

УДК 535.241.13 : 534

Н. Б. Кулешов, И. В. Токарев

(Киев, Украина)

**ОПТИМИЗАЦИЯ МАТРИЧНОГО УПРАВЛЕНИЯ  
ПРОСТРАНСТВЕННЫМИ МОДУЛЯТОРАМИ СВЕТА  
НА ОСНОВЕ ВЯЗКОУПРУГИХ ДЕФОРМИРУЕМЫХ СРЕД. Ч. I**

Основным элементом систем оптической обработки информации и проекционных устройств отображения является пространственный модулятор света (ПМС). В первой части настоящей работы описывается эффективная численно-аналитическая методика расчета распределения электрических полей в матричных ПМС. Эта методика применяется для анализа ПМС на основе вязкоупругих деформируемых сред, для которых рассчитываются распределения деформирующих сил и рельефа. Анализируются конструкции ПМС с непосредственным управлением через вязкоупругий слой. Во второй части настоящей работы исследуются ПМС с управлением через воздушный промежуток. Проанализированы шесть известных конструкций ПМС, для которых получены оптимальные соотношения между шириной проводящего участка электродного растра и периодом его повторения, а также между периодом повторения и толщиной вязкоупругого деформируемого слоя.

**Введение.** Важнейшим элементом в системах оптической обработки информации, а также светоклапанных проекционных устройств отображения являются пространственные модуляторы света (ПМС). В настоящее время в связи с прогрессом СБИС-технологии наиболее распространенным способом управления ПМС становится активная матрица, позволяющая создавать компактные конструкции модуляторов в едином интегральном исполнении [1].

Одним из наиболее важных преимуществ управления с помощью активной матрицы является возможность поддерживать постоянным управляющее электрическое поле в течение всего периода регенерации записи, чего не позволяет релаксация заряда в случае электронно-лучевой и оптической адресаций. Это свойство особенно ценно для устранения мелькания и повышения светоотдачи в светоклапанных устройствах отображения информации [2].

В ПМС с активной матрицей управление светомодулирующей средой осуществляется с помощью электродного растра (ЭР), создающего управляющее электрическое поле. Этот электродный растр коммутируется имплантированными в кремниевую подложку полевыми МОП-транзисторами. Следовательно, эффективность управления светомодулирующей средой в значительной мере определяется параметрами ЭР, и для оптимизации управления такими ПМС очень важно знать распределение электрического поля в светомодулирующей среде.

В настоящей статье приводится оригинальная методика расчета электрических полей в структуре ПМС с матричным управлением, которая может быть использована для оптимизации параметров ЭР в ПМС на основе жидкокристаллических и других светомодулирующих сред.

В данной работе разработанная методика расчета электрических полей используется для оптимизации ПМС на основе вязкоупругих слоев (ВУС). Такие ПМС широко используются в светоклапанных проекторах [2—5], а также в устройствах оптической обработки информации [6].

Известен ряд теоретических и экспериментальных исследований, посвященных изучению образования светомодулирующего геометрического рельефа при воздействии электрического поля, создаваемого активной или пассивной матрицей. В работах [4—7] распределение электрического поля аппроксимировалось гармоническим законом с периодом ЭР ( $l$ ), что является достаточно грубым приближением и не позволяет учесть влияние геометрических параметров ЭР на характеристики ПМС.

В работах [8, 9] был использован более точный подход к решению этой задачи. Однако в них не учитывалась постоянная составляющая электрического поля и без достаточного обоснования предполагался омический характер проводимости в межэлектродном промежутке на границе раздела подложка — ВУС. Кроме того, исследовался только случай ВУС без проводящего покрытия, который практически менее интересен.

В настоящее время известно несколько типов конструкций ПМС на основе деформируемых ВУС, управляемых с помощью ЭР, которые находятся на стадии разработки и/или практического внедрения [3, 4, 9—11]. До сих пор не проводился сравнительный анализ геометрии этих ПМС с точки зрения модуляционных характеристик, чувствительности и т. п. В настоящей работе на основании оригинальной методики расчета деформирующих электрических сил проводится сравнительный анализ известных ПМС на основе ВУС с матричным управлением.

1. Постановка задачи и решение. На рис. 1 показана обобщенная структура, позволяющая описать известные конструкции ПМС. Электродный растр представляет собой встречечно-штыревые электроды шириной  $a$  и периодом повторения  $l$  (будем считать электроды бесконечно тонкими).

Распределение электрического потенциала  $\varphi^{(j)}(x, z)$  будем искать в следующем виде:

$$\varphi^{(j)}(x, z) = V_0 \left[ A^{(j)} + B^{(j)} z + \sum_{n=1}^{\infty} (E_n^{(j)} \operatorname{ch}(nkz) + C_n^{(j)} \operatorname{sh}(nkz)) \cos(nkx) \right], \quad (1)$$

удовлетворяющем уравнению Лапласа и соответствующем граничным условиям, где  $k = 2\pi/L = \pi/l$ ,  $L$  — период повторения электрического потенциала, верхний индекс  $j$  ( $1, 2, 3$ ) обозначает соответствующую область пространства (см. рис. 1). Граничные условия в плоскости ЭР ( $z = 0$ ) имеют периодический характер:

