

УДК 681.3.053

Н. В. Котов, В. В. Курочкин  
(Новосибирск)

ОЦЕНКА КОЭФФИЦИЕНТА СЖАТИЯ СИНТЕЗИРОВАННЫХ  
ЦВЕТНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ МЕТОДОМ LZW

Дана методика оценки коэффициента сжатия синтезированных изображений методом LZW, фильтрованные грани которых заданы однородным цветом. Телевизионный кадр разделяется на шумовую составляющую и компоненту, эффективное кодирование которой позволяет уменьшить общее количество информации, необходимое для представления кадра в сжатом виде. Проведено сравнение полученных аналитических зависимостей с экспериментальными данными.

Метод цифрового кодирования LZW [1, 2] без потери качества применен в [2, 3] для сжатия синтезированных цветных кадров. По сравнению с другими способами этот алгоритм отличается простотой реализации, малым временем восстановления кадра, постоянной разрядностью входных слов. Обеспечиваемый методом LZW быстрый доступ к архивированным видеоданным может использоваться при передаче изображений в сжатом виде по каналам связи, в издательском деле, в различных средствах массовой информации, а также при изучении быстропротекающих процессов в реальном масштабе времени, в имитационном моделировании, для создания мультфильмов и т. д.

В этих же работах [2, 3] приведены результаты сжатия методом LZW некоторых синтезированных кадров. Однако в литературе пока нет математических исследований величины коэффициента сжатия телевизионных кадров методом LZW в зависимости от параметров синтезируемых сцен.

В данной работе делается попытка представить синтезированный кадр из двух составляющих: шумовой компоненты, которая практически не поддается сжатию, и составляющей, которая может компрессироваться методом LZW; показана взаимосвязь коэффициента сжатия и сложности сгенерированного кадра, расчетные значения коэффициента сжатия сравниваются с экспериментальными данными, приведенными в [3].

При кодировании телевизионных синтезированных изображений методом LZW в окне, содержащем несколько телевизионных строк, отыскиваются последовательности пикселей, которые совпадают с соответствующей последовательностью пикселей текущей строки сжимаемого кадра (рис. 1). При этом окно перемещается вслед за перемещением текущего пиксела исследуемой строки. Когда найдена последовательность (цепочка) пикселей максимальной длины, которая совпадает с частью текущей строки, то вместо полных цветовых компонент каждого из принадлежащих к такой цепочке пикселей указывается начальный адрес в окне и коли-

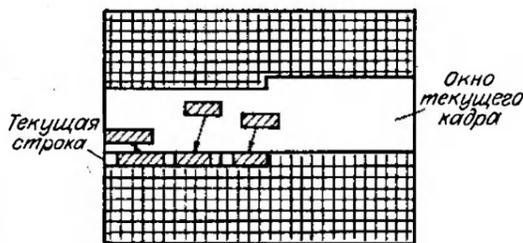


Рис. 1

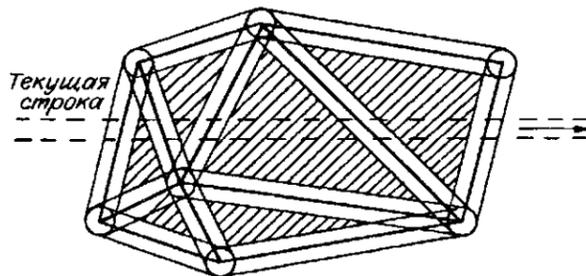


Рис. 2

чество (длина) пикселей в этой цепочке. Если в пределах окна кадра не найдено ни одного пиксела, цвет которого равен цвету текущего пиксела текущей строки сжимаемого кадра, то его RGB-компоненты включаются в поток данных совместно с признаками, указателями начального адреса и длинами цепочек. Чем больше найдено цепочек и чем больше их длина, тем большее значение имеет коэффициент сжатия текущего кадра. Процесс восстановления телевизионного кадра осуществляется в обратном порядке в реальном масштабе времени.

1. Общая методика оценки производительности систем синтеза визуальной обстановки [4] основана на том, что суммарное изображение состоит из плотно стыкованных между собой многоугольников (рис. 2). В процессе фильтрации с целью повышения качества изображений на ребрах граней с однородным цветом формируются пикселы, представляющие собой цветосмесь смежных граней. Эта цветосмесь может быть представлена палитрой цветов 24-разрядного двоичного кода, если цвет каждого пиксела задан тремя компонентами R, G, B по 8 двоичных разрядов. Пикселы с такой цветосмесью трудно поддаются сжатию и названы шумом изображения. Внутренние области каждой грани изображения (на рис. 2 заштрихованы) представляют собой однородный цвет и при делении экрана на строки могут давать цепочки пикселей с одинаковым значением RGB. Таким образом, на текущей строке синтезированного кадра образуются цепочки пикселей, в разрывах которых находятся пикселы цветосмеси или шума.

