РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ

АВТОМЕТРИЯ

№ 2 1993

УДК 577.3 : 616.1

Е. Г. Веревкин, Л. В. Недорезов

*(Новосибирск)*

# МОДЕЛЬНАЯ МНОГОПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ СЕАНСОВ БОС-ТРЕНИНГА

Рассматривается математическая модель динамики стационарного уровня артериального давления организма человека. Обсуждаются динамические режимы модели, биологический смысл параметров модели, методы оценки значений параметров и тенденций их изменений при проведении курса лечения по методу БОС, а также методы оценки устойчивости функционирования физиологической системы и эффективности проведения лечения.

**Введение.** Одним из эффективных методов корректировки уровня артериального давления (АД) в организме является метод биологической обратной связи (БОС) [1, 2]. Использование этого метода позволяет как снизить величину стационарного уровня АД, так и уменьшить время установления этого уровня после возможных возмущений. Именно эти два показателя должны быть объектом мониторинга за состоянием организма пациента, и изменение их величин может характеризовать эффективность проводимых сеансов БОС-тренинга.

Необходимо отметить, что мониторирование поведения каждого из показателей и прогноз изменений их величин независимо друг от друга, конечно, принципиально возможны, но с неизбежностью приведут к ошибкам (в оценке значений параметров прогностических функций, при построении доверительных интервалов и т. д.) вследствие взаимозависимости этих величин. Именно поэтому для получения оценок эффективности сеансов БОС-тренинга по этим двум параметрам должна быть предложена математическая модель, описывающая динамику взаимовлияния двух процессов: стремление текущего значения АД к стационарному уровню и изменение величины стационарного уровня при различных типах нарушений (отклонений от этого уровня).

**Модель.** Пусть $P(t)$ — среднее АД в момент времени $t$; $K(t)$ — значение стационарного уровня АД. Изменение величины $K(t)$ происходит тогда, когда среднее отклонение величины $P(t)$ от $K(t)$ осуществляется на достаточно длительном временном интервале $[t - T, t]$. Иными словами, будем предполагать в рамках модели, что скорость изменения величины стационарного уровня $K(t)$ прямо пропорциональна величине

$$R = \frac{1}{T}\int\limits_{t-T}^{t} P(s)ds - K(t). \tag{1}$$

Параметр $T$ соответствует времени реакции системы на возникшие отклонения, определяется индивидуальными особенностями организма и может изменяться в широких пределах.

Обозначим через $m = \text{const} > 0$ параметр, соответствующий интенсивности процесса перехода к новому стационарному уровню. Тогда в силу сделанных нами предположений уравнение для $K(t)$ примет вид:

$$\frac{dK}{dt} = mR. \qquad (2)$$

Заметим, что более устойчивая биосистема обладает, во-первых, большим значением параметра $T$ (так как тогда требуется и большее возмущение системы, чтобы добиться такого же изменения стационарного уровня $K$) и, во-вторых, меньшим значением параметра $m$ (так как в этом случае при равных возмущениях системы изменение величины $K$ меньше).

Относительно характера изменения величины $P(t)$ будем предполагать, что при любых отклонениях $P(t)$ монотонно асимптотически стремится к стационарному уровню и скорость этого стремления пропорциональна величине отклонения $K - P$:

$$\frac{dP}{dt} = C(K - P), \qquad (3)$$

где $C \equiv \text{const} > 0$ — коэффициент пропорциональности, соответствующий интенсивности процесса установления стационарного уровня.

Объединяя соотношения (1)—(3), получаем наиболее простую математическую модель, связывающую динамику двух показателей $K(t)$ и $P(t)$. Для того чтобы однозначно определить поведение $K(t)$ и $P(t)$, необходимо задать начальные значения стационарного уровня $K(0) \geq 0$ и «начальное возмущение системы» — значения $P(t)$ на временном интервале $[-T, 0]$: $t \in [-T, 0]$ $P(t) = u(t) \geq 0$.

Модель при неотрицательных начальных данных обладает следующими свойствами:

1. $\forall t > 0$ $K(t) \geq 0$, $P(t) \geq 0$. Это непосредственно следует из неравенств:

$$\left.\frac{dK}{dt}\right|_{K=0,\,P>0} > 0, \qquad \left.\frac{dP}{dt}\right|_{P=0,\,K>0} > 0.$$

2. Прямая $K = P$ является множеством стационарных состояний. Численное исследование модели при различных значениях параметров и начальных возмущениях показало, что при естественных предположениях (когда $T$ велико, а $m$ достаточно мало) наблюдается режим стабилизации значений показателей (рис. 1).

