РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ

А В Т О М Е Т Р И Я

№ 4 1993

УДК 535.42 : 535.31 : 53.082.5

В. А. Соколов, Ю. В. Чугуй

(Новосибирск)

ОКОНТУРИВАНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ ОБЪЕМНОГО СЕРОГО КРАЯ В КОГЕРЕНТНОМ СВЕТЕ

На основе модели эквивалентных диафрагм получены в аналитическом виде и исследованы контурные изображения типичного элемента трехмерных тел — протяженного края с произвольным коэффициентом отражения света от внутренней поверхности. Показано, что в случае значительных объемных эффектов (глубина резкости системы меньше протяженности объекта) структура профиля контура существенно зависит от отражающих свойств объекта.

Прогресс в создании систем трехмерного технического зрения для целей размерного контроля в немалой степени определяется наличием конструктивной (физически наглядной) теории формирования оптических изображений и спектров (дифракционных картин) объемных тел. Попытка построения такой теории предпринята нами в работах [1—7], в которых на основе модели эквивалентных диафрагм получены аналитические выражения, в частности, для контурных изображений объемных (протяженных) абсолютно поглощающего [5] и абсолютно отражающего [7] краев.

В настоящей работе представлены результаты исследований особенностей формирования контурного изображения объемного (металлического) края в более общем случае, когда амплитудный коэффициент отражения света (по модулю) от его внутренней поверхности имеет промежуточное значение между 0 и 1. В дальнейшем такой объект будем называть «серым».

Формирование контурных изображений объектов условимся рассматривать в когерентно-оптической системе, схема которой приведена на рис. 1 [8]. Если во входной плоскости P, освещаемой плоской монохроматической волной света с длиной волны λ, помещается плоский (нулевой толщины) объект с амплитудным пропусканием $f(x)$, то объективом O_1 в задней фокальной плоскости P_2, как известно, формируется фурье-спектр теневого изображения $F(\omega) = \mathcal{F}\{f(x)\}$, где $\mathcal{F}\{\cdot\}$ — оператор преобразования Фурье, $\omega = k\Theta$ — пространственная частота, $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число, Θ — угол наблюдения дифракции. В этой же плоскости P_2 расположен фильтр Ф с передаточной характеристикой $H(\omega)$. В результате в выходной плоскости P_3 объективом O_2 формируется изображение объекта $\hat{f}(x) = \mathcal{F}^{-1}\{F(\omega)H(\omega)\}$. Выделение наиболее информативных областей в изобржении $\hat{f}(x)$ достигается при использовании оконтуривающего фильтра с квадратичной амплитудной характеристикой, что соответствует вычислению второй производной от распределения $\hat{f}(x)$.

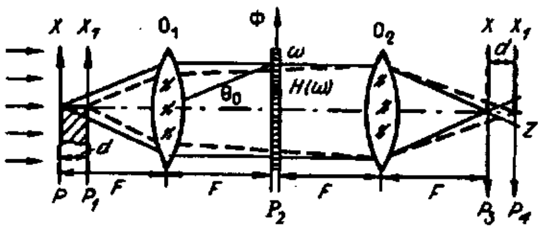

Рис. 1

Близкий к указанному результат имеет место при оконтуривании объектов бинарным фильтром, легко реализуемым на практике [9]. Отметим, что операция оконтуривания является весьма распространенной при использовании для целей размерного контроля когерентно-оптических методов [10].

Поместим далее в систему типичный элемент трехмерных тел — граничные функции для абсолютно поглощающего протяженного края равны [3]:

$$f_п(x) = Y(x) \quad и \quad g_п(x_1) = Y(x_1),$$

а для абсолютно отражающего края [6]:

$$f_о(x) = \mathrm{sign}(x) \quad и \quad g_о(x_1) = Y(x_1),$$

где индексы «о» и «п» — распределения полей в плоскостях P и P_1 для абсолютно отражающей и абсолютно поглощающей компонент; $Y(x)$ — ступенчатая функция Хевисайда; $\mathrm{sign}(x) = 2Y(x) - 1$ — знаковая функция.