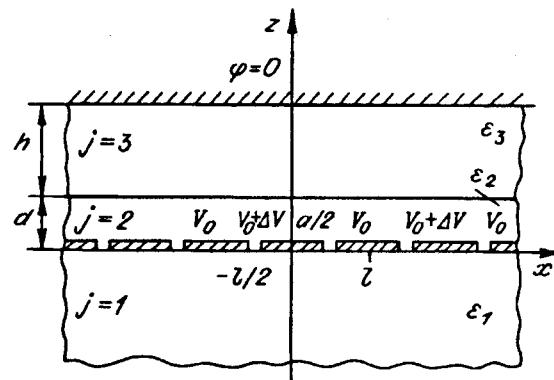
$$\varphi^{(1)}(x, 0) = \varphi^{(2)}(x, 0) = V_0 + \Delta V \quad \text{при } |x - 2ml| < a/2, \quad (2)$$

$$\varphi^{(1)}(x, 0) = \varphi^{(2)}(x, 0) = V_0 \quad \text{при } l - a/2 < |x - 2ml| < l, \quad (3)$$

$$\epsilon_1 \frac{\partial \varphi^{(1)}(x, 0)}{\partial z} - \epsilon_2 \frac{\partial \varphi^{(2)}(x, 0)}{\partial z} = 0 \quad \text{при } a/2 < |x - 2ml| < l - a/2, \quad (4)$$

где  $\epsilon_1, \epsilon_2$  и  $\epsilon_3$  — диэлектрические проницаемости, нижний индекс которых соответствует индексу области  $j$ . Используя граничные условия, все коэффициенты  $A^{(j)}, B^{(j)}, E_n^{(j)}, C_n^{(j)}$  можно выразить через  $B^{(2)}$  и  $E_n^{(2)}$ , для которых условия (2) — (4) будут иметь вид:

Рис. 1. Обобщенная структура, позволяющая описать известные конструкции ПМС



$$\sum_{n=1}^{\infty} E_n^{(2)} \cos(nkx) = 1 + \Delta V/V_0 + B^{(2)} \left( \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3} h + d \right), \quad 0 < x < a/2, \quad (5)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} E_n^{(2)} \cos(nkx) = 1 + B^{(2)} \left( \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3} h + d \right), \quad l - a/2 < x < l, \quad (6)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} nkF_n E_n^{(2)} \cos(nkx) = \varepsilon_2 B^{(2)}, \quad a/2 < x < l - a/2, \quad (7)$$

где

$$F_n = (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 \delta_n / \gamma_n);$$

$$\delta_n = (\varepsilon_3 / \varepsilon_2) \operatorname{ch}(nkd) \operatorname{ch}(nkh) + \operatorname{sh}(nkd) \operatorname{sh}(nkh),$$

$$\gamma_n = (\varepsilon_3 / \varepsilon_2) \operatorname{sh}(nkh) \operatorname{ch}(nkd) + \operatorname{sh}(nkd) \operatorname{ch}(nkh).$$

Уравнения (5) и (6) удобно записать в следующем виде:

$$\sum_{n=1}^{\infty} E_n^* \cos(nkx) = \left( 1 + \Delta V/V_0 + B^{(2)} \left( \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3} h + d \right) \right) (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) +$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} P_n E_n^* \cos(nkx) \quad \text{при } 0 < x < a, \quad (8)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} E_n^* \cos(nkx) = \left( 1 + B^{(3)} \left( \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3} h + d \right) \right) (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) +$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} P_n E_n^* \cos(nkx) \quad \text{при } l - a/2 < x < l, \quad (9)$$

где  $P_n = 1 - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)/F_n$ ;  $E_n^* = E_n^{(2)} F_n$ , причем  $\lim_{n \rightarrow \infty} P_n = 0$ .

Для решения уравнений (8) и (9) введем вспомогательную функцию, описывающую распределение электрических зарядов на проводящих полосах ЭР:

$$\rho(x) = -\varepsilon_2 B^{(2)} + \sum_{n=1}^{\infty} nkE_n^* \cos(nkx) = \begin{cases} \rho_1(x) & \text{при } 0 < x < a/2, \\ 0 & \text{при } a/2 < x < l - a/2, \\ \rho_2(x) & \text{при } l - a/2 < x < l. \end{cases} \quad (10)$$

Коэффициенты  $B^{(2)}$  и  $E_n^*$  выражаются через  $\rho(x)$  следующим образом:

$$-\varepsilon_2 B^{(2)} = \frac{1}{l} \int_0^{a/2} \rho_1(\xi) d\xi + \frac{1}{l} \int_0^{a/2} \rho_2(l - \xi) d\xi = a_0^{(1)} + a_0^{(2)}, \quad (11)$$

$$nkE_n^* = \frac{2}{l} \int_0^{a/2} \rho_1(\xi) \cos nk\xi d\xi + (-1)^n \frac{2}{l} \int_0^{a/2} \rho_2(l - \xi) \cos nk\xi d\xi. \quad (12)$$

Подставляя (12) в уравнения (8) и (9) и меняя порядок суммирования и интегрирования, получим систему двух сингулярных интегральных уравнений для  $\rho_1(x)$  и  $\rho_2(x)$  с логарифмическими ядрами [12]:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(nk\xi)\cos(nkx)}{n} = -\frac{1}{2} \ln(2|\cos(kx) - \cos(k\xi)|), \quad (13)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \cos(nk\xi)\cos(nkx)}{n} = -\frac{1}{2} \ln(2|\cos(kx) + \cos(k\xi)|). \quad (14)$$

