РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ

АВТОМЕТРИЯ

№ 1 1994

УДК 535.42 : 534.8

С. Н. Шарангович

(Томск)

ДИФРАКЦИЯ СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ НА УЛЬТРАЗВУКЕ В ГИРОТРОПНЫХ КУБИЧЕСКИХ КРИСТАЛЛАХ

Исследована брэгговская дифракция световых пучков на ультразвуке в гиротропных кубических кристаллах при сильном акустооптическом взаимодействии. Сформулированы векторно-матричные уравнения связанных волн в частных производных относительно пространственных распределений световых пучков. Получены их аналитические решения на выходе и в дальней зоне области взаимодействия. Изучено преобразование амплитудных и поляризационных распределений по апертурам световых пучков в ближней зоне при больших эффективностях дифракции.

Введение. Широкое практическое использование акустооптического взаимодействия (АОВ) световых и акустических волн в кристаллах в устройствах оптической обработки информации и физических исследованиях обусловливает необходимость построения математических моделей АОВ с учетом реальной пространственно-временной и поляризационной структуры взаимодействующих полей, а также анизотропных и гиротропных свойств кристаллов. Для гиротропных кубических кристаллов к настоящему времени разработаны достаточно полные теоретические модели дифракции света на ультразвуке в случае слабого АОВ [1, 3—5]. В условиях больших эффективностей дифракции исследования АОВ световых пучков выполнены в [2] для специальных геометрий дифракции, связанных с экстремальными значениями эффективных фотоупругих постоянных, а в [6, 7] — в плосковолновом приближении для световых волн.

В данной работе построена теоретическая модель брэгговской дифракции световых пучков в гиротропных кубических кристаллах, основанная на аналитических решениях векторно-матричных уравнений связанных волн в частных производных и позволяющая определить пространственные распределения световых полей и их поляризационных параметров на выходе и в дальней зоне области взаимодействия для произвольных геометрий, режимов и эффективностей дифракции.

Общие уравнения. Рассмотрим брэгговское АОВ световых пучков E_0, E_1 в прозрачном, гиротропном кубическом кристалле. Геометрия АОВ показана на рис. 1. Область АОВ будем считать ограниченной плоскостями $\Gamma\mathrm{r} = 0$ и $\Gamma\mathrm{r} = L$, аппроксимирующими границы монохроматического, слаборасходящегося звукового пучка $\mathrm{U}(\mathrm{r}, t)$. В отношении акустических свойств кубические кристаллы являются анизотроп-

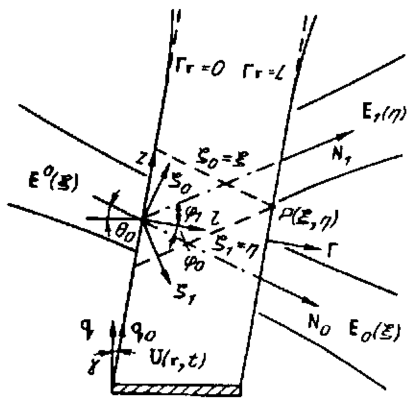


Рис. 1. Геометрия дифракции и координатные системы

ными. Поэтому в общем случае волновая нормаль q пучка U в плоскости АОВ может составлять угол γ с групповой нормалью $\mathbf{q}_g$, причем $\Gamma \mathbf{q}_g = 0$.

Возмущение диэлектрической проницаемости кристалла $\hat{\varepsilon}$ в поле $\mathbf{U}(\mathbf{r}, t)$ на величину $\Delta\hat{\varepsilon}_a$ будем считать малым по отношению к ε_0 и представим в линейном приближении:

$$\hat{\varepsilon}(\mathbf{r}, t) = \hat{\varepsilon}_0 + \Delta\hat{\varepsilon}_a = \hat{\varepsilon}_0 + \frac{1}{2}\left[\Delta\hat{\varepsilon} U_m(\mathbf{r}) \exp[i(\Omega_0 t - \mathbf{K}_0 \mathbf{r})] + \text{к.с.}\right]. \tag{1}$$

Здесь $\hat{\varepsilon}_0 = n^2 \hat{I}$; n — показатель преломления, $\hat{I}$ — единичный тензор второго ранга; $\mathbf{K}_0 = \mathbf{q}\Omega_0/\mathrm{v}$; Ω_0, v, $U_m(\mathbf{r})$ — центральная частота, скорость и распределение амплитуды $\mathbf{U}(\mathbf{r}, t)$; $\Delta\hat{\varepsilon}$ — величина возмущения $\hat{\varepsilon}_0$ в поле U единичной амплитуды.

Дифракционное поле E в области АОВ должно удовлетворять волновому уравнению гиротропного кубического кристалла [8]

$$\mathrm{rotrot}\mathbf{E} = -c^{-2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left\{\hat{\varepsilon}\mathbf{E} + 2\alpha \mathrm{rot}\mathbf{E} + \alpha^2 \mathrm{rotrot}\mathbf{E}\right\}, \tag{2}$$

где величина α связана с параметром гирации $\gamma_0 = \alpha k_0$, $k_0 = \omega_0/c$.

