РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ

АВТОМЕТРИЯ

№ 2 1994

УДК 621.371:534.8:535.42

И. Н. Кушнарев, С. Н. Шарангович

(Томск)

ДИФРАКЦИЯ СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ НА УЛЬТРАЗВУКЕ В ОПТИЧЕСКИ НЕОДНОРОДНЫХ ИЗОТРОПНЫХ СРЕДАХ И КУБИЧЕСКИХ КРИСТАЛЛАХ

Разработана теоретическая модель сильного брэгговского акустооптического взаимодействия световых пучков в изотропных средах и кубических кристаллах в условиях температурно-наведенных оптических неоднородностей. Получены аналитические решения уравнений связанных волн для линейно-неоднородного распределения температурного поля. Определены поляризационные параметры световых пучков в дифракционных порядках. Показано, что термонеоднородности среды при больших эффективностях дифракции приводят к неоднородности поляризационных параметров — азимута и эллиптичности по апертурам световых пучков.

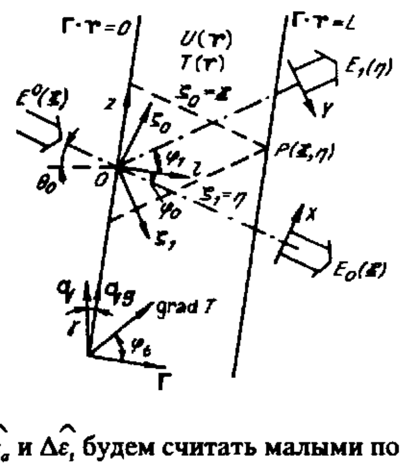
Введение. Акустооптические (АО) методы управления энергетическими и поляризационными параметрами светового излучения, основанные на явлении дифракции света на ультразвуке в оптически однородных, изотропных средах и в кубических кристаллах, достаточно подробно изучены для моделей как сильного, так и слабого АО-взаимодействия (АОВ) однородных и неоднородных полей [1—4]. Однако данные модели мало пригодны для описания поляризационных явлений в изотропных средах с температурно-наведенными оптическими неоднородностями, которые характерны для АО-устройств, работающих при больших эффективностях дифракции [5—7]. В существующих методах расчета АОВ, использующих модели линейно-неоднородных сред, рассмотрение проводилось в предположении небольших эффективностей дифракции [5—9], ограничено численным интегрированием [10] и не учитывало поляризационных эффектов.

Настоящая работа посвящена разработке более общей модели брэгговской дифракции ограниченных световых пучков на слаборасходящихся ультразвуковых волнах в температурно-возмущенных, линейно-неоднородных, оптически изотропных средах и кубических кристаллах, позволяющей описывать изменение амплитудно-фазовой и поляризационной структуры дифракционного поля при сильном АОВ и произвольной ориентации градиента температурного поля.

Общие соотношения. Рассмотрим брэгговское акустооптическое взаимодействие световых пучков $\mathbf{E}_0$, $\mathbf{E}_1$ в поле монохроматического звукового пучка $\mathbf{U}(\mathbf{r}, t)$, распространяющегося в направлении волновой нормали $\mathbf{q}$ в прозрачном, кубическом кристалле, в котором создано, например, из-за тепловыделения в пьезопреобразователе регулярное, пространственно-неоднородное температурное поле $T(\mathbf{r})$.

Геометрия АОВ показана на рис. 1. Область АОВ ограничена параллельными плоскостями $\mathbf{\Gamma} \cdot \mathbf{r} = 0$ и $\mathbf{\Gamma} \cdot \mathbf{r} = L$, совпадающими с границами слаборасходящегося пучка $\mathbf{U}(\mathbf{r})$ с лучевой нормалью $\mathbf{q}_g$, которая в общем случае может быть наклонена к нормали $\mathbf{q}$ на угол γ, причем $\mathbf{\Gamma} \cdot \mathbf{q}_g = 0$.

Рис. 1. Геометрия дифракции и координатные системы



Распределение температурного поля $T(\mathbf{r})$ в области АОВ в первом приближении аппроксимируем линейной функцией

$$T(\mathbf{r}) = T(\mathbf{r} = 0) + \mathbf{r} \cdot \mathrm{grad}T(\mathbf{r})\Big|_{\mathbf{r}=0}, \quad (1)$$

где $\mathbf{r} = l\mathbf{\Gamma} + z\mathbf{q}_g$ — радиус-вектор; $T(\mathbf{r} = 0) = T_0$ — средняя температура кристалла.

Возмущения диэлектрической проницаемости среды $\hat{\varepsilon}$ под действием полей $\mathbf{U}(\mathbf{r}, t)$ и $T(\mathbf{r})$ соответственно на величины $\Delta\hat{\varepsilon}_a$ и $\Delta\hat{\varepsilon}_t$ будем считать малыми по сравнению с $\hat{\varepsilon}_0$ и представим в линейном приближении

$$\hat{\varepsilon}(\mathbf{r}, t) = \hat{\varepsilon}_0 + \Delta\hat{\varepsilon}_a(\mathbf{r}, t) + \Delta\hat{\varepsilon}_t(\mathbf{r}). \quad (2)$$

Здесь $\hat{\varepsilon}_0 = n^2\hat{I}$, n — показатель преломления при температуре T_0, $\hat{I}$ — единичный тензор второго ранга,

$$\Delta\hat{\varepsilon}_a(\mathbf{r}, t) = 1/2\,[\Delta\hat{\varepsilon}U_m(\mathbf{r})\exp[i(\Omega_0 t - \mathbf{K}_0 \cdot \mathbf{r})] + \text{к.с.}], \quad (3)$$

где $\mathbf{K}_0 = \mathbf{q}\Omega_0/v$; Ω_0, v, $U_m(\mathbf{r})$ — центральная частота, скорость и распределение амплитуды $\mathbf{U}(\mathbf{r}, t)$; $\Delta\hat{\varepsilon}$ — величина возмущения $\hat{\varepsilon}_0$ в поле $\mathbf{U}$ единичной амплитуды при температуре T_0 [1].

$$\Delta\hat{\varepsilon}_t(\mathbf{r}) = 2n\frac{dn}{dT}\Big|_{T=T_0}\Delta T(\mathbf{r})\hat{I} \quad (4)$$

— $\Delta T(\mathbf{r}) = \mathbf{r} \cdot \mathrm{grad}T(\mathbf{r})\Big|_{\mathbf{r}=0}$ — пространственное распределение температурного поля в области АОВ.