Введем новые переменные  $\xi$  и  $\eta$  для уравнения (8)

$$\begin{aligned} \cos(kx) &= \cos^2(ka/4) + \sin^2(ka/4)\cos(k\xi), \\ \cos(k\xi) &= \cos^2(ka/4) + \sin^2(ka/4)\cos(k\eta) \end{aligned} \quad (15)$$

и для уравнения (9)

$$\begin{aligned} \cos(kx) &= -\cos^2(ka/4) - \sin^2(ka/4)\cos(k\xi), \\ \cos(k\xi) &= \cos^2(ka/4) + \sin^2(ka/4)\cos(k\eta), \end{aligned} \quad (16)$$

которые перекрывают весь интервал от 0 до  $l/2$  и от  $l/2$  до  $l$ , когда старые переменные  $x$  и  $\xi$  изменялись от 0 до  $a/2$  и от  $l-a/2$  до  $l$  соответственно. Решение будем искать в виде разложения неизвестных функций  $\rho_1$  и  $\rho_2$  в ряд по новым переменным:

$$\begin{aligned} \rho_1(\xi(\eta)) \frac{d\xi}{d\eta} &= \sum_{m=0}^{\infty} a_m^{(1)} \cos(mk\eta); \\ \rho_2(l - \xi(\eta)) \frac{d\xi}{d\eta} &= \sum_{s=0}^{\infty} a_s^{(2)} \cos(sk\eta). \end{aligned} \quad (17)$$

Тогда с учетом разложений

$$\ln(2|\cos(kx) - \cos(k\xi)|) = \ln\left(\sin^2 \frac{ka}{4}\right) - 2 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\cos(ik\xi)\cos(ik\eta)}{i}, \quad (18)$$

$$\ln(2|\cos(kx) + \cos(k\xi)|) = \ln\left(4\cos^2 \frac{ka}{4}\right) + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{\left(\operatorname{tg} \frac{ka}{4}\right)^{2n} (\cos k\xi + \cos k\eta)^n}{2^n n}, \quad (19)$$

$$\cos(nkx(\xi)) = \sum_{j=0}^{\infty} b_j^{(n)} \cos(jk\xi), \quad (20)$$

уравнения (8) и (9) приводятся к виду:

$$\begin{aligned} &-\ln\left(\sin^2 \frac{ka}{4}\right) a_0^{(1)} + \sum_{i=1}^{\infty} a_i^{(1)} \frac{\cos(ik\xi)}{i} - \ln\left(4\cos^2 \frac{ka}{4}\right) a_0^{(2)} + \\ &+ \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^i a_m^{(2)} \left[\frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 \frac{ka}{4}\right]^i \frac{1}{il} \int_0^l \cos(mk\eta)(\cos k\xi + \cos k\eta)^i d\eta = \\ &= (1 + \Delta V/V_0)(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)k(d + h) - \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3} kh + kd\right)(a_0^{(1)} + a_0^{(2)})(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)/\varepsilon_2 + \end{aligned}$$

$$+ \sum_{i=0}^{\infty} \left\{ \sum_{m=0}^n \left( a_m^{(1)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{P_n}{n} b_m^{(n)} b_i^{(n)} + a_m^{(2)} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{P_n}{n} b_m^{(n)} b_i^{(n)} \right) \right\} \cos(ik\zeta); \quad (21)$$

$$\begin{aligned} & -\ln \left( \sin^2 \frac{ka}{4} \right) a_0^{(2)} + \sum_{i=1}^{\infty} a_i^{(2)} \frac{\cos(ik\zeta)}{i} - \ln \left( 4 \cos^2 \frac{ka}{4} \right) a_0^{(1)} + \\ & + \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^i a_m^{(1)} \left[ \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 \frac{ka}{4} \right]^i \frac{1}{il} \int_0^l \cos(mk\eta) (\cos k\zeta + \cos k\eta)^i d\eta = \\ & = (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) k(d+h) - \left( \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3} kh + kd \right) (a_0^{(1)} + a_0^{(2)}) (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) / \varepsilon_2 + \\ & + \sum_{i=0}^{\infty} \left\{ \sum_{m=0}^n \left( a_m^{(2)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{P_n}{n} b_m^{(n)} b_0^{(n)} + a_m^{(1)} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{P_n}{n} b_m^{(n)} b_0^{(n)} \right) \right\} \cos(ik\zeta). \quad (22) \end{aligned}$$

Коэффициенты  $b_j^{(n)}$  в разложении (20) легко вычисляются [13]. Из уравнений (21) и (22) выделим постоянные части:

$$\begin{aligned} & -\ln \left( \sin^2 \frac{ka}{4} \right) a_0^{(1)} - \ln \left( 4 \cos^2 \frac{ka}{4} \right) a_0^{(2)} = (1 + \Delta V/V_0) k(d+h)(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) - \\ & - \frac{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}{\varepsilon_2} \left( kd + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3} kh \right) (a_0^{(1)} + a_0^{(2)}) + 2a_0^{(1)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{P_n}{n} (b_0^{(n)})^2 + \\ & + 2a_0^{(2)} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{P_n}{n} (b_0^{(n)})^2 + \\ & + \sum_{m=1}^n \left[ a_m^{(1)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{P_n}{n} b_m^{(n)} b_0^{(n)} + a_m^{(2)} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{P_n}{n} b_m^{(n)} b_0^{(n)} \right]; \quad (23) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -\ln \left( \sin^2 \frac{ka}{4} \right) a_0^{(2)} - \ln \left( 4 \cos^2 \frac{ka}{4} \right) a_0^{(1)} = k(d+h)(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) - \\ & - \frac{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}{\varepsilon_2} \left( kd + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3} kh \right) (a_0^{(1)} + a_0^{(2)}) + 2a_0^{(2)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{P_n}{n} (b_0^{(n)})^2 + \\ & + 2a_0^{(1)} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{P_n}{n} (b_0^{(n)})^2 + \\ & + \sum_{m=1}^n \left[ a_m^{(2)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{P_n}{n} b_m^{(n)} b_0^{(n)} + a_m^{(1)} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{P_n}{n} b_m^{(n)} b_0^{(n)} \right]. \quad (24) \end{aligned}$$