Решение уравнения (2) будем искать в виде суммы локально-плоских пучков нулевого $\mathbf{E}_0$ и первого $\mathbf{E}_1$ дифракционных порядков

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \sum_{j=0}^{1} \mathbf{E}_j = \frac{1}{2}\left\{\sum_{j=0}^{1} \sum_{k=\pm} \mathbf{e}_k^j E_j^k(\mathbf{r}) \exp[i(\omega_j t - \mathbf{k}_j^k \mathbf{r})] + \text{к.с.}\right\} \tag{3}$$

с медленно меняющимися в области АОВ пространственными распределениями амплитуд $E_j^{\pm}(\mathbf{r})$, волновыми векторами $\mathbf{k}_j^{\pm} = \mathbf{N}_j k_0(n \pm \gamma_0)$, частотами $\omega_1 = \omega_0 + \Omega_0$. Каждый из пучков в (3) представлен разложением по собственным циркулярно-поляризованным волнам гиротропной среды с амплитудными профилями $E_j^{\pm}(\mathbf{r})$, циркулярными векторами поляризации

$$\mathbf{e}_+^j = (\mathbf{e}_1^j + i\mathbf{e}_2^j)/\sqrt{2}, \qquad \mathbf{e}_-^j = (\mathbf{e}_1^j - i\mathbf{e}_2^j)/\sqrt{2} \tag{4}$$

в соответствующих ортонормированных, круговых базисах $(\mathbf{e}_+^j, \mathbf{e}_-^j, \mathbf{N}_j)$, образованных волновыми нормалями $\mathbf{N}_j$ и векторами $\mathbf{e}_-^j$, $\mathbf{e}_+^j$. Единичные векторы $\mathbf{e}_1^j$, $\mathbf{e}_2^j$ в (4), лежащие в плоскостях поляризации пучков $\mathbf{E}_j$ $\mathbf{N}_j\mathbf{r} = \mathrm{const}$, совместим по направлению с собственными векторами планальных тензоров $(i, j = 0, 1)$ [1—4]:

$$\Delta\hat{\varepsilon}_j = (\hat{I} - \mathbf{N}_j\mathbf{N}_j)\Delta\hat{\varepsilon}(\hat{I} - \mathbf{N}_i\mathbf{N}_i)\Delta\hat{\varepsilon}(\hat{I} - \mathbf{N}_j\mathbf{N}_j) \qquad (j \neq i), \tag{5}$$

т. е. с осями возмущенного полем U тензора диэлектрической проницаемости $\hat{\varepsilon}$ кубического кристалла в сечениях $\mathbf{N}_j\mathbf{r} = \mathrm{const}$.

Тогда, подставляя (1), (3) в (2), учитывая, что [1, 2]

$$(\mathbf{e}_\pm^{1*} \Delta\hat{\varepsilon}\, \mathbf{e}_\pm^0) = (\lambda_1 + \lambda_2)/2, \qquad (\mathbf{e}_\pm^{0*} \Delta\hat{\varepsilon}\, \mathbf{e}_\mp^1) = (\lambda_1 - \lambda_2)/2$$

(λ_k связаны с собственными числами тензоров $\Delta\hat{\varepsilon}_j$: $|\lambda_k| = (\mathbf{e}_k^j \Delta\hat{\varepsilon}_j \mathbf{e}_k^j)^{0,5}$ $(k = 1, 2)$), и ограничиваясь членами первого порядка малости по α, получим систему уравнений, связывающую в области АОВ амплитудные профили световых полей $E_0^{\pm}(\mathbf{r})$ и $E_1^{\pm}(\mathbf{r})$:

$$\nu_0 \frac{\partial}{\partial l} E_0^+ + \eta_0 \frac{\partial}{\partial z} E_0^+ = -iU_m^*(l, z)\left\{C_n^+ E_1^+ + C_a^+ E_1^- \exp[i\rho l]\right\} \exp[i\Delta K l],$$

$$\nu_0 \frac{\partial}{\partial l} E_0^- + \eta_0 \frac{\partial}{\partial z} E_0^- = -iU_m^*(l, z)\left\{C_n^- E_1^- + C_a^- E_1^+ \exp[-i\rho l]\right\} \exp[i\Delta K l], \tag{6}$$

$$\nu_1 \frac{\partial}{\partial l} E_1^+ + \eta_1 \frac{\partial}{\partial z} E_1^+ = -iU_m(l, z)\left\{C_n^+ E_0^+ + C_a^+ E_0^- \exp[i\rho l]\right\}\exp[-i\Delta K l],$$

$$\nu_1 \frac{\partial}{\partial l} E_1^- + \eta_1 \frac{\partial}{\partial z} E_1^- = -iU_m(l, z)\left\{C_n^- E_0^- + C_a^- E_0^+ \exp[-i\rho l]\right\}\exp[-i\Delta K l],$$