Падающий на область АОВ световой пучок $\mathbf{E}^0(\mathbf{r}, t)$ с произвольной поляризацией представим в виде квазиплоской волны:

$$\mathbf{E}^0(\mathbf{r}, t) = 1/2\{\mathbf{e}_0 E^0(\mathbf{r})\exp[i(\omega_0 t - \mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r})] + \text{к.с.}\}, \quad (5)$$

где ω_0, $\mathbf{e}_0$, $E^0(\mathbf{r})$ — частота, комплексный вектор поляризации и распределение амплитуды на плоскости $\mathbf{\Gamma} \cdot \mathbf{r} = 0$ по координате $z = \mathbf{\Gamma} \cdot \mathbf{r}$.

Световое поле в области АОВ, являющейся в отношении оптических свойств пространственно неоднородной, представим в виде суммы локально-плоских неоднородных пучков нулевого $\mathbf{E}_0$ и первого $\mathbf{E}_1$ дифракционных порядков:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = 1/2\left\{\sum_{j=0}^{1}\sum_{k=1}^{2}\mathbf{e}_k^j E_j^k(\mathbf{r})\exp[i(\omega_j t - \int\mathbf{k}_j(\mathbf{r})d\mathbf{r})] + \text{к.с.}\right\}, \quad (6)$$

где пространственная зависимость волновых векторов $\mathbf{k}_j(\mathbf{r})$ обусловлена неоднородностью оптических свойств среды; каждый пучок представлен разложением на две линейно-поляризованные составляющие с амплитудами E_j^k в соответствующих ортонормированных базисах $(\mathbf{e}_1^j, \mathbf{e}_2^j, \mathbf{N}_j)$, образованных волновыми нормалями $\mathbf{N}_j$ и единичными, взаимно ортогональными векторами $\mathbf{e}_1^j$, $\mathbf{e}_2^j$, которые произвольно ориентированы в плоскостях поляризации $\mathbf{N}_j \cdot \mathbf{r} = \text{const}$ пучков $\mathbf{E}_j$.

Для упрощения дальнейших вычислений ориентацию базисных векторов $\mathbf{e}_1^j$, $\mathbf{e}_2^j$ естественно связать с поляризацией собственных ортогонально поляризованных типов дифракции, определяемой анизотропией оптических свойств среды АОВ, наведенной акустическим пучком, т. е. анизотропией тензора $\Delta\hat{\varepsilon}_a$. Формально процедура определения направлений $\mathbf{e}_1^j$, $\mathbf{e}_2^j$ в данном случае сводится к отысканию собственных векторов планальных тензоров $(i, j = 0,1)$ [3, 4]:

$$\Delta\hat{\varepsilon}_j = (\hat{I} - \mathbf{N}_j\mathbf{N}_j)\Delta\hat{\varepsilon}_a(\hat{I} - \mathbf{N}_i\mathbf{N}_i)\Delta\hat{\varepsilon}_a(\hat{I} - \mathbf{N}_j\mathbf{N}_j) \qquad (j \neq i), \tag{7}$$

т. е. к решению уравнений $\Delta\hat{\varepsilon}_j\mathbf{e}_k^j = \bar{\lambda}_k\mathbf{e}_k^j$. При такой ориентации векторов $\mathbf{e}_1^j$, $\mathbf{e}_2^j$, как показано в [3, 4], АОВ компонент $\mathbf{E}_j \cdot \mathbf{e}_1^j$ и $\mathbf{E}_j \cdot \mathbf{e}_2^j$ световых пучков происходит независимо друг от друга и характеризуется экстремальными значениями АО-связи, связанными с собственными числами $\lambda_k = \mathbf{e}_k^j\Delta\hat{\varepsilon}_j\mathbf{e}_k^j$.

Эволюция комплексных амплитуд данных компонент $E_j^k(\mathbf{r})$ описывается в рамках геометрооптического приближения двумерной брэгговской дифракции следующими двумя независимыми системами дифференциальных уравнений $(k = 1; 2)$:

$$\begin{aligned} \nu_0 \frac{\partial}{\partial l} E_0^k(l, z) + \eta_0 \frac{\partial}{\partial z} E_0^k(l, z) &= -iC_k U_m^*(l, z) E_1^k(l, z) \exp\left[i\int \Delta\mathbf{K}(\mathbf{r})d\mathbf{r}\right], \\ \nu_1 \frac{\partial}{\partial l} E_1^k(l, z) + \eta_1 \frac{\partial}{\partial z} E_1^k(l, z) &= -iC_k U_m(l, z) E_0^k(l, z) \exp\left[-i\int \Delta\mathbf{K}(\mathbf{r})d\mathbf{r}\right], \end{aligned} \tag{8}$$

где l, z — координаты вдоль составляющих $\mathbf{r} = l\mathbf{\Gamma} + z\mathbf{g}_q$ в плоскости дифракции;

$$\Delta\mathbf{K}(\mathbf{r}) = \mathbf{k}_0(\mathbf{r}) - \mathbf{k}_1(\mathbf{r}) + \mathbf{K}_0 = \Delta K(l, z)\mathbf{\Gamma} \tag{9}$$

— локальный вектор фазовой расстройки; $C_k = k_0(\mathbf{e}_k^1\Delta\hat{\varepsilon}_a\mathbf{e}_k^0)/4n = k_0\lambda_k/4n$ — коэффициенты, характеризующие минимальное $(k = 1)$ и максимальное $(k = 2)$ значения АО-связи, где параметры $\lambda_k = (\mathbf{e}_k^1\Delta\hat{\varepsilon}_a\mathbf{e}_k^0)$ связаны с собственными числами тензоров $\Delta\hat{\varepsilon}_j$ (7): $|\lambda_k| = \bar{\lambda}_k^{0,5} = [\mathbf{e}_k^j\Delta\hat{\varepsilon}_j\mathbf{e}_k^j]^{0,5}$; k_0 — волновое число света в вакууме; $\nu_j = \cos\varphi_j$, $\eta_j = \pm\sin\varphi_j$, $\varphi_j = \Theta_0 \pm \gamma$ — углы между нормалями $\mathbf{N}_j$ и $\mathbf{\Gamma}$, где знак +(−) в геометрии дифракции рис. 1 соответствует $j = 1$ (0); Θ_0 — угол падения.