Теперь уравнения (21) и (22) умножим на  $(2/l) \cos(pk\zeta)$ , проинтегрируем по  $\zeta$  от нуля до  $l$  и получим две связанные бесконечные системы алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} & \frac{a_p^{(1)}}{p} + a_0^{(2)} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{P_n}{n} \left[ \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 \frac{ka}{4} \right]^n + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^n \frac{a_{mp}^{(n)}}{n} a_m^{(2)} \left[ \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 \frac{ka}{4} \right]^n = \\ & = 2a_0^{(1)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{P_n}{n} b_0^{(n)} b_p^{(n)} + 2a_0^{(2)} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{P_n}{n} b_0^{(n)} b_p^{(n)} + \end{aligned}$$

$$+ \sum_{m=1}^n \left( a_m^{(1)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{P_n}{n} b_m^{(n)} b_p^{(n)} + a_m^{(2)} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{P_n}{n} b_m^{(n)} b_p^{(n)} \right), \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \frac{a_p^{(2)}}{p} + a_0^{(1)} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\beta_p^{(n)}}{n} \left[ \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 \frac{ka}{4} \right]^n + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\alpha_{mp}^{(n)}}{n} a_m^{(1)} \left[ \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 \frac{ka}{4} \right]^n = \\ = 2a_0^{(2)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{P_n}{n} b_0^{(n)} b_p^{(n)} + 2a_0^{(1)} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{P_n}{n} b_0^{(n)} b_p^{(n)} + \\ + \sum_{m=1}^n \left( a_m^{(2)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{P_n}{n} b_m^{(n)} b_p^{(n)} + a_m^{(1)} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{P_n}{n} b_m^{(n)} b_p^{(n)} \right), \end{aligned} \quad (26)$$

где

$$\alpha_{mp}^{(n)} = 2^{-n+2} n! \sum_{l=0}^n \sum_{j=0}^{\lfloor l/2 \rfloor} \frac{\delta_{|p-l+2j|}^0}{(l-j)! j!} \sum_{i=0}^{\lfloor (n-l)/2 \rfloor} \frac{\delta_{|m-n+l+2i|}^0}{(n-l-i)! i!},$$

$\alpha \beta_p^{(n)} = \alpha_{mp}^{(n)}$  при  $m = 0$ , квадратные скобки над знаками суммирования обозначают целую часть от выражения в этих скобках, а  $\delta_{|i+j|}^0$  — символ Кронекера, который равен единице, когда  $i + j$  равно нулю. Если перейти к новым коэффициентам разложения  $x_m = a_m^{(1)} + a_m^{(2)}$  и  $y_m = a_m^{(1)} - a_m^{(2)}$ , то системы уравнений (25) и (26) становятся независимыми и принимают следующий вид:

$$\sum_{m=1}^{\infty} \left( C_{mp} - 2A_{mp} + \frac{\delta_{mp}}{m} \right) x_m = (4A_p - F_p)x_0, \quad (27)$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} \left( C_{mp} + 2B_{mp} - \frac{\delta_{mp}}{m} \right) y_m = -(4B_p - F_p)y_0, \quad (28)$$

где

$$x_0 = \frac{(1 + \Delta V/2V_0)(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)k}{D_1} + \frac{1}{D_1} \sum_{m=1}^{\infty} A_m x_m, \quad (29)$$

$$y_0 = \frac{-(\Delta V/2V_0)(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)k}{D_2} + \frac{1}{D_2} \sum_{m=1}^{\infty} B_m y_m, \quad (30)$$

$$D_1 = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{\varepsilon_2} \left( kd + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_3} kh \right) - \ln \left( \sin \frac{ka}{2} \right) - 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{P_{2n}}{2n} \left( b_0^{(2n)} \right)^2, \quad (31)$$

$$D_2 = \ln \left( \frac{\operatorname{tg}(ka/4)}{2} \right) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{P_{2n-1}}{2n-1} (b^{(2n-1)})^2, \quad (32)$$

$$C_{mp} = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\alpha_{mp}^{(n)}}{n} \left[ \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 \frac{ka}{4} \right]^n, \quad A_{mp} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{P_{2n}}{2n} b_m^{(2n)} b_p^{(2n)},$$

$$F_p = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\beta_p^{(n)}}{n} \left[ \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 \frac{ka}{4} \right]^n, \quad B_{mp} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{P_{2n-1}}{2n-1} b_m^{(2n-1)} b_p^{(2n-1)},$$

$$A_m = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{P_{2n}}{2n} b_m^{(2n)} b_0^{(2n)}, \quad B_m = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{P_{2n-1}}{2n-1} b_m^{(2n-1)} b_0^{(2n-1)}.$$