Введем коэффициент отражения света от боковой поверхности серого протяженного края r как отношение амплитуды прошедшей волны к амплитуде падающей (рис. 2, *a*), причем r лежит в интервале от 0 до 1. Нетрудно показать, что граничные функции указанного объекта являются суперпозицией абсолютно отражающей и абсолютно поглощающей компонент с весовыми коэффициентами r и $1 - r$ соответственно и согласно [5, 7] (с учетом изменения фазы отраженной от металлической поверхности волны на π) представляются следующими выражениями (рис. 2, *b*):

$$\begin{aligned} f_c(x) &= r\,\mathrm{sign}(x) + (1 - r)Y(x), \\ g_c(x_1) &= rY(x_1) + (1 - r)Y(x_1) = Y(x_1). \end{aligned} \tag{1}$$

Отсюда следует, что распределения полей в изображениях передней и задней грани серого края (плоскости P_3 и P_4) имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \hat{f}_c(x) &= r\hat{f}_о(x) + (1 - r)\hat{f}_п(x), \\ \hat{g}_c(x_1) &= r\hat{g}_о(x_1) + (1 - r)\hat{g}_п(x_1). \end{aligned} \tag{2}$$

Очевидно, что помещение в частотную плоскость P_2 оконтуривающего фильтра Ф с передаточной функцией

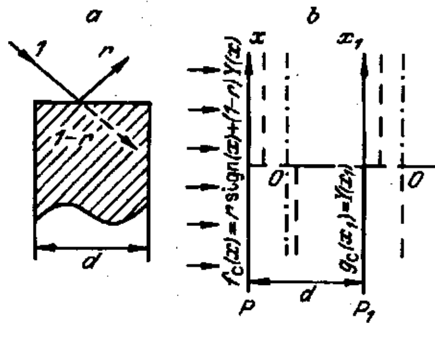

Рис. 2

$$H(\omega) = (\omega/\omega_0)^2 \mathrm{rect}(\omega/2\omega_0)$$

(прямоугольная функция $\mathrm{rect}(x) = Y(x + 0{,}5) - Y(x - 0{,}5)$; $2\omega_0 = 2k\Theta_0$ — ширина полосы пропускаемых частот; $2\Theta_0$ — угловой размер апертуры фильтра, рис. 1) эквивалентно свертке входного распределения $f(x)$ с импульсным откликом дифракционно ограниченной оптической системы $h_0(x) = \sin(\omega_0 x)/\pi x$ и последующему вычислению второй производной от полученного распределения.

Основываясь на вышеизложенном, рассмотрим сначала контурное изображение *передней грани* абсолютно поглощающего протяженного края. Как показано в приложении, оно имеет вид:

$$\hat{f}''_{\text{п}}(x) = (j/2\pi\omega_0^2x^2)\{[\tilde{Y}(-x + d\Theta_0) - \tilde{Y}(-x - d\Theta_0)][1 + jkx^2/d] \times$$

$$\times [\tilde{Y}(x + d\Theta_0) - \tilde{Y}(x - d\Theta_0)]\exp(-jkx^2/2d)\}, \tag{3}$$

где $\tilde{Y}(x)$ — френелевский образ ступенчатой функции Хевисайда [8]:

$$\tilde{Y}(x) = (\exp(-j\pi/4)/\sqrt{\lambda d})\int_{-\infty}^{\infty} Y(t)\exp(jk(x - t)^2/2d)dt.$$

Особенности распределения света в плоскости изображения P_3 в этом случае подробно рассмотрены в [5]. Используя данный результат и полученное в [7] выражение для контура передней грани абсолютно отражающего протяженного края $\hat{f}''_{\text{о}}(x)$, можно получить следующее выражение для контурного изображения передней грани серого края:

$$\hat{f}''_{\text{с}}(x) = r\hat{f}''_{\text{о}}(x) + (1 - r)\hat{f}''_{\text{п}}(x) = [(1 + r)/2](j/\pi\omega_0^2x^2) \times$$