где l, z — координаты вдоль составляющих $\mathbf{r} = l\boldsymbol{\Gamma} + z\mathbf{q}_g$ в плоскости дифракции; $\nu_j = \cos\varphi_j$, $\eta_j = (-1)^j \sin\varphi_j$; $\varphi_j = \theta_0 + (-1)^j \gamma$ — углы между нормалями $\mathbf{N}_j$ и $\boldsymbol{\Gamma}$ (см. рис. 1); θ_0 — угол падения, отсчитываемый между фронтом пучка $\mathbf{U}$ и волновой нормалью $\mathbf{N}_0$ падающего светового пучка $\mathbf{E}^0$;

$$C_n^{\pm} = \frac{k_0}{8}\left(\frac{\lambda_1 + \lambda_2}{n \pm 2\gamma_0}\right), \qquad C_a^{\pm} = \frac{k_0}{8}\left(\frac{\lambda_1 - \lambda_2}{n \pm 2\gamma_0}\right) \tag{7}$$

— коэффициенты АО-связи, соответственно характеризующие нормальный и аномальный дифракционные процессы [1—4]; $\rho = 2k_0\gamma_0/\cos\varphi_0$ — фазовая расстройка, обусловленная циркулярным двупреломлением; $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ — волновое число света в вакууме; ΔK — фазовая расстройка, вызванная отклонением $\Delta\theta$ угла падения θ_0 от угла Брэгга $\theta_B \simeq \frac{\lambda_0 f_0}{2vn}$ и частоты ультразвука f от f_0:

$$\Delta K = \frac{k_0 n \sin 2\theta_B}{\cos(\theta_B - \gamma)}\Delta\theta + \frac{2\pi \sin\theta_B}{v\cos(\theta_B - \gamma)}\Delta f.$$

Полученную систему уравнений (6) дополним граничными условиями для взаимодействующих световых полей:

$$E_0^{\pm}(l = 0, z) = E_{\pm}(z), \qquad E_1^{\pm}(l = 0, z) = 0, \tag{8}$$

где $E_{\pm}(z) = (\mathbf{e}_0\mathbf{e}_{\pm}^0)\mathbf{E}^0(z)$ — циркулярные составляющие падающего пучка $\mathbf{E}^0$ с пространственным распределением амплитуды $E^0(z)$ на входной границе области АОВ ($\Gamma\mathbf{r} = 0$) и произвольным состоянием поляризации, заданным комплексным вектором $\mathbf{e}_0$.

Аналитические решения. Для нахождения общего решения системы (6) допустим, что пучок $\mathbf{U}$ имеет однородное распределение $U(l, z) = U_0$ при $0 < l < L$, где U_0 — амплитуда, и воспользуемся векторно-матричными методами [9].

Для этого определим векторные функции $\mathbf{A}_1(l, z)$ и $\mathbf{A}_0(l, z)$, компоненты которых связаны с амплитудными распределениями циркулярных составляющих $E_j^{\pm}(l, z)$, в виде

$$\mathbf{A}_j = \begin{bmatrix} A_j^- \\ A_j^+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_j^- \exp[+i\rho l/2] \\ E_j^+ \exp[-i\rho l/2] \end{bmatrix} \exp\left[i\,\frac{\Delta K(z - \eta_j l/\nu_j)}{\eta_0/\nu_0 - \eta_1/\nu_1}\right] \tag{9}$$

и перейдем в апертурную координатную систему (ζ_0, ζ_1):

$$\zeta_0 = -\eta_0 l + \nu_0 z, \qquad \zeta_1 = \eta_1 l - \nu_1 z, \tag{10}$$

координаты ζ_j которой отсчитываются вдоль осей, перпендикулярных нормалям $\mathbf{N}_j$ пучков $\mathbf{E}_j$ (см. рис. 1).

Тогда систему (6) можно привести к двум связанным векторно-матричным уравнениям, записанным в канонической форме:

$$\frac{\partial \mathbf{A}_0(\zeta_0, \zeta_1)}{\partial \zeta_1} = \hat{C}\mathbf{A}_1(\zeta_0, \zeta_1) + \hat{P}_0\mathbf{A}_0(\zeta_0, \zeta_1), \tag{11}$$

$$\frac{\partial \mathbf{A}_1(\zeta_0,\zeta_1)}{\partial \zeta_0} = \hat{C}\mathbf{A}_0(\zeta_0,\zeta_1) + \hat{P}_1\mathbf{A}_1(\zeta_0,\zeta_1).$$

Здесь матрицы $\hat{C}$, $\hat{P}_j$ с учетом (7) и $n \gg \gamma_0$ имеют вид

$$\hat{C} = -\frac{iU_0}{\sin(\varphi_0+\varphi_1)}\begin{bmatrix} C_n & C_a \\ C_a & C_n \end{bmatrix}, \quad \hat{P}_j = \frac{i\rho}{2\sin(\varphi_0+\varphi_1)}\begin{bmatrix} \nu_j & 0 \\ 0 & -\nu_j \end{bmatrix}, \tag{12}$$

где $C_n = k_0(\lambda_1+\lambda_2)/8n \simeq C_n^*$, $C_a = k_0(\lambda_1-\lambda_2)/8n \simeq C_a^*$.