3. При $T = 0$ (случай, соответствующий мгновенному «привыканию» системы к изменению уровня АД) в модели имеется первый интеграл $CK + mP \equiv \text{const}$ и реализуется режим монотонной стабилизации.

**Оценка параметров модели.** Необходимо отметить, что в реальных условиях процесс перехода системы к новому стационарному уровню является

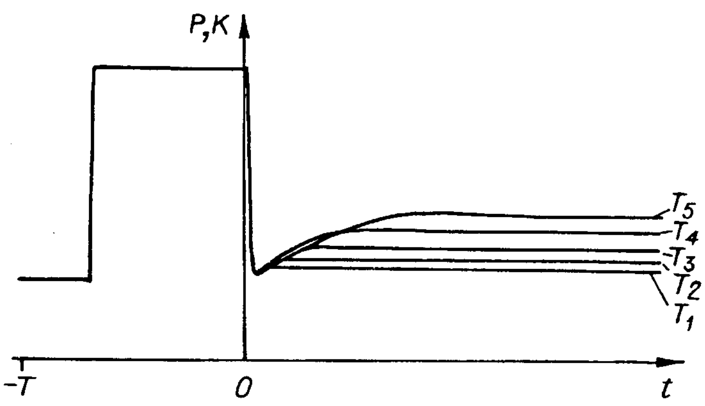


*Рис. 1.* Динамика изменения $P(t)$ и $K(t)$ при значениях параметров $C = 1{,}1$, $m = 0{,}01$ и $T = 10, 20, 35, 60, 100$.
На интервале $[-100, 0]$ представлено начальное возмущение системы

намного более длительным, чем процесс установления исходного уровня после каких-либо отклонений. Иными словами, переменная $P$ является быстрой по отношению к $K$ [3], и именно это обстоятельство позволяет найти достаточно простой и эффективный метод нахождения значений величин $C$ и $K(0)$ перед проведением очередного сеанса БОС-тренинга. Величина $K(t)$, по сути, является «невидимой» (не допускает ни прямого, ни косвенного измерения в эксперименте) и допускает только косвенное оценивание по результатам замеров величины $P(t)$ во вполне определенные моменты времени. На временах, много меньших времени изменения стационарного уровня (т. е. когда $K(t) \equiv K^* = \text{const} > 0$), решение уравнения (3) имеет вид:

$$P(t) = K^* + q\mathrm{e}^{-Ct}, \tag{4}$$

где $q$ — константа интегрирования: $q = P(0) - K^*$. Отклонив величину $P$ от равновесного значения с помощью метода, не вызывающего последействие (в противном случае потребуется определенная модификация модели (1)—(3)), измеряем в моменты времени $t_n$, $n = 1, 2, \dots, N$, значения $P_n = P(t_n)$, где $N$ — общее число измерений. Минимизируя функционал

$$F(K^*, q, C) = \sum_{n=1}^{N} (P_n - K^* q\mathrm{e}^{-Ct_n})^2 \to \min_{K^*, q, C}, \tag{5}$$

получаем несмещенные, состоятельные и эффективные оценки параметров функции (4).

Значительные трудности встречаются при оценивании значений параметров $T$ и $m$. Во-первых, это связано с тем, что для такого оценивания можно использовать только два «соседних» значения параметра $K^*$ (т. е. оценки $K^*$ перед двумя ближайшими сеансами БОС-тренинга). На больших временах могут измениться значения параметров $T$ и $m$. Во-вторых, возникает необходимость в привлечении дополнительных предположений, не связанных с самой моделью. В качестве такого дополнительного предположения можно выбрать следующее: каждый организм стремится максимизировать стабильность своего функционирования. Если исходить из этого принципа при оценивании величин $T$ и $m$, то в действительности мы будем находить не истинные значения параметров, а их верхнюю или нижнюю границу.

Как уже отмечалось выше, оба параметра $T$ и $m$ отражают различные стороны устойчивости системы. Уменьшение величины $m$ приводит к снижению скорости установления нового стационарного уровня, что способствует снижению эффективности сеансов БОС-тренинга. Рост величины $T$ сопровождается уменьшением величины реакции системы на большие отклонения $P(s)$ от равновесного значения (так как в (1) усреднение функции осуществляется по большему временному интервалу). С другой стороны, это приводит к увеличению нежелательных последствий: возмущение системы оказывает более длительное воздействие на систему.