Полученную систему уравнений (8) необходимо дополнить граничными условиями для взаимодействующих световых полей:

$$E_0^k(l = 0, z) = E_k(z), \qquad E_1^k(l = 0, z) = 0, \tag{10}$$

где $E_k(z) = (\mathbf{e}_0 \cdot \mathbf{e}_k^0)E^0(z)$ — составляющие пучка $\mathbf{E}^0$ вдоль $\mathbf{e}_k^0$ $(k = 1; 2)$. Решения E_j^1 и E_j^2 системы (8), являющиеся проекциями комплексных векторных амплитуд $\mathbf{E}_j$ на оси $\mathbf{e}_1^j$ и $\mathbf{e}_2^j$, полностью определяют изменения в состоянии поляризации пучков $\mathbf{E}_j$ при АОВ [3].

Аналитические решения. Для определения влияния оптической неоднородности (4) на амплитудно-фазовые и поляризационные распределения пучков $\mathbf{E}_j$ в условиях сильного АОВ допустим, что пучок $\mathbf{U}$ имеет однородное распределение $U(l, z) = U_0$ при $0 < l < L$, где U_0 — амплитуда. Тогда согласно (8) характер энергообмена между составляющими E_j^k пучков $\mathbf{E}_j$ определяется значениями C_k и пространственной зависимостью $\Delta K(l, z)$ в области АОВ.

Для установления вида функции $\Delta K(l, z)$ в линейно-неоднородной среде (4) воспользуемся ввиду малости $\Delta\hat{\varepsilon}_t \ll \varepsilon_0$ разложением входящих в (9) векторных функций $\mathbf{k}_j(\mathbf{r}) = k_0 n(\mathbf{r})\mathbf{N}_j(\mathbf{r})$ в ряд Тейлора [12]:

$$\mathbf{k}_j(\mathbf{r}) \simeq \mathbf{k}_j^* + \frac{d\mathbf{k}_j}{d\mathbf{r}}\bigg|_{\mathbf{r}=0} \cdot \mathbf{r} = \mathbf{k}_j^* + k_0\mathbf{N}_j^*\left[\frac{dn}{d\mathbf{r}}\bigg|_{\mathbf{r}=0} \cdot \mathbf{r}\right] + k_0 n^*\left[\frac{d\mathbf{N}_j}{d\mathbf{r}}\bigg|_{\mathbf{r}=0} \cdot \mathbf{r}\right],$$

где индексом $*$ помечены величины, взятые при $\mathbf{r} = 0$; второй член характеризует изменение волнового вектора по модулю, а третий — по направлению, причем

$$\frac{dn}{d\mathbf{r}}\mathbf{r} = \frac{dn}{dT}\operatorname{grad}T \cdot \mathbf{r}, \qquad \frac{d\mathbf{N}_j}{d\mathbf{r}} \cdot \mathbf{r} = \frac{dn}{dT}\frac{|\mathbf{N}_j^* \times \operatorname{grad}T|}{n^*}\frac{(\Gamma \cdot \mathbf{r})}{(\Gamma \cdot \mathbf{N}_j^*)}\mathbf{m}_j,$$

$\mathbf{m}_j$ — единичный вектор, лежащий в плоскости дифракции и ортогональный $\mathbf{N}_j^*$. Подставляя данное разложение в (9) и умножая полученное векторное уравнение скалярно на Γ, найдем с учетом геометрии дифракции рис. 1 искомую зависимость $\Delta K(l, z)$ в области АОВ:

$$\Delta K(l, z) = \Delta K' + sz + tl. \tag{11}$$

Здесь $\Delta K' = (\mathbf{k}_0^* - \mathbf{k}_1^* + \mathbf{K}_0) \cdot \Gamma$ — начальная фазовая расстройка, вызванная отклонением угла падения Θ_0 от угла Брэгга $\Theta_B \simeq \frac{\lambda_0 f_0}{2vn}$ и частоты ультразвука f от $f_0 = \Omega_0/2\pi$:

$$\Delta K' = \frac{k_0 n\sin2\Theta_B}{\cos(\Theta_B - \gamma)}(\Theta_0 - \Theta_B) + \frac{2\pi\sin\Theta_B}{v\cos(\Theta_B - \gamma)}(f - f_0),$$

а коэффициенты

$$s = 2k_0\delta n\sin\gamma\sin\Theta_0\sin\varphi_t|\operatorname{grad}T|,$$

$$t = k_0\delta n[2\sin\gamma\sin\Theta_0\cos\varphi_t + \operatorname{tg}(\Theta_0 - \gamma)\sin(\varphi_t - \Theta_0 + \gamma) -$$

$$- \operatorname{tg}(\Theta_0 + \gamma)\sin(\varphi_t - \Theta_0 - \gamma)]|\operatorname{grad}T|$$

определяют влияние направления, характеризуемого углом φ_t (см. рис. 1), и величины $\operatorname{grad}T$; $\delta n = \frac{dn}{dT}\Big|_{T=T_0}$.

В зависимости от ориентации $\operatorname{grad}T$ в области АОВ будем выделять случаи поперечно ($\varphi_t = 90°$)-, смешанно ($0 < \varphi_t < 90°$)- и продольно-неоднородной ($\varphi_t = 0$) среды. В общем случае при $\gamma \neq 0$ геометрия АОВ несимметрична (см. рис. 1) и коэффициенты $t, s \neq 0$ соответственно характеризуют влияние продольной и поперечной составляющих $\operatorname{grad}T$ на АОВ. Если же рассматривается симметричная геометрия АОВ ($\gamma = 0$), то при $\varphi_t = 0$ имеем $s, t = 0$. Если же $\varphi_t = 90°$, получим $s = 0$ и $t = -2k_0\delta n\sin\theta_0|\operatorname{grad}T|$, т. е. для данного случая вариация параметра t в полученных ниже решениях будет описывать АОВ в поперечно-неоднородной среде.

