

УДК 681.7.06

Л. Л. Досколович, Н. Л. Казанский, В. А. Сойфер  
(Самара)

### РАСЧЕТ ДВУХПОРЯДКОВЫХ ФОКУСАТОРОВ

Предложен метод синтеза двухпорядковых фокусаторов — фазовых оптических элементов, позволяющих получать сложное фокальное изображение за счет одновременного формирования элементов фокальной области в разных дифракционных порядках. Приведены результаты моделирования работы предложенных многопорядковых элементов для фокусировки излучения в крест и контур квадрата.

Фазовые оптические элементы — фокусаторы, синтезируемые методами компьютерной оптики [1], — предназначены для фокусировки лазерного излучения в заданную область пространства. Ввиду сложности решения обратной задачи фокусировки фазовые функции фокусаторов получены только для случаев фокусировки в простые фокальные элементы, такие как отрезок, кольцо, полукольцо, круг, прямоугольник и т. п. Для фокусировки в более сложные фигуры используются сегментированные фокусаторы [2, 3]. При этом фигура фокусировки аппроксимируется набором указанных фокальных элементов. Апертура фокусатора разбивается на сегменты, каждый из которых обеспечивает фокусировку в соответствующий фокальный элемент. Сегментированные фокусаторы имеют ряд недостатков. Уменьшение апертуры сегментов приводит к увеличению дифракционных эффектов и неустойчивости работы фокусатора при нестабильном освещающем пучке. При фокусировке в набор отрезков разная форма и размер сегментов апертуры могут привести к существенно неравномерной дифракционной ширине фокальных линий. В настоящей работе предлагаются двухпорядковые фокусаторы — дифракционные фазовые элементы, позволяющие реализовать фокусировку в два фокальных элемента без сегментации апертуры. Предлагаемый подход позволяет получать сложное фокальное изображение за счет одновременного формирования элементов фокальной области в разных дифракционных порядках.

Метод расчета. Область фокусировки предполагаем состоящей из двух элементов — 1 и 2. Исходными данными для расчета двухпорядкового фокусатора являются фазовые функции  $\varphi_a$ ,  $\varphi_b$ , обеспечивающие фокусировку освещающего пучка в фокальные элементы 1 и 2 соответственно.

Фазовую функцию двухпорядкового фокусатора предлагается определить в виде

$$F(u) = \frac{1}{2} [\varphi_a(u) + \varphi_b(u)] + \Phi[h(u)], \quad u \in G, \quad (1)$$

где  $u = (u, v)$  — декартовы координаты в плоскости элемента;  $G$  — апертура элемента;

$$h(u) = \text{mod}_{2\pi} \left( \frac{1}{2} [\varphi_a(u) - \varphi_b(u)] \right).$$

Двухпорядковый фокусатор (1) представлен в виде математической суперпозиции двух элементов: элемента с фазовой функцией  $\frac{1}{2} [\varphi_a(u) - \varphi_b(u)]$  и зонной пластинки  $\Phi[h(u)]$ , соответствующей результату нелинейного преобразования фазы  $h(u)$ , приведенной к интервалу  $[0, 2\pi)$ . Средствами компьютерной оптики [1] двухпорядковый фокусатор (1) может быть выполнен в виде одного оптического элемента с дифракционным микрорельефом.

Высота дифракционного микрорельефа пропорциональна фазовой функции элемента (1), приведенной к интервалу  $[0, 2\pi)$ . Для определения вида нелинейности  $\Phi[h]$  проведем анализ работы элемента (1). Разложим функцию  $\exp(i\Phi[\xi])$  в ряд Фурье на интервале  $[0, 2\pi)$ :

$$\exp(i\Phi[\xi]) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n \exp(in\xi), \quad (2)$$

где

$$c_n = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(i\Phi[\xi] - in\xi) d\xi \quad (3)$$

— коэффициенты Фурье.

Полагая в (2)  $\xi = h(u)$ , запишем функцию комплексного пропускания элемента (1) с учетом  $2\pi$ -периодичности в виде

$$\exp(iF(u)) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n \exp\left[\frac{i}{2} (\varphi_a(u)(1+n) + \varphi_b(u)(1-n))\right]. \quad (4)$$

Согласно (4) при дифракции освещающего пучка на элементе (1) будет формироваться много изображений (порядков). Каждое изображение можно интерпретировать как результат преобразования освещающего пучка элементом с фазовой функцией:

$$\varphi_n(u) = \frac{1}{2} [\varphi_a(u)(1+n) + \varphi_b(u)(1-n)]. \quad (5)$$