$$\times \{[\tilde{Y}(-x + d\Theta_0) - \tilde{Y}(-x - d\Theta_0)][1 + jkx^2/d]\exp(-jkx^2/2d) - (2x/\sqrt{j\lambda d}) \times$$

$$\times \exp(jkd\Theta_0^2/2)\sin(\omega_0 x) + \exp(j\omega_0 x)\tilde{Y}(d\Theta_0) - \exp(-j\omega_0 x)\tilde{Y}(-d\Theta_0) -$$

$$- j\omega_0 x[\exp(j\omega_0 x)\tilde{Y}(d\Theta_0) + \exp(-j\omega_0 x)\tilde{Y}(-d\Theta_0)]\} +$$

$$+ [(1 - r)\exp(jkd\Theta_0^2/2)\sin(\omega_0 x)/\lambda d]\frac{1}{\omega_0^2} +$$

$$+ [(kx/2d\sqrt{j\lambda d})[\tilde{Y}(x + d\Theta_0) - \tilde{Y}(x - d\Theta_0)]\exp(-jkx^2/2d)]\frac{1}{\omega_0^2}. \tag{4}$$

Проведем анализ распределения интенсивности света $|\hat{f}''_{\text{с}}(x)|^2$ в плоскости P_3 в случае слабых и значительных объемных эффектов. Указанные эффекты характеризуются параметром N — числом зон Френеля $\sqrt{\lambda d}$, укладывающихся в наблюдаемой области $D \simeq 2\pi/\omega_0 = \lambda/\Theta_0$, т. е. $N = D/\sqrt{\lambda d}$. Слабым объемным эффектам соответствует $N \gg 1$, а значительным — $N \ll 1$ [5]. В спектральном представлении эти условия соответственно имеют вид:

$$\Theta_0 \ll \Theta_{cr}(N \gg 1) \quad \text{и} \quad \Theta_0 \gg \Theta_{cr}(N \ll 1),$$

где $\Theta_{cr} = \sqrt{\lambda/d}$ — критический угол, при котором наиболее полно проявляются объемные свойства края, причем $N = \Theta_{cr}/\Theta_0$. Другими словами, объемные эффекты малы в том случае, когда глубина резкости, определяемая параметрами оптической системы, превышает толщину объекта d.

Профиль интенсивности контурного изображения передней грани серого протяженного края при различных коэффициентах отражения r (0; 0,3; 0,7 и

1) приведен на рис. 3 для различных N: $N = 2$ (a); $N = 1$ (b); $N = 0{,}5$ (c); $N = 0{,}1$ (d). Видно, что в случае незначительных объемных эффектов изображение во многом напоминает контур плоского края. Однако при этом ко-