Далее, подставляя (9), (11) в (8) и выполнив интегрирование

$$\int \Delta\mathbf{K}(\mathbf{r})d\mathbf{r} = \int \Delta K(l, z)\Gamma(\Gamma dl + \mathbf{q}_s dz) = \int \Delta K(l, z)dl = \Delta K' l + slz + tl^2/2,$$

сделаем в системе (8) замену переменных

$$E_j^k(l, z) = B_j(l, z)\exp[-i\Delta K'(z - \eta_j l/\nu_j)/(\eta_0/\nu_0 - \eta_1/\nu_1)] \tag{12}$$

и перейдем в апертурную координатную систему (ζ_0, ζ_1)

$$\zeta_0 = -\eta_0 l + \nu_0 z, \qquad \zeta_1 = \eta_1 l - \nu_1 z, \tag{13}$$

координаты ζ_j которой отсчитываются вдоль осей, перпендикулярных нормалям $\mathbf{N}_j$ пучков $\mathbf{E}_j$, и показаны на рис. 1. В результате система (8) приводится к каноническому виду, допускающему в рассматриваемом случае аналитическое решение:

$$i\,\frac{\partial B_1(\zeta_0,\zeta_1)}{\partial\zeta_0} = \sigma U(\zeta_0,\zeta_1)B_0(\zeta_0,\zeta_1),$$
$$\tag{14}$$
$$i\,\frac{\partial B_0(\zeta_0,\zeta_1)}{\partial\zeta_1} = \sigma U^*(\zeta_0,\zeta_1)B_1(\zeta_0,\zeta_1).$$

Здесь

$$\sigma = U_0C_k/(\nu_0\eta_1 - \nu_1\eta_0),$$

$$U(\zeta_0,\zeta_1) = \exp\left[-j\left\{s(\zeta_0\eta_1 + \zeta_1\eta_0)(\zeta_0\nu_1 + \zeta_1\nu_0) + \frac{t}{2}(\zeta_0\nu_1 + \zeta_1\nu_0)^2\right\}(\nu_0\eta_1 - \nu_1\eta_0)^{-2}\right].$$

Соответственно граничные условия (10) для системы (14) с учетом (12), (13) задаются теперь на кривой $C\left(\zeta_0 = -\frac{\nu_0}{\nu_1}\zeta_1\right)$ в виде

$$B_1\Big|_C = 0, \qquad \frac{\partial B_1}{\partial\zeta_0}\Big|_C = -i\sigma E_k\left(\frac{\zeta_0}{\nu_0}\right)\exp\left[i\,\frac{\Delta K'\zeta_0/\nu_0}{\eta_0/\nu_0 - \eta_1/\nu_1}\right] \tag{15а}$$

и

$$B_0\Big|_C = E_k\left(\frac{\zeta_0}{\nu_0}\right)\exp\left[i\,\frac{\Delta K'\zeta_0/\nu_0}{\eta_0/\nu_0 - \eta_1/\nu_1}\right], \qquad \frac{\partial B_0}{\partial\zeta_1}\Big|_C = 0. \tag{15б}$$

Решения системы (14) найдем, воспользовавшись методом Римана [14]. В результате с учетом (12), (13) амплитудно-фазовые распределения E_j^k на выходной границе области АОВ ($\Gamma\cdot r = l = L$), задаваемой уравнением $\xi = 2\delta - \frac{\nu_0}{\nu_1}\eta$, где (ξ,η) — координаты точки P, через которую проходят характеристики уравнений (14) $\zeta_1 = \eta$, $\zeta_0 = \xi$ (см. рис. 1), определяются следующими формулами в первом дифракционном порядке ($k = 1, 2$):

$$E_1^k(\eta) = -i\,\frac{C_kU_0l}{2\nu_1}\int_{-1}^{+1}E_k\left\{\frac{\delta(1-y)}{\nu_0} - \frac{\eta}{\nu_1}\right\}\exp[\delta m(1-y) + \delta^2n(1-y)^2]\times$$
$$\times\,\Phi\left(\frac{d}{a}, 1;\ a\delta^2\frac{\nu_1}{\nu_0}(1-y^2)\right)dy, \tag{16}$$

где

$$\delta = \left[\frac{\nu_0\eta_1 - \nu_1\eta_0}{\nu_1}\right]\frac{l}{2}; \qquad m = \eta\left(-a + \frac{\nu_1}{\nu_0}b\right) - i\,\frac{\Delta K'l}{2\delta}; \qquad n = \frac{\nu_1}{\nu_0}\left(a - \frac{\nu_1 b}{\nu_0 2}\right);$$

$$a = -i\,\frac{s(\eta_1\nu_0 + \eta_0\nu_1) + t\nu_1\nu_0}{(\nu_0\eta_1 - \nu_1\eta_0)^2}; \qquad b = -i\,\frac{2s\eta_0\nu_0 + t\nu_0^2}{(\nu_0\eta_1 - \nu_1\eta_0)^2}; \qquad d = -\sigma^2,$$

и в нулевом дифракционном порядке ($k = 1, 2$):

$$E_0^k(\xi) = E_k(\xi) - \frac{C_k^2U_0^2l^2}{4\nu_1\nu_0}\int_{-1}^{+1}(1+y)E_k\left\{\frac{\xi - \delta(1-y)}{\nu_0}\right\}\times$$
$$\times\,\exp[\delta m(1-y) + \delta^2n(1-y)^2]\Phi\left(\frac{d}{b'} + 1{,}2;\ b'\delta^2\frac{\nu_1}{\nu_0}(1-y^2)\right)dy, \tag{17}$$

где

$$m = \xi\left(\frac{a'}{2} - \frac{\nu_1}{\nu_0} b'\right) + \frac{i\Delta K' l}{2\delta}; \qquad n = b'\frac{\nu_1}{\nu_0} - \frac{a'}{2}; \qquad a' = i\,\frac{2s\eta_1\nu_1 + t\nu_1^2}{(\nu_0\eta_1 - \nu_1\eta_0)^2};$$

$$b' = i\,\frac{s(\eta_1\nu_0 + \eta_0\nu_1) + t\nu_1\nu_0}{(\nu_0\eta_1 - \nu_1\eta_0)^2};$$

$\Phi(a, c; z)$ — вырожденная гипергеометрическая функция первого рода [13].

С помощью полученных решений (16), (17) найдем пространственные распределения интенсивности в дифракционных порядках

$$I_j(\xi, \eta) = |E_j^1(\xi, \eta)|^2 + |E_j^2(\xi, \eta)|^2, \tag{18}$$

а также поляризационных параметров — азимута κ_j и эллиптичности p_j по формулам (П4).

Выражения (16)—(18), (П4) описывают изменения в пространственных распределениях интенсивностей, амплитуд, фаз и поляризаций пучков $\mathbf{E}_j$ в условиях сильного АОВ и применимы для произвольных значений АО-связи, величины и ориентации grad$T$ в области АОВ, а также входных распределений $E^0(\mathbf{r})$. При отсутствии термонеоднородности среды (grad$T$ = 0) и фазовом синхронизме ($\Delta K' = 0$) (16), (17) переходят в выражения для двумерной брэгговской дифракции [11, 2].