После исключения из систем (24) и (25)  $x_0$  и  $y_0$  соответственно они решались численно методом усечения до конечного количества уравнений в этих системах, а затем находились  $x_0$ ,  $y_0$  и коэффициенты  $E_n^{(2)}$  и  $B^{(2)}$ :

$$E_n^{(2)} = \begin{cases} \frac{1}{nkF_n} \left( 2b_0^{(n)}x_0 + \sum_{m=1}^n b_m^{(n)}x_m \right), & \text{если } n \text{ четное}, \\ \frac{1}{nkF_n} \left( 2b_0^{(n)}y_0 + \sum_{m=1}^n b_m^{(n)}y_m \right), & \text{если } n \text{ нечетное}, \end{cases} \quad (33)$$

$$B^{(2)} = x_0/\varepsilon_2. \quad (34)$$

Электрические деформирующие напряжения, действующие на свободную поверхность вязкоупругого слоя, выражаются через компоненты тензора Максвелла на этой поверхности [14] и их также можно представить в виде разложения в гармонический ряд:

$$R_z = R_z^{(0)} + \sum_{n=1}^{\infty} R_z^{(n)} \cos(nkx); \quad R_x = 0, \quad (35)$$

где

$$\begin{aligned} R_z^{(n)} = & \frac{V_0^2 \varepsilon_0 (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)}{(d+h)^2} \left\{ \frac{x_0}{\varepsilon_2} Q_n \operatorname{ch} nk h + \frac{1}{4} \sum_{m=1}^{\infty} Q_m Q_{m+n} \left[ \left( \frac{\varepsilon_3^2}{\varepsilon_2^2} + 1 \right) \operatorname{ch}(2m+n)kh + \right. \right. \\ & \left. \left. + \left( \frac{\varepsilon_3^2}{\varepsilon_2^2} - 1 \right) \operatorname{ch} nk h \right] + \frac{1}{8} \sum_{\substack{m=1 \\ n>1}}^{n-1} Q_m Q_{n-m} \left[ \left( \frac{\varepsilon_3^2}{\varepsilon_2^2} + 1 \right) \operatorname{ch}(2m-n)kh + \left( \frac{\varepsilon_3^2}{\varepsilon_2^2} - 1 \right) \operatorname{ch} nk h \right] \right\}, \end{aligned} \quad (36)$$

$$Q_n = nk(d+h)E_n^{(2)}/\gamma_n,$$

$R_z$  и  $R_x$  — нормальная и тангенциальная составляющие электрического деформирующего напряжения.

Возникающий под действием деформирующего напряжения рельеф поверхности ВУС также представим в виде гармонического ряда:

$$H(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} H_n(t) \cos(nkx). \quad (37)$$

Амплитуды гармонических компонент этого ряда находятся из решения в общем случае интегродифференциального уравнения, которое получено из решения граничной задачи вязкоупругости [6]:

$$2\theta_n \hat{\mu}[H(t)] = \kappa n^2 k^2 H_n(t) + R_z^{(n)}, \quad (38)$$

$$\theta_n = \frac{\operatorname{sh}(nkh)\operatorname{ch}(nkh) - nkh}{\operatorname{ch}^2(nkh) + (nkh)^2}, \quad (39)$$

$\kappa$  — коэффициент пропорциональности, который формально соответствует коэффициенту поверхностного напряжения [5],  $\mu$  — линейный оператор вяз-

коупругости, зависящий от конкретной реологии ВУС. Для описания таких деформируемых сред, как силиконовый гель, часто используется реология Фойгта [6], для которой оператор  $\hat{\mu}$  имеет вид:

$$\hat{\mu} = G + \mu \frac{d[\dots]}{dt}, \quad (40)$$

где  $G$  — модуль сдвига, а  $\mu$  — динамическая вязкость. Уравнение (38) для реологии Фойгта имеет следующее решение:

$$H_n = \frac{R_z^{(n)} \theta_n}{nk(2G + \kappa nk\theta_n)} \left\{ 1 - \exp \left( -\frac{2G + \kappa nk\theta_n}{2\mu} t \right) \right\}, \quad (41)$$

описывающее временное развитие рельефа.

**2. Оценка точности метода решения.** Для оценки точности и эффективности используемой методики при численном расчете в таблице приводятся данные, иллюстрирующие устойчивость решений  $x_n$  и  $y_n$  при усечении систем (27) и (28) до конечного количества  $N$  уравнений в этих системах от 4 до 8 ( $\epsilon_1 = 3,5$ ;  $\epsilon_2 = 3$ ;  $kd = 1$ ;  $kh = 0$ ;  $a/l = 0,6$ ).

Точность численных расчетов также контролировалась по выполнению граничных условий для распределений потенциала  $\varphi^{(2)}(x, 0)$  и заряда  $\rho(x)$  в плоскости ЭР. На рис. 2 представлены полученные распределения этих величин. Видно, что при увеличении  $N$  относительное отклонение расчетных значений потенциала в области полосок ЭР от точных  $\varphi^{(2)} = V_0(l - a/2 < x < l + a/2)$  и  $\varphi^{(2)} = 0(-a/2 < x < a/2)$  уменьшается. Полученное решение также хорошо описывает поведение  $\varphi^{(2)}(x, 0)$  и  $\rho(x)$  при переходе от проводящих полосок к межэлектродному промежутку.