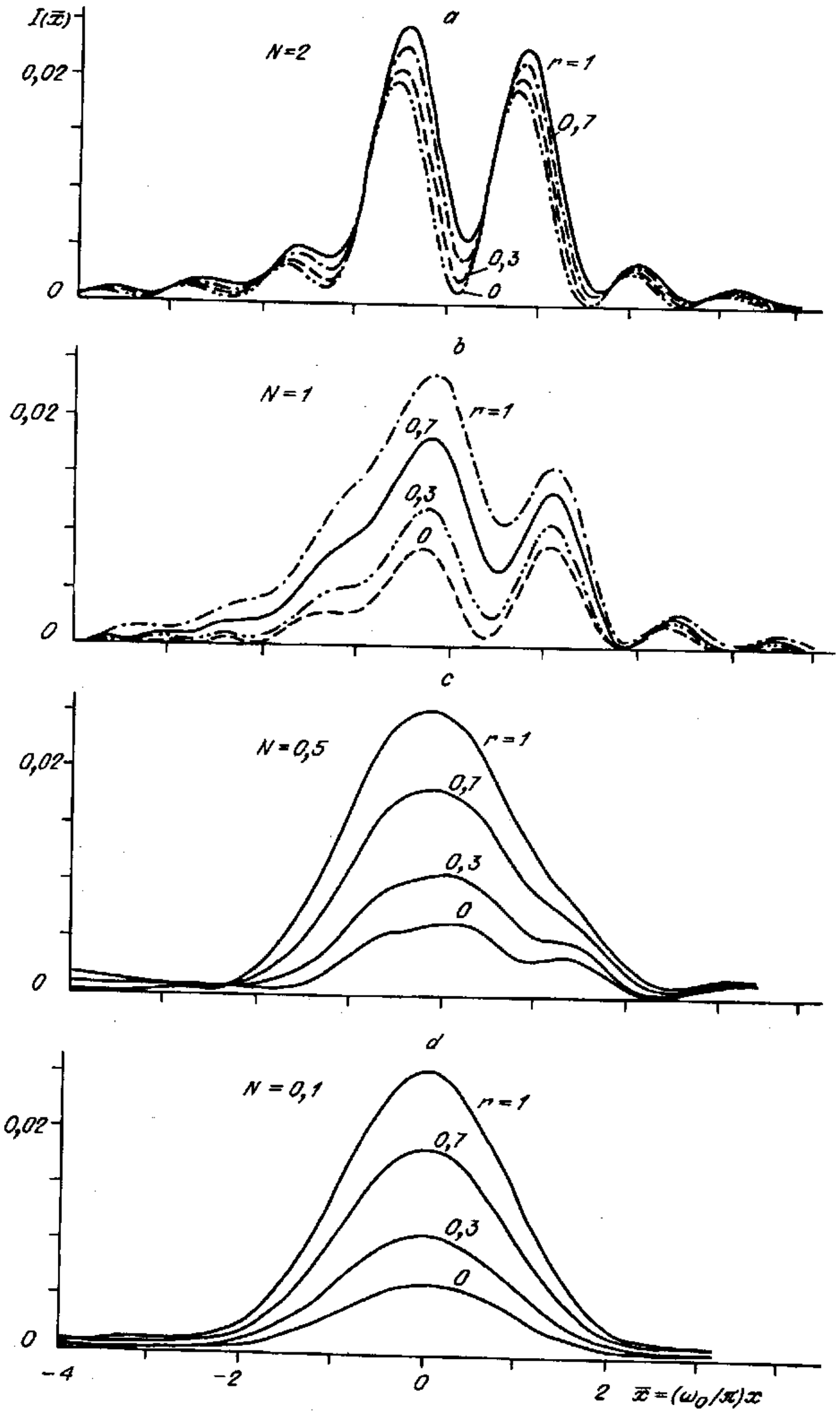

Рис. 3

ордината основного минимума не совпадает с геометрическим положением границы объекта. Анализируя распределение (4) вблизи точки $x = 0$, можно показать, что смещение минимума контурного изображения передней грани серого протяженного края определяется соотношением

$$X_{\min} = \frac{\sqrt{\lambda d}}{2\sqrt{2}\pi} \frac{1 + r}{1 - (1 - r)\dfrac{3\pi}{10N^2}}. \tag{5}$$

Как и следовало ожидать, при подстановке $r = 0$ и 1 результаты совпадают с ранее полученными для поглощающего и отражающего краев [5, 7]. Видно, что чем больше N, тем в меньшей степени зависимость $X_{\min}(r)$ для передней грани отличается от линейной (рис. 4, *a*). Так, например, при $N = 3$ и $r = 0{,}5$ истинное положение $X_{\min}$ будет отличаться от линейно аппроксимированного не более чем на 6 %. С целью подтверждения полученной зависимости проводился вычислительный эксперимент. Вычислению подлежали распределения полей в оконтуренных изображениях передней грани серого края в зависимости от N. Поиск минимума интенсивности распределения полей осуществлялся с использованием метода Ньютона [11] для производной соответствующего распределения. Такой подход позволил выявить зависимости $X_{\min}$ от коэффициента отражения при различных N: $N = 2$ и 4. На рис. 4, *b* приведены графики, соответствующие линейной аппроксимации $X_{\min}(r) = [\sqrt{\lambda d}(1 + r)]/2\sqrt{2}\pi$ (кривая *1*), численному эксперименту (кривая *2*) и зависимости $X_{\min}(r)$, рассчитанной согласно выражению (5) (кривая *3*). Наблюдается удовлетворительное согласие вычислительного эксперимента с полученной зависимостью, и, например, при $N = 4$ их отличие не превышает 0,3 %.