В этом случае суммарная площадь  $P$  синтезированной сцены равна площади экрана:

$$P = S + S_{ш} = mn, \quad (1)$$

где  $S$  — суммарная площадь внутренних областей всех граней с однородными цветами;  $S_{ш}$  — суммарная площадь пикселей шума;  $m$  — количество пикселей в строке;  $n$  — количество строк экрана.

В работе [5] получено выражение для определения суммарной площади изображения:

$$P_{общ}^* \leq S_{общ} + \alpha l_{ср} \sqrt{2\pi S_{общ} F} + \frac{\pi \alpha^2}{2} l_{ср}^2 F, \quad (2)$$

где  $\alpha$  — линейный размер квадратной апертуры фильтра;  $l_{ср}$  — средний коэффициент формы граней, составляющих изображение;  $F$  — количество граней генерируемой сцены. Соотношение (2) используется для оценки предельной производительности систем синтеза визуальной обстановки, использующих алгоритм фильтрации с аналитическим представлением ребер граней. Легко показать, что первый член этого выражения равен суммарной площади внутренних областей граней:  $S = S_{общ}$ , поэтому величину  $S_{ш}$  можно представить в виде

$$S_{ш} \leq \alpha l_{cp} \sqrt{2\pi S F} + \frac{\pi \alpha^2}{2} l_{cp}^2 F. \quad (3)$$

Знак равенства в выражениях (2) и (3) справедлив только для равновеликих граней с одинаковым коэффициентом формы  $l_{cp}$ . Для граней разных площадей и с произвольным коэффициентом  $l_{cp}$  всегда выполняется строгое неравенство, причем оба члена выражения (3) получены при условии оценки сверху. В выражении (3) первый член представляет собой суммарную площадь, определяемую периметром каждого многоугольника сцены, а второй — сумму площадей многоугольников в углах каждой грани [5]. С увеличением количества граней  $F$  их внутренняя площадь  $S$  уменьшается. В предельном случае при  $S \rightarrow 0$  величина  $S_{ш}$  стремится к величине

$$S_{ш} \rightarrow \frac{\pi \alpha^2}{2} l_{cp}^2 F_{max} = mn, \quad (4)$$

откуда следует, что рассматриваемый диапазон допустимых значений  $F$  ограничен сверху величиной  $F_{max}$ :

$$F_{max} = \frac{2mn}{\pi \alpha^2 l_{cp}^2}. \quad (5)$$

Для ориентировочных расчетов можно принять, что в окрестности  $F_{max}$  параметр шума  $S_{ш}$  при  $F < F_{max}$  составляет:

$$S_{ш} \approx \frac{\pi \alpha^2 l_{cp}^2}{2} F. \quad (6)$$

При этом выполняется строгое неравенство (3) для оценки кадров, содержащих грани произвольной формы и размеров. Подставляя выражение для  $S_{ш}$  (6) в уравнение (1), получим

$$P = mn \approx S + \frac{\pi \alpha^2}{2} l_{cp}^2 F, \quad (7)$$

из которого можно определить:

$$\sqrt{S} \approx \sqrt{mn - \frac{\pi \alpha^2}{2} l_{cp}^2 F}. \quad (8)$$

В процессе кодирования кадра методом LZW внутренняя площадь каждого многоугольника с однородным цветом проецируется на ось  $y$ . На рис. 3 эта проекция обозначена через  $\theta_y$  и равна числу строк, накрываемых внутренней частью многоугольника. В первом приближении величину  $\theta_y$  можно выразить через периметр многоугольника  $L$ :  $\theta_y = L/\pi$ .

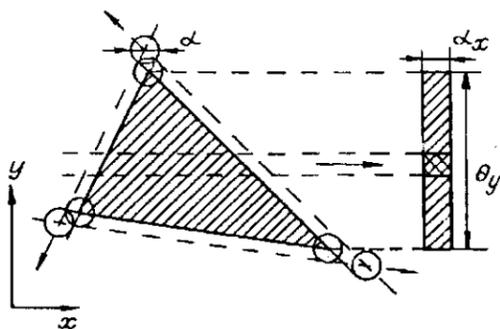


Рис. 3

На каждой строке последовательность однородных цветовых компонент пикселей для данной грани заменяется кодовым словом цепочки, которое содержит признак и длину цепочки, а также адрес смещения в окне кадра. За счет этого проекция грани на ось  $x$  уменьшается до линейного размера пиксела изображения:  $\alpha_x = \alpha = 1$ .