Соответственно граничные условия для решения системы (11) с учетом (9), (10) задаются в координатах ζ_0, ζ_1 на кривой $C\left(\zeta_0 = -\frac{\nu_0}{\nu_1}\zeta_1\right)$ в следующем виде:

$$\mathbf{A}_1\Big|_c = 0, \quad \frac{\partial \mathbf{A}_1}{\partial \zeta_0}\Big|_c = \hat{C}\mathbf{E}\left(\frac{\zeta_0}{\nu_0}\right)\exp\left[i\frac{\Delta K\zeta_0\nu_1}{\eta_0\nu_1-\eta_1\nu_0}\right] \tag{13а}$$

и

$$\mathbf{A}_0\Big|_c = \mathbf{E}\left(\frac{\zeta_0}{\nu_0}\right)\exp\left[i\frac{\Delta K\zeta_0\nu_1}{\eta_0\nu_1-\eta_1\nu_0}\right], \quad \frac{\partial \mathbf{A}_0}{\partial \zeta_1}\Big|_c = \hat{P}_0\mathbf{E}\left(\frac{\zeta_0}{\nu_0}\right)\exp\left[i\frac{\Delta K\zeta_0\nu_1}{\eta_0\nu_1-\eta_1\nu_0}\right], \tag{13б}$$

где $\mathbf{E}\left(\frac{\zeta_0}{\nu_0}\right) = \left[E_-\left(\frac{\zeta_0}{\nu_0}\right), E_+\left(\frac{\zeta_0}{\nu_0}\right)\right]^T$ — вектор-столбец граничных условий (8).

Далее, разрешая систему (11) относительно $\mathbf{A}_1$:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{A}_1}{\partial\zeta_0\partial\zeta_1} + \hat{M}\frac{\partial \mathbf{A}_1}{\partial\zeta_0} + \hat{K}\frac{\partial \mathbf{A}_1}{\partial\zeta_1} + \hat{N}\mathbf{A}_1 = 0, \tag{14}$$

где

$$\hat{N} = -\hat{C}(\hat{C} - \hat{P}_0\hat{C}^{-1}\hat{P}_1), \quad \hat{M} = -\hat{C}\hat{P}_0\hat{C}^{-1}, \quad \hat{K} = -\hat{P}_1, \tag{15}$$

и применяя к полученному уравнению матричные методы интегрирования [9], найдем амплитудно-фазовое распределение дифрагированного векторного поля E_1 на выходной границе области АОВ (Гг $= L$), которая в апертурной системе координат (ζ_0, ζ_1) согласно (10) задается уравнением $\xi = 2\delta - \frac{\nu_1}{\nu_0}\eta$, где (ξ, η) — координаты точки P, через которую проходят характеристики уравнений (14) $\zeta_1 = \eta$, $\zeta_0 = \xi$ (см. рис. 1). В результате с учетом (9) и граничных условий (13а) решение векторно-матричного уравнения (14) записывается в виде

$$\mathbf{E}_1(\eta) = \delta\hat{B}\int_{-1}^{+1}\exp\left[-i\frac{\Delta KL}{2}(1-y)\right]\exp\left[-\hat{M}\delta\frac{\nu_1}{\nu_0}(1-y) - \hat{K}\delta(1+y)\right] \times$$
$$\times J_0\left[2\delta\sqrt{(\hat{N}-\hat{M}\hat{K})(1-y^2)}\right]\hat{C}\mathbf{E}\left(\frac{\delta(1-y)}{\nu_0} - \frac{\eta}{\nu_1}\right)dy. \tag{16}$$

Здесь и далее под функциями от матриц будем понимать функции, определенные на спектрах входящих в них матриц [9]; $\delta = \frac{L\sin(\varphi_0+\varphi_1)}{2\cos\varphi_1}$; $\hat{B} = \left[\exp\left[-\frac{i\rho L}{2}\right], \exp\left[+\frac{i\rho L}{2}\right]\right]^T$; $J_0[x]$ — функция Бесселя нулевого порядка.

Аналогично находится решение системы (11), удовлетворяющее граничным условиям (13б) и определяющее пространственное распределение светового поля E_0 в нулевом дифракционном порядке на выходе области АОВ:

$$\mathbf{E}_0(\xi) = \hat{B}\exp\left[-2\delta\frac{\nu_1}{\nu_0}\hat{K}\right]\mathbf{E}\left(\frac{\xi}{\nu_0}\right) - \delta\sqrt{\nu_1/\nu_0}\,\hat{B}\int_{-1}^{+1}\sqrt{(1+y)/(1-y)}\ \times$$

$$\times \exp\left[i\frac{\Delta KL}{2}(1-y)\right]\exp\left[-\hat{K}\delta\frac{\nu_1}{\nu_0}(1+y)-\hat{M}\delta(1-y)\right]\sqrt{\hat{N}-\hat{K}\hat{M}}\times$$

$$\times J_1\left[2\delta\sqrt{(\hat{N}-\hat{K}\hat{M})(1-y^2)}\right]\mathrm{E}\left(\frac{\xi}{\nu_0}-\frac{\delta(1-y)}{\nu_0}\right)dy, \qquad (17)$$

где $\hat{N} = -\hat{C}(\hat{C}-\hat{P}_1\hat{C}^{-1}\hat{P}_0)$; $\hat{M} = -\hat{C}\hat{P}_1\hat{C}^{-1}$; $\hat{K} = -\hat{P}_0$; $J_1[x]$ — функция Бесселя первого порядка.