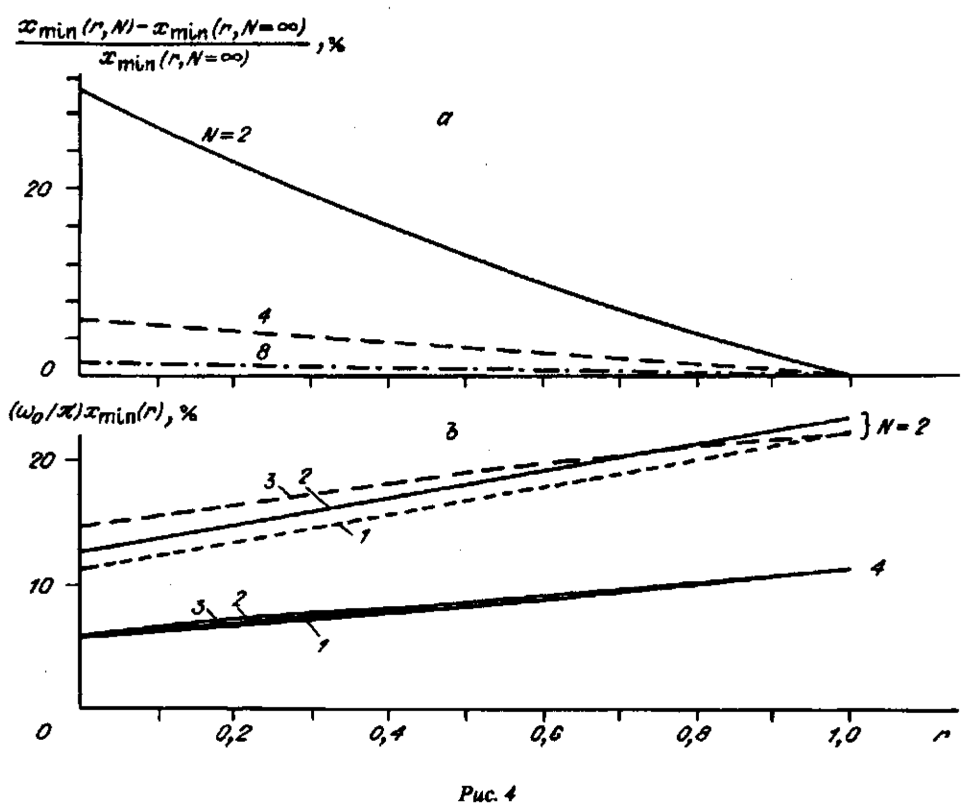

Рис. 4

Анализ выражения (4) показывает, что в случае значительных обьемных эффектов $N \ll 1$ контурное изображение передней грани серого края описывается приближенным соотношением

$$\hat{f}''_c(x) = (1 + r)\exp(j\omega_0 x/2)[\exp(j\omega_0 x/2)/2\omega_0 x - \sin(\omega_0 x/2)/\omega_0^2 x^2]/\pi \quad (6)$$

и представляет одинарный максимум, амплитуда которого зависит от r. Структура контура при этом остается неизменной. Указанный феномен обьясняется действием задней грани в качестве фильтра, удаляющего отрицательные частоты в спектре. В результате неполной компенсации волн в точке $x = 0$ образуется максимум, амплитуда которого зависит от интенсивности дельта-источника на краю передней грани [7].