Из общего вида полученных решений (16), (17) и (П4) следует, что в общем случае, когда $\lambda_1 \neq \lambda_2$ и grad$T \neq 0$, оптическая неоднородность среды при сильном АОВ будет приводить к неоднородности пространственных распределений поляризационных параметров κ_j, p_j по апертурам пучков $\mathbf{E}_j$. Это обусловлено различной степенью изменения амплитудно-фазовых распределений $E_j^1(\zeta_j)$, $E_j^2(\zeta_j)$ при вариации амплитуды и частоты звука, угла падения света в условиях температурных градиентов, т. е. U_0, $\Delta K'$ и grad$T$.

Результаты численного моделирования. Более детальное исследование динамики изменения поляризаций пучков $\mathbf{E}_j$ при сильном АОВ проведем, основываясь на результатах численных расчетов в обобщенных параметрах g^*, b^*, s^*, t^*, ΔK^* по формулам (П2), (П3), полученных из (16), (17), причем $b^* = b_1^* = b_2^*\lambda_1/\lambda_2$. В расчетах полагалось, что пучок $\mathbf{E}^0$, расходимость которого меньше расходимости звукового пучка ($g^* = 0{,}5$), имеет гауссово распределение (П1) ($E^0 = 1$), линейную поляризацию с азимутом φ и падает в плоскости $(1\bar{1}0)$ на продольную ультразвуковую волну, распространяющуюся в кристалле Ge в направлении [110], при этом $\lambda_2/\lambda_1 = 0{,}32$. Углы $\Delta\kappa_j = \kappa_j - \varphi$ на рис. 2—4 характеризуют поворот, а знак p_j — направление вращения эллипсов поляризации пучков $\mathbf{E}_j$.

На рис. 2 представлены распределения $I_1(Y)$, $\Delta\kappa_1(Y)$, $p_1(Y)$ по сечению дифрагированного в 1-й порядок светового пучка в условиях продольной термонеоднородности ($s^* \simeq 0$, $t^* \neq 0$) и сильной АО-связи. Термонеоднородность среды начинает сказываться при $t^* \geq 1{,}5$. Как видно из рис. 2, *a*, с ростом t^* наблюдается снижение эффективности дифракции и смещение центра распределения $I_1(Y)$. При этом величина смещения очень слабо зависит от степени АО-связи b^* и изменения в гауссовой структуре $I_1(Y)$ незначительны. Более существенны изменения в поляризационной структуре пучка E_1. Как видно из рис. 2, *b*, *c*, термонеоднородность среды в условиях сильной АО-связи приводит к эллиптической поляризации и неоднородности распределений $\Delta\kappa_1(Y)$, $p_1(Y)$. В области значений $b^* < 1{,}5$ в пределах апертуры пучка E_1 максимальное изменение $\Delta\kappa_1$ и p_1 не превышает соответственно 1,5° и 0,05. С возрастанием АО-связи $1{,}5 < b^* < 3{,}5$ для величин $t^* \simeq 1{,}5$ наблюдается увеличение поворота азимута $\Delta\kappa_1$, эллиптичности p_1 и степени их пространственной неоднород-

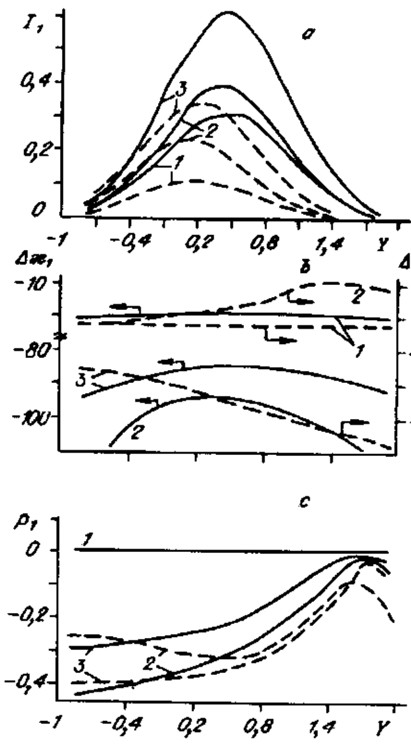


Рис. 2. Распределения интенсивности I_1 (*a*), изменения азимута $\Delta\kappa_1$ (*b*) и эллиптичности p_1 (*c*) по апертурной координате Y в 1-м дифракционном порядке при различных параметрах продольной термонеоднородности t^* (сплошные кривые — 1,5; штриховые — 3) и АО-связи b^* (кривые *1* — 1,5; *2* — 3,5; *3* — 5) для $\varphi = 45°$, $s^* \simeq 0$

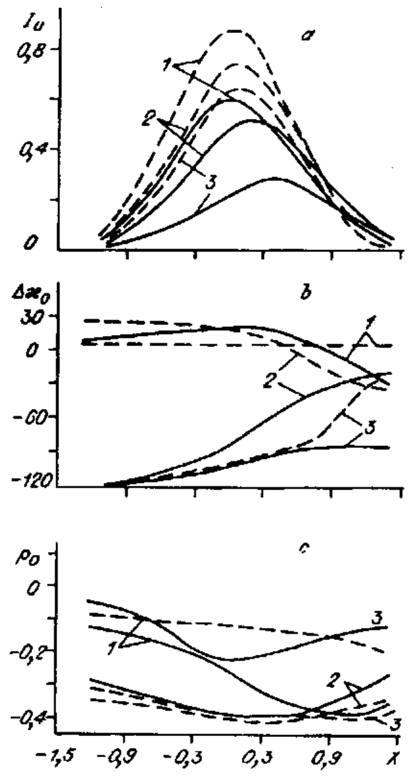


Рис. 3. Распределения интенсивности I_0 (*a*), изменения азимута $\Delta\kappa_0$ (*b*) и эллиптичности p_0 (*c*) по апертурной координате X в 0-м дифракционном порядке при различных параметрах продольной термонеоднородности t^* (сплошные кривые — 1,5; штриховые — 3) и АО-связи b^* (кривые *1* — 1,5; *2* — 3,5; *3* — 5) для $\varphi = 45°$, $s^* \simeq 0$

ности. При этом распределение $\Delta\kappa_1(Y)$ симметрично относительно оси пучка E_1, а $p_1(Y)$ асимметрично. Дальнейшее увеличение АО-связи $3{,}5 < b^* < 5$ приводит к уменьшению поворота азимута $\Delta\kappa_1$, эллиптичности p_1 и их изменению по апертуре. Возрастание термонеоднородности (рис. 2, *b*, *c* — штриховые кривые) в большей степени влияет на распределение поворота азимута $\Delta\kappa_1(Y)$, приводя к его асимметрии, и в меньшей — на эллиптичность $p_1(Y)$. Как следует из расчета и рис. 2, максимальные значения пространственной неоднородности распределений поляризационных параметров $\Delta\kappa_1(Y)$, $p_1(Y)$ при изменении АО-связи b^* и параметра термонеоднородности t^* в пределах $1 < b^* < 5$, $1 < t^* < 3$ составляют соответственно 10 ÷ 25°, 0,1 ÷ 0,4.