Полученные решения (16), (17) полностью определяют пространственные распределения векторных амплитуд и состояние поляризации световых пучков $\mathrm{E}_0(\xi)$, $\mathrm{E}_1(\eta)$ на выходной границе и в ближней зоне области АОВ при произвольных эффективностях, геометриях дифракции с учетом фазовых расстроек, обусловленных гиротропией кристалла, анизотропии его упругих свойств, а также одновременного протекания при C_n, $C_a \neq 0$ связанных между собой двух нормальных и двух аномальных дифракционных процессов.

Для проведения практических расчетов и анализа решений (16), (17) необходимо вычислить входящие в них функции от матриц в явном виде. Для этого воспользуемся теоремой Гамильтона — Кэли и разложением Лагранжа — Сильвестра [9]. Опуская громоздкие преобразования, запишем окончательный результат:

$$\mathrm{E}_1(\eta) = -i\hat{A}_1\hat{B}\int_{-1}^{+1}\exp\left[-i\frac{\Delta KL}{2}(1-y)\right]\hat{R}_1(y)\mathrm{E}\left(\frac{\delta(1-y)}{\nu_0}-\frac{\eta}{\nu_1}\right)dy,$$

$$\mathrm{E}_0(\xi) = \hat{A}_0\mathrm{E}\left(\frac{\xi}{\nu_0}\right) - \hat{A}_0\hat{B}\int_{-1}^{+1}\sqrt{(1+y)/(1-y)}\times \qquad (18)$$

$$\times \exp\left[i\frac{\Delta KL}{2}(1-y)\right]\hat{R}_0(y)\mathrm{E}\left(\frac{\xi}{\nu_0}-\frac{\delta(1-y)}{\nu_0}\right)dy.$$

Здесь с учетом результатов [1, 2] введены обозначения:

$$\hat{R}_j(y) = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} b_nR_2 + b_aR_3 & b_aR_2 + b_nR_3 \\ b_nR_3^* + b_aR_2^* & b_aR_3^* + b_nR_2^* \end{bmatrix}, \qquad j = 0, 1;$$

$$R_2 = a_1b_j^+ - a_2b_j^-, \qquad R_3 = a_1b_j^- - a_2b_j^+, \qquad j = 0, 1;$$

$$b_j^{\pm} = \frac{1}{2}\left\{J_{1-j}[(b_n+b_a)\sqrt{1-y^2}\,] \pm J_{1-j}[(b_n-b_a)\sqrt{1-y^2}\,]\right\};$$

$$(19)$$

$$a_1 = \cos\left[\frac{\rho L}{2}\left(\frac{b}{b_n^2-b_a^2}\right)\right] + i\frac{b_n^2-yb_a^2}{b}\sin\left[\frac{\rho L}{2}\left(\frac{b}{b_n^2-b_a^2}\right)\right];$$

$$a_2 = i\frac{b_nb_a}{b}(1-y)\sin\left[\frac{\rho L}{2}\left(\frac{b}{b_n^2-b_a^2}\right)\right]; \qquad b = [(b_n^2-yb_a^2)^2 - b_n^2b_a^2(1-y)^2]^{0,5};$$

$$b_{n,a} = \frac{U_0LC_{n,a}}{(\cos\varphi_1\cdot\cos\varphi_0)^{0,5}} = \frac{\pi}{\lambda_0}\left[\frac{M_{2n,a}P_aL}{2H}\right]^{0,5};$$

M_{2n}, M_{2a} — коэффициенты акустооптического качества нормального и аномального дифракционных процессов [1]; P_a — акустическая мощность; H — высота акустического пучка U;

$$\hat{A}_j = \begin{bmatrix} \exp[ik_0\gamma_0L/\cos\varphi_j] & 0 \\ 0 & \exp[-ik_0\gamma_0L/\cos\varphi_j] \end{bmatrix}\exp[-ik_0nL/\cos\varphi_j]$$

— круговые матрицы, описывающие вращение плоскости поляризации световых волн $\mathbf{E}_j$ в невозмущенном гиротропном кристалле [2] толщиной L.