Учитывая эти характеристики параметров $T$ и $m$, можно предложить следующий алгоритм их оценивания. Пусть $K_j^*$ и $K_{j+1}^*$ — значения параметра $K^*$ перед $j$-м и $(j+1)$-м сеансами БОС-тренинга, $P_i$, $i = 1, 2, \dots, l$, — значения АД во время $j$-го сеанса БОС-тренинга и в посттренинговый период; $\delta K^* = K_j^* - K_{j+1}^*$ — величина эффекта, достигнутого в результате проведения $j$-го сеанса. Аппроксимируя значения $P(s)$ по измерениям $P_i$, например, кусочно-линейной функцией [4], получаем полную «картину» возмущения системы (рис. 2).

Фиксируя значение параметра $T$, можно с помощью системы уравнений (2), (3) и по оцененному возмущению системы найти такое значение параметра $m$, при котором $K(t)$ изменяется от величины $K_j^*$ до $K_{j+1}^*$. Определяя для функции $m = m(T)$ минимум, находим искомое значение параметра $m$. Соответственно определяется значение параметра $T$: если минимум достигается

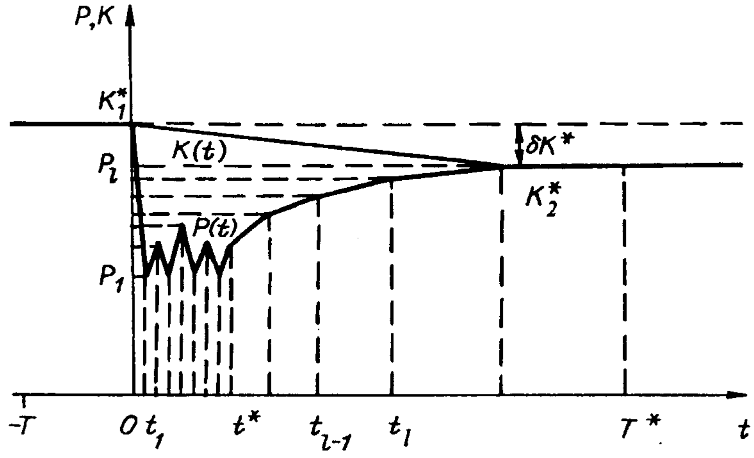


*Рис. 2.* Динамика установления нового стационарного уровня:
$K_1^*, K_2^*$ — оценки значений стационарного уровня перед началом сеансов БОС-тренинга в 0 и $T^*$ моменты времени; $T$ — временной параметр, $\delta K^*$ — величина снижения стационарного уровня, $P_1, \ldots, P_l$ — измеренные значения АД во время сеанса БОС-тренинга (до момента времени $t^*$) и в посттренинговый период (от $t^*$ до $t$)

при нескольких значениях $T$, выбирается максимальное из них. Необходимо отметить, что при подобном оценивании значений параметров мы не можем ничего сказать о достоверности полученных оценок, а сам процесс нахождения оценок является достаточно трудоемким.

**Заключение.** Рассмотренная в настоящей работе модель достаточно «грубо» описывает процесс воздействия на параметры системы регуляции уровня артериального давления. Подобное описание процесса представляется вполне оправданным, особенно для тех ситуаций, когда состояние регуляторной системы близко к нормальному. При таком описании практически всегда модель содержит основные динамические режимы и при этом удается выяснить истинную смысловую нагрузку каждого введенного в модель параметра.

Одним из наиболее важных моментов, на наш взгляд, является то, что во множестве параметров модели удалось выделить те из них, которые характеризуют стабильность функционирования физиологической системы. Анализ изменений значений этих параметров при проведении сеансов БОС-тренинга должен стать одним из основных критериев при оценке эффективности тренинга, его продолжительности и интенсивности проведения.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сохадзе Э. М., Хиченко В. И., Штарк М. Б. Биологическая обратная связь: анализ тенденций развития исследований и клинического применения // Биоуправление: Теория и практика.—Новосибирск: Наука, 1988.
2. Сохадзе Э. М., Шульман Е. И., Штарк М. Б. Психофизиологические исследования методом биологической обратной связи по времени распространения пульсовой волны // Там же.
3. Андронов А. А., Витт А. А., Хайкин С. Э. Теория колебаний.—М.: Физматгиз, 1959.
4. Бахвалов Н. С. Численные методы.—М.: Наука, 1975.

*Поступила в редакцию 14 декабря 1992 г.*