Рассмотрим далее особенности формирования контурного изображения *задней грани* серого протяженного края. Исследование указанного выражения в общем случае представляется затруднительным. Поэтому рассмотрим поведение полей в предельных случаях: $N \gg 1$ и $N \ll 1$. Обратимся сначала к ситуации, когда обьемные эффекты незначительны. Используя результаты работ [5, 7], нетрудно показать, что оконтуренное изображение задней грани серого обьемного края описывается следующим выражением:

$$\hat{g}''_c(x_1) = [\sin(\omega_0 x_1)/\pi x_1 \omega_0^2]' - (1 + r)\sqrt{j\lambda d}/2\pi[\sin(\omega_0 x_1)/\pi x_1 \omega_0^2]'' -$$

$$- r(\lambda d/4\pi)[\sin(\omega_0 x_1)/\pi x_1 \omega_0^2]^{(3)}. \quad (7)$$

Распределение интенсивности $I(x_1) = |\hat{g}''_c(x_1)|^2$ в этом случае является суперпозицией производных разного порядка от функции $\sin(\omega_0 x_1)/\pi\omega_0^2 x_1$ и незначительно отличается от (4). Оно имеет вид двойного максимума, разделенного основным минимумом (рис. 5). Как показывают расчеты, координата его определяется выражением

$$X_{\min} = [\sqrt{\lambda d}(1 + r)]/[2\sqrt{2}\pi(1 + (1 + r)(3\pi/10N^2))]. \quad (8)$$

Аналогично (5) зависимость $X_{\min}(r)$ для задней грани близка к линейной. В случае же значительных обьемных эффектов ($N \ll 1$) контурное изображение задней грани серого протяженного края определяется соотношением

$$\hat{g}''_c(x_1) = (1 + r)[\sin(\omega_0 x_1)/\pi x_1 \omega_0^2]\sqrt{j\lambda d} + [(1 - r)/2][\sin(\omega_0 x_1)/\pi x_1 \omega_0^2]'. \quad (9)$$

Нетрудно показать, что вид распределения интенсивности в этом случае существенным образом зависит от r, претерпевая изменение от двойного (при $r = 0$) до одинарного (при $r = 1$) максимума. В качестве примера на рис. 6 приведены в одном масштабе распределения интенсивностей оконтуренных

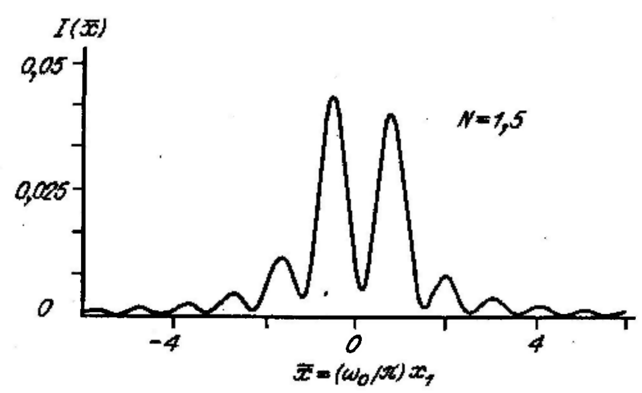

Рис. 5

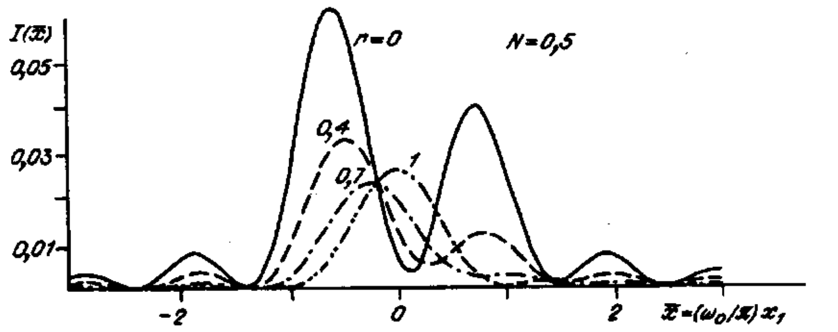

Рис. 6

изображений задней грани серого протяженного края при различных коэффициентах отражения r: 0; 0,4; 0,7 и 1. Характерно, что в этом случае контур объемного края имеет нерегулярную структуру и представляется затруднительным определение координаты его границы. Обращаясь к модели эквивалентных диафрагм, несложно понять причину такого поведения контура. При оконтуривании объемного края наличие вторичной дифракции на задней грани приводит к образованию двойного максимума. В случае же абсолютно отражающей боковой грани дельта-источник, соответствующий вторичной дифракции, в плоскости P_1 отсутствует и задняя грань выступает в качестве режекторного фильтра, удаляющего отрицательные частоты в спектре, что в результате и приводит к образованию одинарного максимума.