Распределение дифракционных полей $\mathbf{E}_0$, $\mathbf{E}_1$ в дальней зоне, как известно, совпадает со структурой их угловых спектров. Поэтому, применяя к (18) обратное преобразование Фурье по апертурным координатам, получим выражения, связывающие угловые спектры в первом $\mathbf{E}_1(\theta)$ и нулевом $\mathbf{E}_0(\theta)$ дифракционных порядках на выходе области АОВ с угловым спектром $\mathbf{E}(\theta)$ падающего светового пучка:

$$\mathbf{E}_1(\theta) = \hat{A}_1\hat{T}_1(L, \theta)\mathbf{E}(\theta), \qquad \mathbf{E}_0(\theta) = \hat{A}_0\hat{T}_0(L, \theta)\mathbf{E}(\theta), \tag{20}$$

где

$$\mathbf{E}(\theta) = \int\limits_{+\infty}^{-\infty} \mathbf{E}(\xi)\exp[ik_0n\xi\theta]d\xi;$$

θ — угол наклона плосковолновых составляющих спектров $\mathbf{E}_j(\theta)$ относительно нормалей $\mathbf{N}_j$ в плоскости дифракции; $\hat{T}_j(\theta)$ — матричные передаточные функции возмущенного пучком U слоя гиротропного кристалла, описывающие АОВ:

$$\hat{T}_1(L, \theta) = -i\hat{B}\int\limits_{-1}^{+1} \exp\left[-i\left(\frac{\Delta KL}{2} + k_0n\delta\theta\right)(1 - y)\right]\hat{R}_1(y)dy,$$

$$\hat{T}_0(L, \theta) = \hat{I} - \hat{B}\int\limits_{-1}^{+1} \sqrt{(1 + y)/(1 - y)}\exp\left[i\left(\frac{\Delta KL}{2} + k_0n\delta\frac{\nu_1}{\nu_0}\theta\right)(1 - y)\right]\hat{R}_0(y)dy, \tag{21}$$

где функции $\hat{R}_j(y)$ определены соотношениями (19).

Полученные аналитические решения (18), (20) имеют сложный вид. В ряде частных случаев, например при нормальном или аномальном АОВ с экстремальной АО-связью, формулы (18), (21) существенно упрощаются и переходят в известные [4]. В общем случае анализ преобразования параметров световых пучков при АОВ в гиротропной среде может быть проведен путем численного моделирования по формулам (18), (20).

Численный расчет. На основе полученных решений (18) были исследованы зависимости интегральной дифракционной эффективности

$$\eta_d = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{E}_1^+(\eta)\mathbf{E}_1(\eta)d\eta \Big/ \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{E}^+(\xi)\mathbf{E}(\xi)d\xi$$

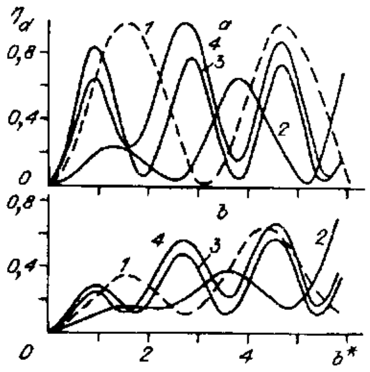
(здесь знаком «+» помечены эрмитово-сопряженные величины) и поляризационных параметров (азимут κ_1 и эллиптичность p_1) пучка $\mathbf{E}_1$ для нормального ($M_n \neq 0$, $M_a = 0$), аномального ($M_n = 0$, $M_a \neq 0$) и смешанного (M_n, $M_a \neq 0$) режимов АОВ от АО-связи, геометрических параметров световых и акустической волн, величины параметра гирации γ_0.

В расчетах полагалось, что световой пучок $\mathbf{E}^0(\xi)$ имеет гауссово распределение с апертурой W, линейную поляризацию с азимутом φ и падает под углом θ_B на акустическую волну в кристалле $Bi_{12}SiO_{20}$ в плоскости, образованной осью [001] и нормалью $\mathbf{q}$. При этом нормальное АОВ в кристалле $Bi_{12}SiO_{20}$ реализуется на продольной акустической волне с $\mathbf{q}$ = [111], аномальное — на медленной сдвиговой волне с $\mathbf{q}$ = [111], смешанное — на быстрой сдвиговой волне с $\mathbf{q}$ = [0,94; 0,34; 0] ($M_a/M_n = 0{,}5$).

Результаты расчета приведены на рис. 2, 3 в параметрах, характеризующих АО-связь $b^* = \max\{b_n, b_a\}$, отношение расходимостей пучков $\mathbf{E}^0$, $\mathbf{U}$ и геометрию АОВ $g^* = (\sin(\varphi_0 + \varphi_1)/2\cos\varphi_1)(L/W)$, гиротропные свойства $\rho^* = k_0\gamma_0L$, через которые представляются все величины в (18).

Рис. 2. Зависимости эффективности дифракции η_d от АО–связи b^* при малой $g^* = 0{,}1$ (*a*) и большой $g^* = 3$ (*b*) расходимости падающего светового пучка для различных режимов АОВ:

$M_a = 0$ или $M_n = 0$, $\rho^* < 0{,}1$ (*1*); $M_a/M_n = 100$, $\rho^* = 1$, $\varphi = 30°$ (*2*); $M_a/M_n = 0{,}5$, $\rho^* = 0{,}5$, $\varphi = 0°$ (*3*); $M_a/M_n = 0{,}5$, $\rho^* = 5$, $\varphi = 0°$ (*4*)



Отметим основные особенности влияния гиротропии на дифракционную эффективность АОВ. В условиях нормального АОВ при любых g^* (т. е. соотношениях расходимостей света и звука) зависимость $\eta_d(b^*)$, как следует из (18), не зависит от ρ^* и имеет известный периодически осциллирующий характер (кривые *1*, рис. 2). Такой же вид имеет $\eta_d(b^*)$ в условиях аномального АОВ только при $\rho^* < 0{,}1$.