Таким образом, в процессе кодирования внутренняя площадь каждой грани заменяется площадью  $\alpha_x \theta_y \approx \alpha L / \pi$ . Если изображение содержит  $F$  граней, то количество пикселей кадра, накрытых суммарной внутренней площадью с однородным цветом, составляет:

выражение (9) на величину  $\sum_{i=1}^F \sqrt{S_i}$ , можно получить:

$$S_{сж} = \frac{2\alpha}{\sqrt{\pi}} \frac{\sum_{i=1}^F l_i \sqrt{S_i} \sum_{i=1}^F \sqrt{S_i}}{\sum_{i=1}^F \sqrt{S_i}} = \frac{2\alpha}{\sqrt{\pi}} l_{ср} \sum_{i=1}^F \sqrt{S_i}, \quad (10)$$

где средний коэффициент формы граней кадра  $l_{ср}$  равен:

$$l_{ср} = \frac{\sum_{i=1}^F l_i \sqrt{S_i} \sum_{i=1}^F \sqrt{S_i}}{\sum_{i=1}^F \sqrt{S_i}}.$$

В выражении (10) значение  $\sum_{i=1}^F \sqrt{S_i}$  можно преобразовать аналогично [4].

Тогда

$$S_{сж} \leq \frac{2\alpha}{\sqrt{\pi}} l_{ср} \sqrt{SF}. \quad (11)$$

Таким образом, объем информации для представления кадра изображения после сжатия методом LZW с учетом соотношения (6) не превышает величины:

$$P_{сж} \leq S_{сж} + S_{ш} = \frac{2\alpha}{\sqrt{\pi}} l_{ср} \sqrt{SF} + \frac{\pi\alpha^2}{2} l_{ср}^2 F. \quad (12)$$

Искомый коэффициент сжатия телевизионного синтезированного кадра определяется соотношением

$$K_{сж} \approx \frac{P}{P_{сж}} = \frac{S + S_{ш}}{S_{сж} + S_{ш}} = \frac{mn}{\frac{2\alpha}{\sqrt{\pi}} l_{ср} \sqrt{SF} + \frac{\pi\alpha^2}{2} l_{ср}^2 F}. \quad (13)$$

Подставляя величину  $\sqrt{S}$  из уравнения (8) в уравнение (13), окончательно можно получить:

$$K_{сж} \approx \frac{\frac{mn}{Q}}{\frac{\frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{mn}{Q}} - \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}}{2}} \approx \frac{\sqrt{\pi}}{2} \sqrt{\frac{mn}{Q}}, \quad (14)$$

где  $Q = \alpha^2 l_{ср}^2 F$  — параметр, определяющий сложность сгенерированного кадра.

Из полученного соотношения (14) следует, что в окрестности  $F_{max}$  коэффициент  $K_{сж}$  синтезированных кадров зависит от площади экрана  $m \times n$ . Коэффициент  $K_{сж}$  определяется также величиной апертуры фильтра  $\alpha$ , и с уменьшением  $\alpha$  коэффициент  $K_{сж}$  увеличивается. Полученная зависимость  $K_{сж} = f(\alpha)$  дает возможность определить, насколько эффективно повышение качества изображения за счет введения фильтрации.

Результаты расчетов по выражению (14) можно сравнить с экспериментальными данными [3]. Для приведенных в этой работе синтезированных изображений коэффициент сжатия методом LZW лежит в диапазоне  $3,24 \div 5,16$ . Количество видимых граней  $F$  для этих сцен не превышало 1000. Если принять  $\alpha = 1$ ,  $m \times n = 384 \times 288$ , то можно построить графики зависимости  $K_{сж} = f(F)$ , которые приведены на рис. 4 для  $l_{ср} = 2$  и  $l_{ср} = 3$ . Для числа граней  $F$ , близких к  $1к$ , коэффициент  $l_{ср}$  для синтезированных кадров [3] лежит в пределах диапазона  $l_{ср} = 2 \div 3$ . При этом значения коэффициента  $K_{сж}$  экспериментальных данных хорошо согласуются с расчетными значениями.