Таким образом, основываясь на результатах работы, можно заключить, что при слабых объемных эффектах поведение контурного изображения серого протяженного края подчиняется тем же закономерностям, что и в случаях абсолютно отражающих и абсолютно поглощающих объектов. При значительных объемных эффектах отражающие свойства внутренней грани оказывают существенные влияния на структуру контурного изображения протяженного края, которая из двойного вида превращается в одинарный при переходе от абсолютно поглощающих объектов к абсолютно отражающим.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Найдем аналитическое выражение для распределения поля в оконтуренном изображении передней грани абсолютно поглощающего объемного края. Как показано в [5], изображение передней грани абсолютно поглощающего протяженного края в случае отсутствия оконтуривающего фильтра имеет вид

$$\hat{f}_{\text{п}}(x) = 0{,}5Y(x) + j\,[Y(x) \otimes \exp(-jkx^2/2d)/2\pi x] + 0{,}5\tilde{Y}^*(x), \tag{10}$$

где * обозначает комплексное сопряжение, а символ $\otimes$ — операцию свертки. Здесь первый и второй члены соответствуют сфокусированному и размытому изображениям передней грани, а третий описывает вторичную дифракцию волн на задней грани. Продифференцируем выражение (10) по координате x. Исходя из определения $\tilde{Y}(x)$, приходим к следующему выражению:

$$\hat{f}'_{\text{п}}(x) = 0{,}5\delta(x) + (j/2\pi x)\exp(-jkx^2/2d) + \exp(j\pi/4)\exp(-jkx^2/2d)/2\sqrt{\lambda d}, \tag{11}$$

где $\delta(x)$ — обобщенная функция Дирака.

Найдем результат свертки выражения (11) с импульсным откликом дифракционно ограниченной оптической системы $h_0(x)$, т. е. вычислим функцию

$$\hat{f}'_{\text{п}}(x) = 0{,}5[\delta(x) + (j/\pi x)\exp(-jkx^2/2d)] \otimes \sin(\omega_0 x)/\pi x +$$
$$+ (\exp(j\pi/4)/2\sqrt{\lambda d})\exp(-jkx^2/2d) \otimes \sin(\omega_0 x)/\pi x. \tag{12}$$

Для вычисления первого слагаемого обратимся к результатам работы [7], в которой показано, что поле $\widehat{f}'_o(x)$ для случая абсолютно отражающего края имеет вид:

$$\widehat{f}'_o(x) = \{\delta(x) + (j/\pi x)[\exp(-jkx^2/2d)]\} \otimes \sin(\omega_0 x)/\pi x =$$
$$= (j/\pi x)\{[\widetilde{Y}(-x + d\Theta_0) - \widetilde{Y}(-x - d\Theta_0)]\exp(-jkx^2/2d) +$$
$$+ \exp(-j\omega_0 x)\widetilde{Y}(-d\Theta_0) - \exp(j\omega_0 x)\widetilde{Y}(d\Theta_0)\}. \quad (13)$$

Для вычисления второго слагаемого в (12) используем основное свойство фурье-преобразования [8]:

$$\exp(-jkx^2/2d) \otimes \sin(\omega_0 x)/\pi x = \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-jk(x - t)^2/2d)\sin(\omega_0 t)/\pi t dt =$$
$$= (\sqrt{j\lambda d}/2\pi) \int_{-\infty}^{\infty} \exp(jkd\Theta^2)\mathrm{rect}(\omega/2\omega_0)\exp(j\omega x)d\omega =$$
$$= [\widetilde{Y}(x + d\Theta_0) - \widetilde{Y}(x - d\Theta_0)]\exp(-jkx^2/2d). \quad (14)$$