Коэффициенты разложения  $E_n^{(2)}$  (см. уравнение (32)) можно представить в виде двух слагаемых, одно из которых определяется соответствующими решениями  $x_i$  и  $y_i$  систем (27) и (28), а другое от этих решений не зависит и пропорционально  $b_0^{(n)}$ . В тех случаях, когда решения  $x_i$  и  $y_i$  дают пренебрежимо малый вклад в  $E_n^{(2)}$  (например, в случае достаточно тонких полосок ЭР, т. е.  $a/l \ll 1$ ), предлагаемый метод позволяет получить точные аналитические решения, если получаемые функциональные ряды сходятся к известным функциям. Например, при  $\epsilon_1 = \epsilon_2$  и  $a/l \ll 1$  с учетом известных разложений [12]:

Решение систем (27) и (28)	Порядок $N$ усеченных систем		
	8	6	4
$x_1$	$4,288 \cdot 10^{-1}$	$4,288 \cdot 10^{-1}$	$4,285 \cdot 10^{-1}$
$x_2$	$-2,545 \cdot 10^{-2}$	$-2,544 \cdot 10^{-2}$	$-2,535 \cdot 10^{-2}$
$x_3$	$1,801 \cdot 10^{-3}$	$1,792 \cdot 10^{-3}$	$1,642 \cdot 10^{-3}$
$x_4$	$-1,241 \cdot 10^{-4}$	$-1,229 \cdot 10^{-4}$	$-1,122 \cdot 10^{-4}$
$y_1$	$4,735 \cdot 10^{-1}$	$4,735 \cdot 10^{-1}$	$4,734 \cdot 10^{-1}$
$y_2$	$-4,702 \cdot 10^{-2}$	$-4,702 \cdot 10^{-2}$	$-4,707 \cdot 10^{-2}$
$y_3$	$3,294 \cdot 10^{-3}$	$3,289 \cdot 10^{-3}$	$3,129 \cdot 10^{-3}$
$y_4$	$-2,194 \cdot 10^{-4}$	$-2,139 \cdot 10^{-4}$	$-1,953 \cdot 10^{-4}$

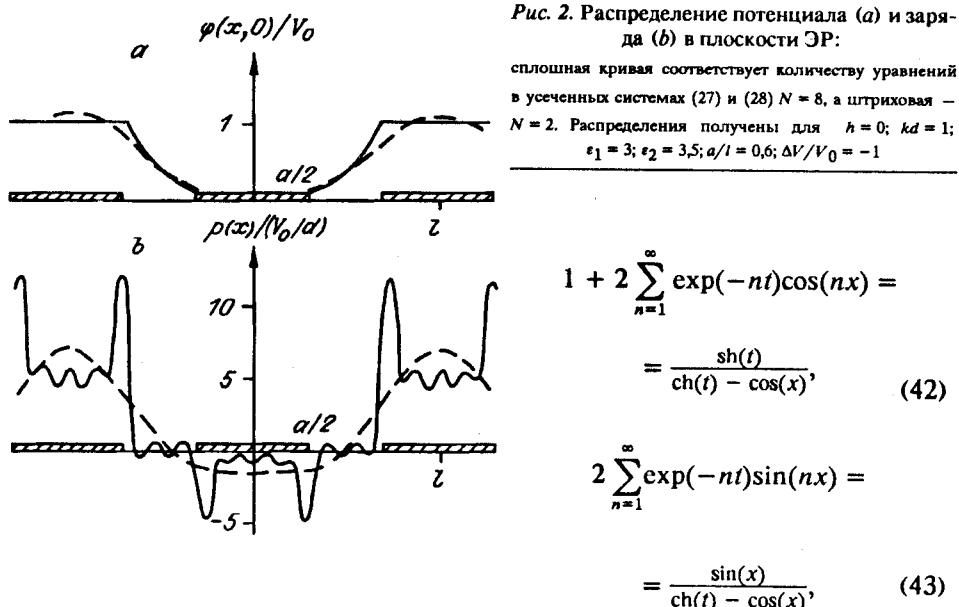


Рис. 2. Распределение потенциала (а) и заряда (б) в плоскости ЭР:  
сплошная кривая соответствует количеству уравнений  
в усеченных системах (27) и (28)  $N = 8$ , а штриховая —  
 $N = 2$ . Распределения получены для  $h = 0$ ;  $kd = 1$ ;  
 $\epsilon_1 = 3$ ;  $\epsilon_2 = 3.5$ ;  $a/l = 0.6$ ;  $\Delta V/V_0 = -1$

$$1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \exp(-nt) \cos(nx) = \\ = \frac{\operatorname{sh}(t)}{\operatorname{ch}(t) - \cos(x)}, \quad (42)$$

$$2 \sum_{n=1}^{\infty} \exp(-nt) \sin(nx) = \\ = \frac{\sin(x)}{\operatorname{ch}(t) - \cos(x)}, \quad (43)$$

получим выражения для распределения электрического поля у поверхности ВУС:

$$E_z^{(2)} = \frac{V_0}{\epsilon_2 d} \frac{\operatorname{sh}(kd)(x_0 \operatorname{ch}(kd) + y_0 \cos(kd))}{\operatorname{ch}^2(kd) - \cos^2(kd)}. \quad (44)$$

Решение такой же задачи методом функции комплексной переменной при представлении проводящих полосок ЭР тонкими круглыми проводящими проволочками [15] дает точно такое же аналитическое выражение, что является дополнительным подтверждением правильности предлагаемого метода.