С ростом ρ^* при аномальном АОВ наблюдается уменьшение дифракционной эффективности и периода осцилляций зависимости $\eta_d(b^*)$ (кривые *2*, рис. 2). Это обусловлено тем, что по крайней мере один из двух одновременно протекающих аномальных дифракционных процессов происходит в условиях фазовой расстройки $\Delta K \simeq \rho^*/L$, приводящей к уменьшению длины когерентного взаимодействия световых пучков в области АОВ. В случае смешанного АОВ, как следует из сравнения кривых *1* и *3*, *4* на рис. 2, в области $b^* \leq 1$ наблюдается увеличение эффективности дифракции. Причем с ростом ρ^* происходит уменьшение скорости возрастания $d\eta_d/db^*$ и локальных максимумов $\eta_{d\max}(b^*)$, а также увеличение локальных минимумов $\eta_{d\min}(b^*)$. Данные особенности связаны с тем, что формирование циркулярных составляющих дифрагированного пучка происходит за счет когерентного суммирования амплитудно-фазовых распределений парциальных световых волн, которые образуются при нормальном и аномальном процессах рассеяния и в общем случае различны.

Для другого крайнего случая АОВ, когда расходимость падающего света превышает расходимость звука ($g^* > 1$), зависимости $\eta_d(b^*)$ показаны на рис. 2, *b*. Видно, что отмеченные выше закономерности в поведении зависимостей $\eta_d(b^*, \rho^*, M_{a,n})$ в целом сохраняются. Поэтому можно сделать практический вывод, что в режиме смешанного АОВ подбором параметров $M_{a,n}$, ρ^* в диапазоне значений АО-связи $b^* < 1$ можно достичь существенного увеличения эффективности дифракции (например, как видно из сравнения кривых *1*, *4* на рис. 2, *b*, в 2 раза).

Как показывает анализ (18), в ближней зоне в условиях нормального АОВ изменения в пространственной структуре $I_1(\eta)$ с ростом b^* при любых g^*, ρ^* совпадают с аналогичными зависимостями при АОВ в негиротропных кубических кристаллах, распределение азимута $\kappa_1(\eta)$ однородно, не зависит от АО-связи b^* и равно $\kappa_1 = \varphi + \rho^*$.

Более существенно влияние гиротропии на распределения поляризационных параметров κ_1, p_1 и интенсивности $I_1 = = |E_1^+|^2 + |E_1^-|^2$ при аномальном и смешанном АОВ, пространственные зависимости которых для случая $g^* = 3$ при разной АО-связи b^* представлены на рис. 3. Расчеты показывают, что с увеличением параметра ρ^* при аномальном АОВ распределение $I_1(\eta)$ становится асимметричным (кривая *1* на рис. 3, *a*). Причем с ростом АО-связи b^* центральный максимум $I_1(\eta)$, изменяясь по амплитуде, смещается по апертурной координате η. Распределение приращения азимута $\Delta\kappa_1(\eta) = \kappa_1 - \varphi$ для этого случая показано на рис. 3, *b* (кривая *1*) и харак-

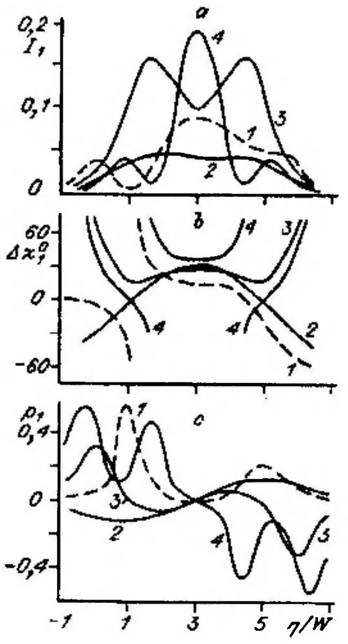


Рис. 3. Распределения интенсивности I_1 (a), изменения азимута $\Delta\varkappa_1$ (b) и эллиптичности p_1 (c) по апертурной координате η в 1-м дифракционном порядке при аномальном ($M_a/M_n = 100, \rho^* = 1, \varphi = 30°$) (кривые *1*) и смешанном ($M_a/M_n = 0{,}5, \rho^* = 5, \varphi = 0°$) (кривые *2—4*) режимах дифракции для различных значений АО-связи: $b^* = 2{,}9$ (*1*), $0{,}5$ (*2*), $2{,}9$ (*3*), $5{,}7$(*4*) при $g^* = 3$

теризуется существенной неоднородностью в пределах апертуры пучка E_1, составляющей $\simeq 60°$. Следует отметить, что при $\Delta K^* = 0$ в ближней зоне области АОВ изменения эллиптичности дифрагированного пучка при любых эффективностях и режимах дифракции практически не происходит. В условиях, когда начальная фазовая расстройка $\Delta K'(\Delta\theta, f) \neq 0$, например, вследствие изменения частоты ультразвука f (см. (6)), дифрагированный пучок становится эллиптически поляризованным (рис. 3, c, кривая *1*) с изменяющимся по апертуре состоянием поляризации.

