнести начало отсчета координат пересечения  $X_1(Y_1)$ ,  $X_2(Y_2)$  на три единицы в отрицательную область, что эквивалентно преобразованию

$$X_{1,2} \rightarrow X_{1,2} + 3,$$

$$Y_{1,2} \rightarrow Y_{1,2} + 3.$$

Учитывая, что координаты пересечения лежат в диапазоне  $(-3, 3)$ , в формат ребра будут входить только положительные числа.

*Габаритные ребра.* Вследствие отказа от описания граней вершинами работа видеопроцессора согласно системе неравенств (3) приводит к специфическим эффектам, которые появляются на гранях, имеющих острые углы. В результате возникает два вида дефектов:

А. Изображение грани может выйти за свои габариты. Действительно, при достаточно острых углах даже небольшие погрешности в задании линий приводят к большим разбросам положения точки пересечения ребер, т. е. вершины грани.

Б. Многоуровневый алгоритм клеточного деления экрана вовлекает в обработку клетки, не содержащие точек обрабатываемого многоугольника. Такие клетки могут быть отброшены лишь на нижних уровнях деления, вплоть до пиксельного. Чем более острые углы у многоугольников, тем большее количество «лишних» клеток включается в обработку. В результате производительность видеопроцессора снижается.

SgnA	SgnB	U	Сектор
+	-	0	1
+	-	1	2
+	+	1	3
+	+	0	4
-	+	0	5
-	+	1	6
-	-	1	7
-	-	0	8

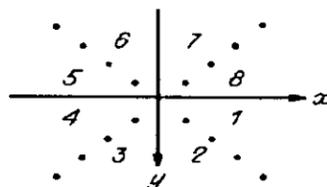


Рис. 2

Оба эти дефекта могут быть устранены формированием дополнительных (габаритных) ребер и присоединением их к списку собственных ребер грани. Формирование осуществляется в клипирующем устройстве. В видеопроцессоре габаритные ребра и ребра, изначально описывающие многоугольник, не различаются. Габаритные ребра добавляются к многоугольнику таким образом, чтобы угол между соседними ребрами всегда был больше некоторого критического значения. Примерами способов добавления габаритных ребер могут служить:

а) «габаритные ящики» — 4 ребра (2 вертикальных и 2 горизонтальных), описываемые линиями  $X = X_{\min}$ ,  $X = X_{\max}$ ,  $Y = Y_{\min}$ ,  $Y = Y_{\max}$ , где  $X_{\min}$ ,  $X_{\max}$ ,  $Y_{\min}$ ,  $Y_{\max}$  — минимальные и максимальные значения  $X$ - и  $Y$ -координат из всех вершин многоугольника; критический угол здесь  $90^\circ$ ;

б) «перпендикуляры к биссектрисам» — линии, проходящие через вершины и перпендикулярные биссектрисам соответствующих углов многоугольника; число габаритных ребер равно количеству вершин, минимальный угол между ребрами  $90^\circ$ .

В системе «Альбатрос» используется способ добавления, который генерирует не более двух ребер на многоугольник и основан на сравнении признаков соседних пар ребер. Критическое значение при этом равно  $45^\circ$ .

Ориентация любого ребра, заданного уравнением  $Ax + By + C = 0$ , может быть классифицирована по восьми секторам, задаваемым знаками  $A$ ,  $B$  и знаком  $U$  (вертикальное/горизонтальное) (рис. 2).

Паре соседних ребер соответствует 6-битный код:

SgnA <sub>1</sub>	SgnB <sub>1</sub>	U <sub>1</sub>	SgnA <sub>2</sub>	SgnB <sub>2</sub>	U <sub>2</sub>
-------------------	-------------------	----------------	-------------------	-------------------	----------------

(20)

Сформулируем правило добавления габаритных ребер. Габаритное ребро через вершину формируется в тех случаях, когда в раствор угла между боковыми ребрами нельзя поместить ни один из восьми секторов, или по-другому боковые ребра принадлежат диаметрально противоположным или соседним с ними секторам. Правило можно выразить формулой

$$(N_1 + 4 - N_2) \text{Mod} 8 < 2,$$

где  $N_1$ ,  $N_2$  — номера секторов ребер при вершине, взятых в порядке обхода многоугольника;  $X \text{Mod} 8$  — остаток от деления  $X$  на 8.