**3. Анализ полученных результатов. 3.1. Модуляторы света с непосредственной адресацией.** Под непосредственной адресацией следует понимать управление вязкоупругим слоем, который находится в непосредственном контакте с управляющим ЭР.

3.1.1. Чертеж одного из таких ПМС представлен на рис. 3, где активная матрица и светомодулирующий слой объединены в одном светоклапанном кристалле [5, 6]. Для этого случая в общей схеме следует считать  $h = 0$ , тогда  $d$  — толщина ВУС, а  $\epsilon_2$  — его диэлектрическая проницаемость. Для создания светомодулирующего рельефа к полоскам ЭР подключается источник сигнала. Для повышения чувствительности и линейности модулятора между верхним проводящим покрытием ВУС и ЭР включается напряжение смещения  $V_0$ .

На рис. 4 представлены зависимости гармоник электрического деформирующего напряжения от относительной ширины полосок ЭР для разных значений амплитуды сигнала  $V_s = \Delta V$ . Особенностью данного ПМС является то, что информационный сигнал передается на нечетных гармониках, а четные

гармоники напряжения, которые присутствуют даже при  $V_s = 0$ , носят характер помех. Так как обычно  $V_s/V_0 \leq 0.1$ , то, как видно из рис. 4, первая гармоника становится доминирующей при  $a/l \geq 0.9$ , и при  $a/l = 1$   $V_s/V_0 = 0.1$  и  $kd = 0.4$  первая

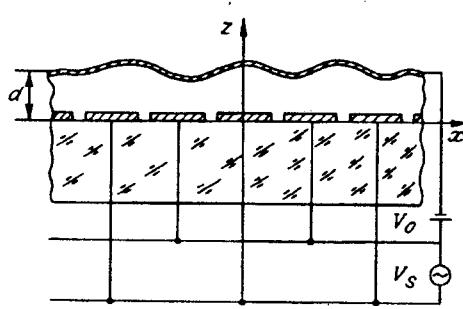


Рис. 3. Схематическое представление ПМС на основе вязкоупругого слоя, управление которым осуществляется активной матрицей непосредственно через ВУС

Рис. 4. Зависимость первых трех гармоник деформирующего натяжения от относительной ширины полосок управляющего ЭР для разных соотношений между сигналом и напряжением смещения:

сплошные кривые —  $V_s/V_0 = 0,1$ ; штриховые —  $V_s/V_0 = -0,1$ ; штрихпунктирные —  $V_s/V_0 = 0$ . Значения других параметров:  $h = 0$ ;  $kd = 0,4$ ;  $\epsilon_1 = 3$ ;  $\epsilon_2 = 3,5$

гармоника превосходит вторую в 15 раз. Однако это соотношение недостижимо вследствие электрического пробоя между соседними полосками ЭР, напряжение между которыми достигает 20 В. Справочные данные дают значение напряжения пробоя для соответствующих вязкоупругих сред порядка 50 В/мкм, т. е. промежуток между электродами в 2 мкм является вполне приемлемым.

Для оценки минимального зазора между полосками ЭР на рис. 5 приведены зависимости первой и второй гармоник деформирующего натяжения (сплошные кривые) и геометрического рельефа (штриховые) от пространственной частоты ЭР. Видно, что частотная характеристика для рельефа имеет полосовой характер и для первой гармоники резонансная частота составляет  $kd \approx 0,5$ , т. е. период ЭР и толщина ВУС связаны соотношением  $l \approx 6,5d$ . Если учесть, что для устойчивого развития деформации толщина ВУС не должна быть меньше 2 мкм [4], т. е., например, для толщины ВУС — 5 мкм, оптимальный период ЭР составляет порядка 25—32 мкм. Это значение периода ЭР позволяет выбрать относительную ширину полосок ЭР  $a/l \approx 0,95$ . Для этих значений  $a/l$  первая гармоника натяжений превосходит паразитную вторую в 2—2,5 раза. Еще одна особенность поведения гармоник деформирующего натяжения, которая видна на рис. 6, заключается в том, что четные гармоники натяжения слабо меняются, тогда как первая гармоника (и все нечетные) почти симметрично и линейно изменяется в зависимости от амплитуды видеосигнала. Эта особенность позволяет уменьшить влияние паразитных четных гармоник (в основном второй) путем симметричной коммутации пар полосок ЭР с помощью системы сдвиговых регистров [11]. Изменение полярности этих пар с кадровой частотой приводит к периодическому пространственному сдвигу деформации на  $\pm 180^\circ$  и таким образом предотвращает появление паразитного рельефа с фиксированной пространственной частотой.

На рис. 6 также видно, что при увеличении  $\Delta V/V_0$  первая гармоника возрастает относительно второй. Например, отношение между  $R_z^{(1)}$  и  $R_z^{(2)}$  становится в 2 раза больше для  $a/l \approx 0,9$  при увеличении  $\Delta V/V_0$  от 0,1 до 0,2. Однако обыч-