Влияние продольной термонеоднородности на параметры светового пучка в 0-м дифракционном порядке показано на рис. 3. Из рис. 3, *a* видно, что с ростом t^* наблюдается уменьшение смещения центра распределения $I_0(X)$, происходящее при повышении АО-связи b^*, а также скорости перекачки энергии из 0-го в 1-й порядок. Абсолютное значение эллиптичности $|p_0|$ при небольших термонеоднородностях $t^* \leq 1{,}5$ с ростом величины АО-связи b^* сначала возрастает до 0,4 (кривые *1*, *2*, рис. 3), а затем падает (кривая *3*). Максимальная неоднородность $p_0(X)$ по апертуре пучка E_0 достигается при $b^* \simeq 1{,}5$ и равна $\simeq 0{,}25$. При значительной термонеоднородности ($t^* \geq 3$), как видно из рис. 3, b, изменение $p_0(X)$ по сечению пучка E_0 выражено менее сильно ($\Delta p_0 \leq 0,1$). С ростом АО-связи $2 < b^* < 5$ эллиптичность максимальна и близка к $p_0 \simeq 0,4$ для центральной части пучка E_0 и уменьшается для периферийных частей (кривые 2, 3, рис. 3). Пространственные распределения поворота азимута $\Delta\varkappa_0(X)$, представленные на рис. 3, b, в сравнении с соответствующими распределениями $\Delta\varkappa_1(Y)$ обладают существенно большей неоднородностью, достигающей $60 \div 80°$ в пределах апертуры пучка E_0 при $t^* > 1,5$ и $b^* > 1,5$ (кривые 2, рис. 3).

Отметим, что приведенные зависимости и их анализ можно распространить на АОВ в поперечно-неоднородной среде ($\varphi_t = 90°$) в условиях симметричной геометрии дифракции ($\gamma = 0°$), так как $s = 0$, а $t = -2k_0\delta n \times \times \sin\Theta_0 |\mathrm{grad} T|$. Оценка для кристалла Ge при $\lambda = 10,6$ мкм, $L = 20$ мм, $\Theta_0 = 3°$, $dn/dT = 4 \cdot 10^{-4} \frac{1}{C°}$ показывает, что в данном случае области изменения параметра $t^* \simeq 1 \div 3$ соответствуют значения поперечного температурного градиента $dT/dz \simeq 0,2 \div 2$ град/мм, характерные на практике для эффективных АО-ячеек среднего ИК-диапазона.

Для общего случая АОВ в поперечно-неоднородной среде, когда $\gamma \neq 0$, $s^* > 1$ и $t^* < 1$, результаты расчета представлены на рис. 4, 5. Из рис. 4 видно, что поперечная термонеоднородность среды приводит к ограничению апертуры $2Y_{0,5}$ дифрагированного пучка E_1, отсчитываемой по уровню 3 дБ, и снижению эффективности дифракционного процесса, что обусловлено локализацией области эффективного энергообмена по поперечной координате z (см. рис. 1). Расчет показывает, что уменьшение апертуры с ростом s^* для $b^* \simeq 1,5$ можно аппроксимировать линейной зависимостью $2Y_{0,5} = 0,885 - 0,0575 s^*$, причем с повышением АО-связи в области $1,5 < b^* < 5$ скорость изменения $d(2Y_{0,5})/ds^*$ увеличивается на 8 %. Снижение интенсивности I_1 в центре пучка E_1 при $2 < s^* < 10$ составляет $\simeq 16$ % для $b^* = 1,6$ и $\simeq 8$ % для $b^* = 5,1$, т. е. уменьшается с ростом АО-связи. Соответствующие распределения поляризационных параметров $p_1(Y)$, $\Delta\varkappa_1(Y)$ представлены на рис. 4, b, c. Отметим основные закономерности в изменении состояния поляризации пучка E_1 в условиях сильного АОВ и поперечной термонеоднородности: поляризация становится эллиптической; распределения $p_1(Y)$, $\Delta\varkappa_1(Y)$ неоднородны по сечению пучка E_1 и в отличие от подобных зависимостей на рис. 2, b, c сохраняют симметричную структуру при изменении АО-связи b^* и параметра термонеоднородности s^*; наибольшие изменения $\Delta\varkappa_1$, p_1 наблюдаются для периферийных

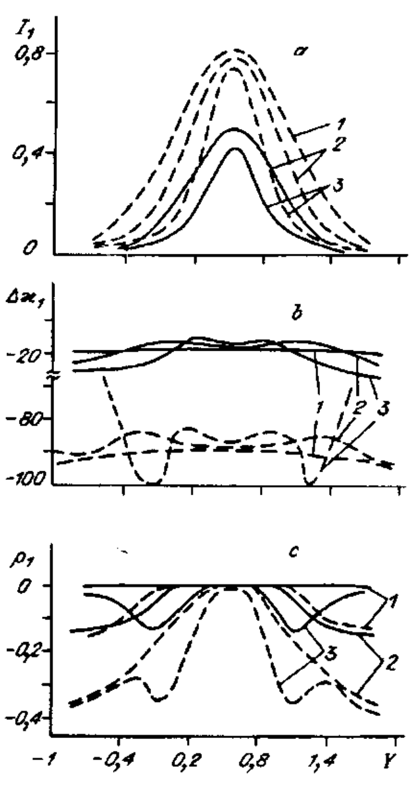


Рис. 4. Распределения интенсивности I_1 (a), изменения азимута $\Delta\varkappa_1$ (b) и эллиптичности p_1 (c) по апертурной координате Y в 1-м дифракционном порядке при различных параметрах поперечной термонеоднородности s^* (кривые 1 — 2; 2 — 5; 3 — 10) и АО-связи b^* (сплошные кривые — 1,6; штриховые — 5,1) для $\varphi = 45°$, $t^* = 0,5$

областей пучка E_1, а поляризация приосевой части $E_1(Y)$ остается практически линейной. С ростом параметра s^* на оси пучка E_1 поворот азимута $\Delta\kappa_1$ уменьшается, а в периферийных участках возрастает (кривые *1—3*, рис. 4, *a*, *b*). Неоднородность распределения $\Delta\kappa_1(Y)$ увеличивается при повышении АО-связи и для $s^* = 2 \div 10$ при $b^* = 1{,}5 \div 5$ составляет $10 \div 30°$. Максимальное изменение эллиптичности p_1 наблюдается для тех участков распределения $I_1(Y)$, где $\left|\frac{dI_1(Y)}{dY}\right| \to$ шах (см. кривые *3*, рис. 4, *a*, *c*), возрастает с повышением АО-связи b^* и достигает $\delta p_1 \simeq 0{,}3$ при $s^* \simeq 10$, $b^* \simeq 5$.