2. При относительно большом числе граней один из параметров синтезированных кадров, а именно средний коэффициент формы граней, стремится к величине  $l_{ср} = 3$  для изображений с равномерным распределением граней по всей площади экрана. Если в синтезированной сцене имеются большие участки с неизменным цветом, например изображение сложных объектов на однородном фоне, то коэффициент  $l_{ср}$  стремится к величине  $l_{ср} = 2$ . В первом случае для кодирования изображений методом LZW необходимы цепочки с небольшой разрядностью, а во втором случае разрядность слов для кодирования длины цепочек следует увеличивать. Выбор оптимальной разрядности позволяет эффективно кодировать изображения как в первом, так и во втором случае, если для всего кадра длина цепочек кодируется словами с фиксированной разрядностью. Методика определения оптимальной разрядности слов для кодирования длины цепочек методом LZW приведена в этом разделе.

Если в окно текущего кадра попадает большой участок площади экрана с однородным цветом, то можно принять, что при этом уменьшается число граней сцены  $F$ , а шумовая составляющая изображения определяется в основном суммарной площадью, которая зависит от периметров многоугольников сцены. Тогда из выражения (3) следует, что величина  $S_{ш}$  не превышает значения

$$S_{ш} \approx \alpha l_{ср} \sqrt{2\pi S F}. \quad (15)$$

Если принять, что в этом случае величина  $S \rightarrow mn$ , то для приближенных расчетов можно принять:

$$S_{ш} \approx \alpha l_{ср} \sqrt{2\pi mn F}. \quad (16)$$

Тогда с учетом соотношений (11) и (16) имеем:

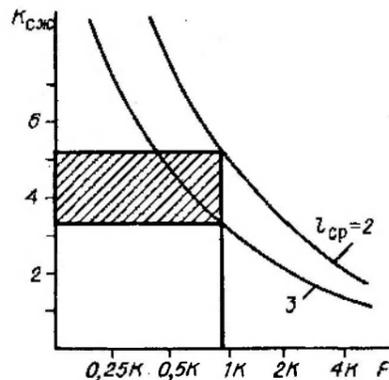


Рис. 4

$$P = S + S_{ш} = mn \approx S + \alpha l_{cp} \sqrt{2\pi mn F}; \quad (17)$$

$$P_{сж} = S_{сж} + S_{ш} \approx \frac{2\alpha}{\sqrt{\pi}} \sqrt{SF} + \alpha l_{cp} \sqrt{2\pi mn F}. \quad (18)$$

Определив из соотношения (17) значение величины  $\sqrt{S}$  и подставив его значение в уравнение (18), можно представить коэффициент сжатия методом LZW для изображений с большой фоновой площадью в следующем виде:

$$\begin{aligned} K_{сж} &= \frac{P}{P_{сж}} \approx \frac{\frac{mn}{F}}{\frac{2\alpha}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{mn}{F}} + \alpha l_{cp} \sqrt{2\pi \frac{mn}{F}} + \alpha l_{cp} \sqrt{2\pi \frac{mn}{F}}} \approx \\ &\approx \frac{mn}{F} \frac{1}{\frac{2\alpha}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{mn}{F}} + \alpha l_{cp} \sqrt{2\pi \frac{mn}{F}}} \approx \sqrt{\frac{mn}{F}} \frac{1}{\alpha^2 F \frac{2}{\sqrt{\pi}} + l_{cp} \sqrt{2\pi}} \approx \\ &\approx \sqrt{\frac{mn}{F}} \frac{\sqrt{\pi}}{\alpha^2 F \frac{2}{\sqrt{\pi}} + l_{cp} \sqrt{2\pi}} \approx \sqrt{\frac{mn}{F}} \frac{1}{\alpha^2 l_{cp}^2 F \sqrt{2\pi}} \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{\frac{mn}{Q}}. \end{aligned} \quad (19)$$

Для небольшого числа граней в окне сжимаемого кадра графики зависимости коэффициента  $K_{сж} = f(F)$  из соотношения (19) при  $\alpha = 1$ ,  $m \times n = 384 \times 288$  приведены на рис. 5. Из графиков следует, что при условии  $l_{cp} = 2$  для всего синтезированного кадра максимальное значение коэффициента  $K_{сж}$  на локальных участках с однородным цветом (т. е. при  $F \rightarrow 1$ ) равно  $K_{сж \max} = 66$ , поэтому максимальная разрядность слов для кодирования длины цепочек  $D$  может составлять  $D = 6$  ( $2^6 = 64$ ). Для величины  $l_{cp} \rightarrow 1$  максимальное значение  $K_{сж}$  на локальных участках стремится к значению  $K_{сж \max} \rightarrow 132$ , и оптимальная разрядность слов для кодирования длин цепочек должна составлять  $D = 7$  ( $2^7 = 128$ ). Для сложных синтезированных сцен, когда  $l_{cp} \rightarrow 4$ , максимальное значение  $K_{сж}$  стремится к значению  $K_{сж \max} \rightarrow 33$ , поэтому для таких сцен оптимальная разрядность слов для кодирования длины цепочек должна быть уменьшена до  $D = 5$  ( $2^5 = 32$ ). Эти результаты также подтверждаются нашими экспериментами.