Если оба ребра  $N_1$ ,  $N_2$  вертикальные, то габаритное ребро будет горизонтальным и параллельным оси  $X$ . Если оба ребра горизонтальные, то габаритное

ребро параллельно оси  $Y$ . Соответственно в первом случае вычисляется  $Y$ -координата вершины в экранной системе, а во втором —  $X$ -координата. В случае если одно из ребер вертикальное, а другое горизонтальное, габаритное ребро может быть параллельно как оси  $X$ , так и  $Y$ .

Формирование признаков левое/правое, вертикальное/горизонтальное и самого условия необходимости габаритного ребра для данной вершины полностью определяется 6-битным кодом (20). В ГП код (20) поступает на адресный вход табличной памяти для выбора подходящей ветки алгоритма формирования габаритного ребра.

Габаритное ребро также должно быть проверено на пересечение с экраном. Ребро пересекает экран, если выполняется условие:

$$|X/Z| < 1 \text{ для вертикальных габаритных ребер;}$$

$$|Y/Z| < 1 \text{ для горизонтальных габаритных ребер,}$$

где  $X, Y, Z$  — координаты габаритной вершины многоугольника в системе наблюдателя. Если это условие не выполняется, то габаритное ребро или весь многоугольник подлежит отбраковке в зависимости от признака левое/правое и знака  $X/Z$  ( $Y/Z$ ).

Формат габаритного ребра идентичен формату ребра многоугольника (11):

$U_{\text{габ}}$	$R_{\text{габ}}$	$X/Z$ ( $Y/Z$ )	$X/Z$ ( $Y/Z$ )
------------------	------------------	-----------------	-----------------

**Заключение.** Специфика геометрических преобразований в системе «Альбатрос» во многом определяется особенностями видеопреобразования в ней — представлением грани пересечением полуплоскостей и алгоритмом рекурсивного деления экрана. Как следствие, появляется возможность рассматривать клипирование как простую проверку многоугольника на принадлежность клетке самого высокого уровня, т. е. экрана. Это и приводит к существенному упрощению процедуры клипирования: анализ положения вершин многоугольника относительно плоскостей пирамиды видимости и поиск точек пересечения ребер с плоскостями пирамиды заменяются на однородную операцию отбраковки. С другой стороны, само применение алгоритма разбиения грани на клетки различного уровня в процессе рекурсивного деления стало возможным только после перехода к описанию распределения яркости и текстурных координат с помощью коэффициентов дробно-линейных функций. Действительно, имея такие функции, можно вычислить значения яркости и текстурных координат в любой точке экрана без привязки к геометрии многоугольника. Напротив, в традиционных алгоритмах с заданием интерполяционных параметров в вершинах необходимы вычисления, учитывающие геометрию многоугольника.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фолли Дж., Ван Дем А. Основы интерактивной машинной графики.—М.: Мир, 1985.
2. Власов С. В., Маслобоев Ю. В., Савенко К. В., Чижик С. Е. Векторный геометрический процессор систем визуализации реального времени // Автометрия.—1994.—№ 6.
3. Мазурок Б. С., Рожков А. Ф., Сальников Ю. А. и др. Генерация текстурированных поверхностей и специализированных эффектов в системах «Альбатрос» // Там же.
4. Буровцев В. А., Власов С. В., Вяткин С. И. и др. Геометрический процессор синтезирующей системы визуализации // Автометрия.—1986.—№ 4.
5. Вяткин С. И., Долговесов Б. С., Мазурок Б. С., Рожков А. Ф. Эффективный метод растривания изображений для компьютерных систем визуализации реального времени // Автометрия.—1993.—№ 5.

Поступила в редакцию 17 июня 1994 г.