На рис. 5 приведены зависимости $I_0(X)$, $\Delta\kappa_0(X)$, $p_0(X)$ прошедшего светового пучка E_0 на выходе области АОВ для различных величин АО-связи b^* и параметра поперечной термонеоднородности s^*. Из рис. 5, *a* следует, что при $s^* \geq 2$ под влиянием поперечной термонеоднородности распределение $I_0(X)$ существенно трансформируется. Например, при $s^* \simeq 10$ (кривая *3*) термонеоднородность приводит к образованию двухпичковой структуры распределения $I_0(X)$, поляризация пичков является эллиптической, существенно неоднородной и различной (кривые *3*, рис. 5, *b*, *c*). Это объясняется изменением эффективности АОВ и фазовых соотношений между составляющими E_0^k по поперечной координате за счет пространственной зависимости локальной фазовой расстройки $\Delta K(i, z)$, приводящей к сужению области эффективного АОВ. Изменение азимута поляризации $\Delta\kappa_0$, как следует из рис. 5, *b*, характеризуется максимальной неоднородностью для координат приосевой части падающего пучка E^0, составляющей $30 \div 90°$ при $b^* = 1{,}5 \div 5$ и уменьшающейся с ростом s^*. Распределение эллиптичности $p_0(X)$, наоборот, минимально в данной области координат ($X \to 0$) и достигает максимума $p_0 = 0{,}2 \div 0{,}4$ вблизи локальных максимумов распределения интенсивности $I_0(X)$ (рис. 5, *a*, *c*, кривые *3*). С ростом термонеоднородности наблюдается сжатие масштаба зависимости $p_0(X)$ при сохранении общего вида. Это обусловлено увеличением $\frac{d\Delta K}{di} \propto s^*$, что приводит к более быстрым по поперечной координате изменениям в амплитудно-фазовой структуре составляющих $E_0^k(X)$. При увеличении АО-связи эллиптичность возрастает для тех участков $I_0(X)$, где $dI_0(X)/db^* < 0$, и убывает, где $dI_0(X)/db^* > 0$ (см. кривые *2*, рис. 5, *a*, *c*).

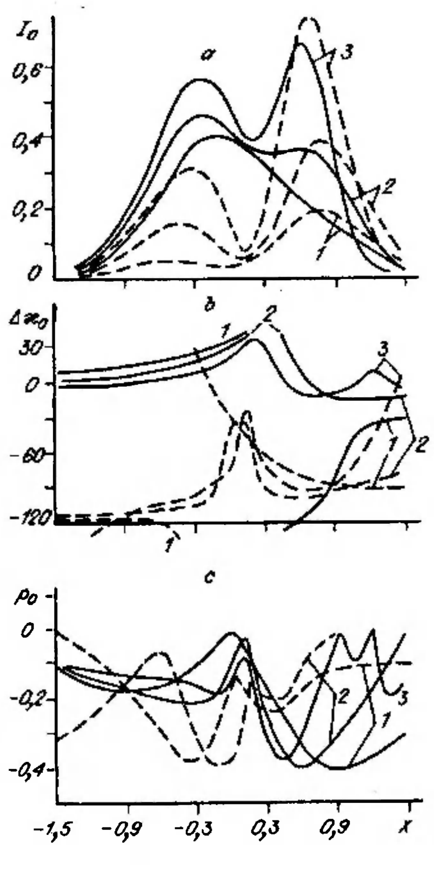


Рис. 5. Распределения интенсивности I_0 (*a*), изменения азимута $\Delta\kappa_0$ (*b*) и эллиптичности p_0 (*c*) по апертурной координате X в 0-м дифракционном порядке при различных параметрах поперечной термонеоднородности s^* (кривые *1* — 2; *2* — 5; *3* — 10) и АО-связи b^* (сплошные кривые — 1,6; штриховые — 5,1) для $\varphi = 45°$, $t^* = 0{,}5$

Таким образом, результаты аналитического и численного моделирования показывают, что температурнонаведенные оптические неоднородности при больших эффективностях дифракции приводят к существенным искажениям в амплитудной и поляризационной структурах дифракционного светового поля. Предложенная модель может быть использована при разработке и проектировании эффективных АО-модуляторов и дефлекторов с заданными требованиями на искажения амплитудно-фазовых и поляризационных характеристик.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Допустим, для определенности, что падающий световой пучок $\mathbf{E}^0$ является линейно-поляризованным и имеет гауссов амплитудный профиль:

$$E_k(\zeta_0) = (\mathbf{e}_0 \cdot \mathbf{e}_k^0)E^0 \exp[-(\zeta_0/W)^2], \tag{П1}$$

где E^0 — амплитуда; W — ширина апертуры; $\mathbf{e}_0 = \mathbf{e}_1^0\cos\varphi + \mathbf{e}_2^0\sin\varphi$; φ — азимут, отсчитываемый от оси $\mathbf{e}_1^0$. Тогда, выражая все величины в формулах (16), (17) через обобщенные параметры, характеризующие:

$$b_k^* = U_0LC_k/\sqrt{\cos\varphi_1\cos\varphi_0} = \frac{\pi}{\lambda_0}\sqrt{M_{2k}P_aL/2H}\,\mathrm{sgn}(\lambda_k)$$