Таким образом, длина цепочек при кодировании изображений методом LZW определяется величиной среднего коэффициента формы граней, составляющих изображение. Для каждого кадра необходимо найти нужную длину цепочек, при которой коэффициент сжатия кадра окажется максимальным. Если этого не учитывать, то объем информации для представления кадра в сжатом виде может не достигать минимальной величины. С одной стороны, введение лишних разрядов для кодирования длин цепочек приводит к неэффективному использованию этих разрядов и при относительно большом количестве кодов, содержащих цепочки, снижает коэффициент сжатия этого кадра. С другой стороны, недостаточная разрядность слов при кодировании длин цепочек ограничивает рост величины коэффициента сжатия, если это возможно, за счет снижения среднего коэффициента формы граней синтезированного кадра.

В заключение необходимо отметить, что математический аппарат для оценки коэффициента сжатия методом LZW

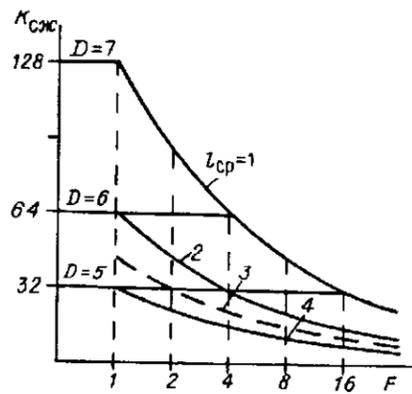


Рис. 5

пригоден не только для изображений с однотонной закраской граней, но и для закраски граней методами Гуро и Фонга [6], т. е. интерполяцией цветовых составляющих или интерполяцией вектора нормали к поверхности соответственно.

3. По результатам выполненной работы можно сделать следующие выводы:

Каждый кадр синтезированного цветного изображения можно представить в виде суммы двух составляющих, первая связана с фильтрацией граней телевизионного кадра и трудно поддается сжатию методом LZW, а вторая равна сумме внутренних площадей граней с однородным цветом. Именно за счет второй составляющей при эффективном кодировании удается уменьшить объем информации для представления кадра в сжатом виде.

Коэффициент сжатия методом LZW связан со сложностью синтезированного кадра, которая определяется количеством граней в кадре и их средним коэффициентом формы, а также размером апертуры фильтра  $\alpha$ . Величина коэффициента сжатия зависит от разрешающей способности экрана и уменьшается со снижением числа пикселей в кадре.

Сжатие телевизионных синтезированных кадров методом LZW особенно эффективно для сцен с низкой и средней сложностью. С ростом количества граней и их среднего коэффициента формы эффективность кодирования методом LZW синтезированных кадров снижается, и для сцен с повышенной сложностью необходимо применять другие методы сжатия.

Оптимальная разрядность слов для кодирования длин цепочек при сжатии кадров методом LZW составляет 5—7 двоичных разрядов и зависит от величины среднего коэффициента формы граней синтезированного кадра.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ziv J., Lempel A. A universal algorithm for sequential data compression // IEEE Trans. Inf. Theory.—1977.—IT-23, N 3.—P. 337.
2. Fiala Edward R. Data compression with finite windows // Commun. ACM.—1989.—32, N 4.—P. 490.
3. Криворучко В. О. Сжатие цветных синтезированных изображений // Автометрия.—1993.—№ 5.
4. Ковалев А. М., Токарев А. С. К оценке производительности алгоритмов фильтрации синтезированных изображений // Автометрия.—1989.—№ 2.
5. Котов Н. В., Курочкин В. В., Перебийнос С. В. К оценке производительности одного из алгоритмов синтеза фильтрованных изображений // Автометрия.—1991.—№ 6.
6. Фоли Дж., Вен Дем А. Основы интерактивной машинной графики.—М.: Мир, 1985.

*Поступила в редакцию 6 мая 1993 г.*