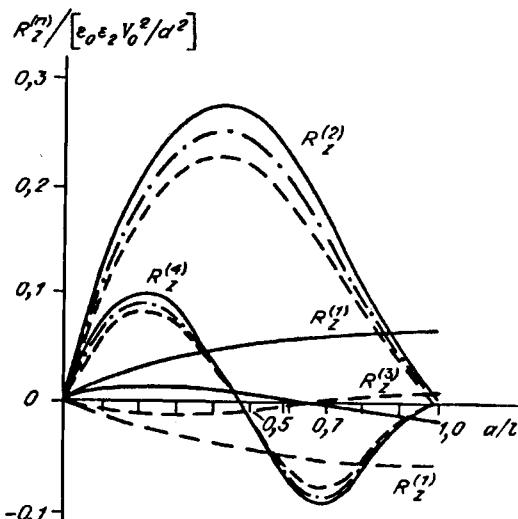
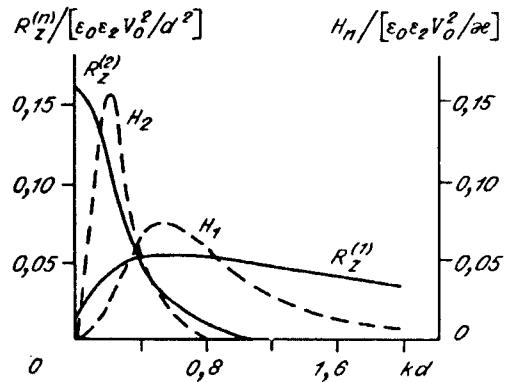
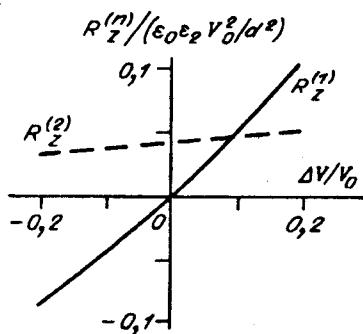


Рис. 5. Зависимость первых двух гармоник деформирующего натяжения (сплошные кривые) и геометрического рельефа (штриховые) от пространственной частоты ЭР  $kd$  для ПМС, представленного на рис. 3.

Расчетные параметры:  $V_s/V_0 = 0,1$ ;  $a/l = 0,9$ ;  $h = 0$ ;  $\epsilon_1 = 3$ ;  $\epsilon_2 = 3,5$ ;  $2G_d/\kappa = 0,05$





*Рис. 6. Зависимость первой и второй гармоник деформирующего напряжения от соотношения между напряжением сигнала  $V_s$  и напряжением смещения  $V_0$ .*  
Расчетные параметры:  $a/l = 0.9$ ;  $h = 0$ ;  $kd = 0.4$ ;  $\epsilon_1 = 3$ ;  $\epsilon_2 = 3.5$

ные МОП-транзисторы имеют максимальное рабочее напряжение приблизительно 12 В, и для увеличения рабочего напряжения необходимо сильное легирование областей стока и истока полевых транзисторов.

**Заключение.** Предложена методика расчета распределения электрических полей в матричных пространственных модуляторах света. Проанализированы несколько конструкций ПМС и получены оптимальные соотношения между шириной проводящего участка электродного растра и периодом его повторения, а также между периодом повторения и толщиной вязкоупругого деформируемого слоя.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Onozawa T. Influences on director alignment of the lateral bus-line field in an active-matrix-addressed liquid crystal display // Jap. J. Appl. Phys.—1990.—29, N 10.—P. L1853.
- Glenn W. E. Solid-state-driven deformable television light modulator // SID'87 Digest.—1987.—P. 72.
- Гущо Ю. П. Оптические характеристики модулятора света «Рельеф» // ЖНиПФиК.—1988.—33, № 6.
- Teppe R., Gerhard-Multhaup R., Brinker W. Viscoelastic control layers for solid state light valves // Proc. Soc. Photo-Opt. Instrum. Eng.—1986.—684.—P. 20.
- Teppe R. Theoretical analysis of an electrically addressed viscoelastic spatial light modulator // JOSA. A.—1987.—4, N 7.—P. 1273.
- Teppe R. Steuerbare Lichtmodulatoren fur optische Informationsverarbeitung am Beispiel viskoelastischer Schichten: Theorie und Anwendung // NTZ-Archiv.—1988.—10, N 10.—P. 269.—T. 1; N 11.—P. 295.—T. 2.
- Алексин В. А., Гущо Ю. П. Оптические характеристики систем фазовой рельефографии с регистрацией сигналов со стороны подложки // Оптика и спектроскопия.—1982.—52, № 1.
- Азовцев В. П., Голосной О. В., Евтихиев Н. И. и др. О влиянии геометрических параметров структуры «гребенчатые электроды — деформируемый эластомер» на электрические пондеромоторные силы // Техника средств связи. Сер. Техника телевидения.—1980.—Вып. 3(23).
- Алексин В. А. Расчет характеристик многоканальных фазовых рельефографических модуляторов света // Автометрия.—1990.—№ 1.
- Hoshino Y., Shiva S. Light modulation by transverse electric field induced oil surface deformation // Appl. Phys. Lett.—1989.—55, N 11.—P. 1056.
- Brinker W., Gerhard-Multhaup R., Mozlow W.-D., Teppe R. Deformation behavior of thin viscoelastic layers in an active matrix-addressed spatial light modulator // Proc. Soc. Photo-Opt. Instrum. Eng.—1988.—1018.—P. 79.
- Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений.—М.: Физматгиз, 1963.
- Hussain M. A., Pu S. L. Dynamic stress intensity factors for an unbounded plate having collinear cracks // Eng. Fract. Mech.—1972.—46, N 4.—P. 865.
- Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред.—М.: Наука, 1982.
- Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники: Электромагнитное поле.—М.: Выш. шк., 1986.

*Поступила в редакцию 24 декабря 1992 г.*