Для смешанного АОВ динамика изменения пространственного профиля $I_1(\eta)$ в условиях сильной АО-связи ($b^* \geq 0{,}5$) представлена кривыми *2—4* на рис. 3, a. Видно, что $I_1(\eta)$ сохраняет в отличие от аномального АОВ симметричную структуру, которая с ростом АО-связи последовательно трансформируется в двух- и трехпичковую структуру. Причем брэгговский максимум является при $\Delta K^* = 0$ линейно-поляризованным и имеет неоднородное распределение азимута $\varkappa_1$, а его ширина с ростом b^* приближается к ширине падающего пучка E^0 (кривая *4*, рис. 3, a). Физической причиной этого, очевидно, является локализация области эффективного энергообмена нормальных дифракционных процессов, которая становится меньше длины области АОВ и приближается к длине когерентного взаимодействия аномальных процессов. Следует отметить, что неоднородность азимута $\varkappa_1$ минимальна в приосевой части пучка $\mathbf{E}_1$, максимальна для периферийных участков и возрастает при увеличении АО-связи b^* (кривые *2—4*, рис. 3, b).

В условиях фазовых расстроек зависимости распределений $I_1(\eta)$, $\Delta\varkappa_1(\eta)$ от b^* при смешанном АОВ для $\Delta K^* = 3$ практически совпадают с кривыми *2—4* на рис. 3, a, b, а зависимости эллиптичности $p_1(\eta, b^*)$ показаны на рис. 3, b (кривые *2—4*). Видно, что в отличие от подобных зависимостей для аномального АОВ (кривые *4* на рис. 3) распределения I_1, $\Delta\varkappa_1$, p_1 при изменении АО-связи сохраняют симметричную структуру. Причем поляризация в приосевой части пучка $\mathbf{E}_1$ остается практически линейной, а на периферийных участках, расположенных симметрично относительно центра распределения $I_1(\eta)$, является эллиптической, непрерывно изменяется по координате и характеризуется одинаковой ориентацией азимутов, степенью эллиптичности и различными направлениями обращения. Максимальные изменения $\Delta\varkappa_1$, p_1 по апертуре дифрагированного пучка $\mathbf{E}_1$ в приведенных расчетных данных составляют соответственно $\simeq 60°$ и $\simeq 0{,}5$.

Заключение. Таким образом, в данной работе развита двумерная теория сильного АОВ волновых пучков в гиротропных кубических кристаллах. Получены аналитические решения векторно-матричных уравнений связанных волн в частных производных относительно пространственных распределений световых пучков на выходе и в дальней зоне области взаимодействия. Показано существование оптимальных по дифракционной эффективности режимов

АОВ. Исследована динамика изменения амплитудной и поляризационной структуры световых полей в ближней зоне при большой АО-связи. Представленные результаты могут быть полезны при оптимальном проектировании и разработке АО-устройств на основе гиротропных кубических кристаллов с минимальными искажениями амплитудной и поляризационной структур световых пучков при максимальной дифракционной эффективности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Задорин А. С., Шарангович С. Н.** Акустооптическое взаимодействие волновых пучков в кристаллах с циркулярным двупреломлением // Изв. вузов. Радиофизика.—1986.—29, № 10.
2. **Задорин А. С., Шарангович С. Н.** Дифракция света на звуковом пучке в кристаллах с циркулярным двупреломлением при экстремальной акустооптической связи // Изв. вузов. Радиофизика.—1988.—31, № 2.
3. **Задорин А. С., Шарангович С. Н.** Особенности модуляции света звуком в оптически активной среде // Автометрия.—1989.—№ 5.
4. **Задорин А. С., Шарангович С. Н.** Преобразование корреляционных и поляризационных параметров световых пучков при акустооптическом взаимодействии в гиротропной среде // Оптика и спектроскопия.—1991.—70, № 1.
5. **Fachss F., Hesselink L.** Holographic beam coupling in anisotropic photorefractive media // JOSA. A.—1987.—4, N 2.—P. 325.
6. **Seymour R. S.** Acoustooptic Bragg diffraction in anisotropic optically active media // Appl. Opt.—1990.—29, N 6.—P. 822.
7. **Белый В. Н., Кулак Г. В.** Дифракция света на ультразвуке в гиротропных кубических кристаллах в режиме Брэгга // Журн. прикл. спектр.—1991.—54, № 5.
8. **Федоров Ф. И.** Теория гиротропии.—Минск: Наука и техника, 1976.
9. **Гантмахер Ф. А.** Теория матриц.—М.: Наука, 1988.

Поступила в редакцию 20 января 1993 г.