В результате первая производная светового поля в изображении передней грани абсолютно поглощающего объемного края в дифракционно ограниченной оптической системе с учетом (13) будет иметь вид:

$$\widehat{f}'_п(x) = (j/2\pi x)\{[\widetilde{Y}(-x + d\Theta_0) - \widetilde{Y}(-x - d\Theta_0)]\exp(-jkx^2/2d) +$$
$$+ \exp(-j\omega_0 x)\widetilde{Y}(-d\Theta_0) - \exp(j\omega_0 x)\widetilde{Y}(d\Theta_0)\} +$$
$$+ (\exp(j\pi/4)/2\sqrt{\lambda d})[\widetilde{Y}(x + d\Theta_0) - \widetilde{Y}(x - d\Theta_0)]\exp(-jkx^2/2d). \quad (15)$$

Дифференцируя (15) по координате x, получим следующее выражение для поля в оконтуренном изображении передней грани:

$$\widehat{f}''_п(x) = (j/2\pi\omega_0^2 x^2)\{[\widetilde{Y}(-x + d\Theta_0) - \widetilde{Y}(-x - d\Theta_0)](1 + jkx^2/d) \times$$
$$\times \exp(-jkx^2/2d) - (2x/\sqrt{j\lambda d})\exp(jkd\Theta_0^2/2)\sin(\omega_0 x) + \exp(j\omega_0 x)\widetilde{Y}(d\Theta_0) -$$
$$- \exp(-j\omega_0 x)\widetilde{Y}(-d\Theta_0) - j\omega_0 x[\exp(j\omega_0 x)\widetilde{Y}(d\Theta_0) + \exp(-j\omega_0 x)\widetilde{Y}(-d\Theta_0)]\} +$$
$$+ \frac{1}{\omega_0^2}\{\exp(jkd\Theta_0^2/2)\sin(\omega_0 x)/\lambda d + (kx/2d\sqrt{j\lambda d}) \times$$
$$\times [\widetilde{Y}(x + d\Theta_0) - \widetilde{Y}(x - d\Theta_0)]\exp(-jkx^2/2d)\}. \quad (16)$$

Данное выражение является исходным при определении поля в контурном изображении передней грани серого протяженного края.

Авторы считают своим приятным долгом поблагодарить Б. Е. Кривенкова за полезные замечания, высказанные при обсуждении работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Коронкевич В. П., Кривенков Б. Е., Михляев С. В., Чугуй Ю. В.** Оптико-геометрический метод расчета дифракции Фраунгофера на объемных телах // Автометрия.—1980.—№ 2.
2. **Chuguy Yu. V., Krivenkov B. E., Koronkevitch V. P., Mikhljaev S. V.** Quasi-geometrical method for Fraunhofer diffraction calculation for three-dimensional bodies // JOSA.—1981.—71, N 4.
3. **Кривенков Б. Е., Чугуй Ю. В.** Дифракция Фраунгофера на объемных телах постоянной толщины // Автометрия.—1987.—№ 3.

4. Chuguy Yu. V., Krivenkov B. E. Fraunhofer diffraction by volumetric bodies of constant thickness // JOSA.—1989.—6, N 5.
5. Чугуй Ю. В. Особенности формирования и оконтуривания изображений объемных тел в когерентном свете // Автометрия.—1991.—№ 4.
6. Кривенков Б. Е., Чугуй Ю. В. Дифракция Фраунгофера на отражающих объемных телах постоянной толщины // Там же.
7. Соколов В. А., Чугуй Ю. В. Оконтуривание изображения абсолютно отражающего протяженного края // Автометрия.—1992.—№ 6.
8. Сороко Л. М. Основы голографии и когерентной оптики.—М.: Наука, 1971.
9. Chuguy Yu. V., Krivenkov B. E. Investigation of two-dimensional binary edge contouring of opaque objects // Opt. Acta.—1981.—28, N 2.
10. Вертопрахов В. В, Михляев С. В., Чугуй Ю. В., Юношев В. П. Оптико-цифровая система промышленного контроля // Автометрия.—1983.—№ 4.
11. Хемминг Р. В. Численные методы.—М.: Наука, 1968.

Поступила в редакцию 5 апреля 1993 г.