— величину АО-связи, где $M_{2k} = \frac{\lambda_k^2}{n^2\rho v^3\cos\gamma}$ — экстремальные значения коэффициента АО-качества ($k = 1, 2$) [3, 4]; ρ — плотность кристалла; P_a — акустическая мощность; L, H — длина и ширина акустического пучка;

$$g^* = \frac{\sin(\varphi_0 + \varphi_1)}{2\cos\varphi_1}\frac{L}{W}$$

— геометрию АОВ и отношение расходимостей пучков $\mathbf{E}^0$ и $\mathbf{U}$; $s^* = sWL$ — поперечную составляющую $\mathrm{grad}T$; $t^* = [t/2]^{0,5}L$ — продольную составляющую $\mathrm{grad}T$; $\Delta K^* = \Delta K L$ — начальную фазовую расстройку; $Y = \eta/W\cos\varphi_1$, $X = \xi/W\cos\varphi_0$ — нормированные апертурные координаты, получим выражения для распределений ортогональных составляющих световых полей в 1-м дифракционном порядке ($k = 1, 2$):

$$E_1^k(Y) = -i0{,}5(\mathbf{e}_0 \cdot \mathbf{e}_k^0)E^0 b_k^* \int_{-1}^{+1} \exp[-(g^*(1 - y) - Y)^2]\Phi(A, 1;\ C(1 - y^2)) \times$$
$$\times \exp\left[i\left(-(1 - y)\frac{\Delta K^* - Ys^*}{2} - (1 - y)^2\frac{t^{*2} + s^*g^*}{4}\right)\right]dy \tag{П2}$$

— и в 0-м дифракционном порядке ($k = 1, 2$):

$$E_0^k(X) = \left\{\exp[-X^2] - \frac{b_k^{*2}}{4}\int_{-1}^{+1}\exp[-(X - g^*(1 - y))^2] \times\right.$$
$$\times \Phi(-A + 1{,}2;\ -C(1 - y^2))(1 + y) \times$$
$$\left.\times \exp\left[i\left((1 - y)\frac{\Delta K^* + Xs^*}{2} + (1 - y)^2\frac{t^{*2} - s^*g^*}{4}\right)\right]dy\right\}(\mathbf{e}_0 \cdot \mathbf{e}_k^0)E^0, \tag{П3}$$

где

$$A = \frac{-i}{2}b_k^{*2}\left[t^{*2} + s^*g^*\frac{\sin(\varphi_1 - \varphi_0)}{\sin(\varphi_1 + \varphi_0)}\right]^{-1}; \qquad C = \frac{-i}{2}\left[t^{*2} + s^*g^*\frac{\sin(\varphi_1 - \varphi_0)}{\sin(\varphi_1 + \varphi_0)}\right];$$

$$\varphi_1 + \varphi_0 = \begin{cases} 2\Theta_0 & \text{при } \gamma \le \Theta_0; \\ 2\gamma & \text{при } \gamma > \Theta_0; \end{cases} \qquad \varphi_1 - \varphi_0 = \begin{cases} \pm 2\gamma & \text{при } \gamma \le \Theta_0; \\ \pm 2\Theta_0 & \text{при } \gamma > \Theta_0, \end{cases}$$

причем знак «+» соответствует отклонению $\mathbf{q}_g$ от $\mathbf{q}$ вправо, а «–» — влево.

Соответствующие распределения азимутов κ_j, отсчитываемых от векторов $\mathbf{e}_1^j$, и эллиптичности p_j определим по формулам [15]:

$$\operatorname{tg} 2\kappa_j = \frac{2\operatorname{Re}\mu}{1 - |\mu|^2}; \qquad p_j^2 = \frac{1 - [1 + 4\operatorname{Im}^2\mu/(1 - |\mu|^2)^2]^{0,5}}{1 + [1 + 4\operatorname{Im}^2\mu/(1 - |\mu|^2)^2]^{0,5}}, \tag{П4}$$

где $\mu = E_j^2/E_j^1$; значения E_j^k вычисляются из (16), (17), (П2), (П3).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Балакший В. И., Парыгин В. Н., Чирков Л. В. Физические основы акустооптики.—М.: Радио и связь, 1985.
2. Белый В. Н., Кулак Г. В. Дифракция световых пучков произвольной поляризации на объемных акустических волнах // Применение АО-методов и устройств в промышленности.—Л., 1984.
3. Задорин А. С., Шарангович С. Н. Поляризационные характеристики акустооптического взаимодействия волновых пучков в оптически изотропных средах // Изв. вузов. Физика.—Деп. в ВИНИТИ 21.08.85, № 6219-85.
4. Задорин А. С., Шарангович С. Н. Преобразование корреляционных и поляризационных параметров светового излучения при акустооптическом взаимодействии в оптически изотропных средах // Оптика и спектроскопия.—1990.—69.—Вып. 1.
5. Eschler Hans. Performance limits of acoustooptic light deflector due to thermal effects // Appl. Phys.—1976.—9, N 2.—P. 289.
6. Магдич Л. Н., Молчанов В. Я. Тепловые искажения поля дифрагированного излучения в акустооптических модуляторах // ЖТФ.—1978.—48, № 12.
7. Fox A. J. Thermal design for germanium acoustooptic modulators // Appl. Opt.—1987.—26.—P. 872.
8. Коваленко Е. С., Романов С. И. Дифракция света на ультразвуковых волнах в оптически неоднородной анизотропной среде // Межвуз. сб. науч. тр. ЛИАП.—Л., 1987.—Вып. 140.
9. Симаков А. Н., Тавасиев А. Ф., Калухов В. А., Торгашин А. Н. Исследование тепловых потерь в акустооптических устройствах // Акустооптические устройства.—Л., 1989.
10. Белянин Ю. П., Меньшиков В. В. и др. Метод расчета брэгговской дифракции света на ультразвуке в среде с тепловыми возмущениями показателя преломления.—Харьков, 1987.—Деп. в Укр. НИИЦНТИ 13.01.87, № ГАСНТИ 27419.
11. Moharam M. G., Gaylord T. K., Magnisson R. Bragg diffraction of finite beams by thick gratings // JOSA.—1980.—70, N 3.—P. 300.
12. Кушнарев И. Н., Шарангович С. Н. Акустоэлектрооптическое взаимодействие в кристаллах с электроиндуцированной неоднородностью // ЖТФ.—1992.—62.—Вып. 1.
13. Никифоров А. Ф., Уваров В. Б. Специальные функции математической физики.—М.: Наука, 1984.
14. Курант Р. Уравнения с частными производными.—М.: Мир, 1964.
15. Федоров Ф. И. Оптика анизотропных сред.—Минск, 1958.

Поступила в редакцию 6 июня 1992 г.