Требуемый процесс фокусировки реализуется в 1-м и -1-м порядках:  $\varphi_1(u) = \varphi_a(u)$ ,  $\varphi_{-1}(u) = \varphi_b(u)$ . Доля энергии освещающего пучка, фокусируемая в каждом порядке, пропорциональна квадрату модуля соответствующего коэффициента Фурье (3). Поэтому нелинейность  $\Phi[\xi]$  должна выбираться из условия равенства нулю коэффициентов Фурье (3) при  $n \neq \pm 1$ . Такой нелинейности соответствует фазовый профиль дифракционной решетки, концентрирующей излучение в порядках 1 и -1. При фокусировке в фигуру с равномерной интенсивностью отношение  $\gamma = |c_1|^2 / |c_{-1}|^2$  должно быть пропорционально отношению размеров фокальных элементов 1, 2. При  $\gamma \neq 1$  расчет соответствующей решетки производится по алгоритму Гербчерга — Секстона [4, 5], а при  $\gamma = 1$   $\Phi[\xi]$  имеет вид

$$\Phi[\xi] = \begin{cases} 0, & \xi \in [0, \pi), \\ \pi, & \xi \in [\pi, 2\pi). \end{cases} \quad (6)$$

При этом коэффициенты Фурье (3) определяются соотношением

$$c_n = \begin{cases} \frac{1 - (-1)^n}{\pi i n}, & n \neq 0, \\ 0, & n = 0. \end{cases} \quad (7)$$

Энергетическая эффективность решетки (6) составляет 81 % ( $|c_1|^2 + |c_{-1}|^2 = 0,81$ ).

Невозможно синтезировать фазовую двухпорядковую решетку с эффективностью 100 %. Поэтому элемент (1), помимо требуемой фокусировки, создает также паразитные изображения, соответствующие ненулевым коэффициентам  $c_n$  в выражении (4) при  $n \neq \pm 1$ . Степень влияния паразитных изображений оценивается в каждой конкретной задаче и при необходимости может быть уменьшена «внеосевой» фокусировкой. Внеосевая фокусировка состоит во введении в  $\varphi_a(u)$ ,  $\varphi_b(u)$  фазовых функций отклоняющих призм. Призмы играют роль несущих и позволяют сдвинуть паразитные изображения относительно полезных.

**Исследование двухпорядковых фокусаторов.** В качестве примера рассмотрим двухпорядковый фокусатор в крест, состоящий из двух перпендикулярных отрезков равной длины. Фазовая функция двухпорядкового фокусатора в крест описывается общим выражением (1), где функция  $\Phi[\xi]$  имеет вид (6), а фазовые функции  $\varphi_a(u)$ ,  $\varphi_b(u)$  определяются из условия фокусировки в отрезки, составляющие крест. В частности, при квадратной апертуре  $G$  и плоском освещающем пучке  $\varphi_a(u)$ ,  $\varphi_b(u)$  имеют вид [6]

$$\begin{cases} \varphi_a(u, v) = -\frac{k(u^2 + v^2)}{2f} + \frac{kd}{c} \frac{u^2}{2f}, \\ \varphi_b(u, v) = -\frac{k(u^2 + v^2)}{2f} + \frac{kd}{c} \frac{v^2}{2f}, \end{cases} \quad (8)$$

где  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ ;  $\lambda$  — длина волны;  $f$  — расстояние от элемента до плоскости фокусировки;  $d$  — размер отрезков креста;  $c$  — размер стороны апертуры  $G$ .

Проведем анализ паразитных изображений для случая фокусировки в крест.

Согласно (5), (8) структура паразитных изображений определяется функциями

$$\varphi_n(u, v) = -\frac{k(u^2 + v^2)}{2f} + \frac{kd}{2fc} \left( \frac{1+n}{2} u^2 + \frac{1-n}{2} v^2 \right), \quad n \neq \pm 1. \quad (9)$$

Формула (9) соответствует фазовой функции геометрооптического фокусатора плоского пучка в прямоугольник [7] размером  $\frac{1+n}{2} d \times \frac{1-n}{2} d$ . При этом из-за равномерного распределения энергии по площади прямоугольников интенсивность паразитных порядков будет много меньше интенсивности на фокальных линиях креста. Поэтому паразитные порядки не должны повлиять на качество формируемого изображения.

Для анализа предложенного подхода проводился дифракционный расчет интенсивности в фокальной плоскости двухпорядкового фокусатора (1), (6), (8) при следующих параметрах:  $f = 100$  мм,  $\lambda = 1,06$  мкм,  $d = 1,2$  мм,  $c = 5$  мм (рис. 1).

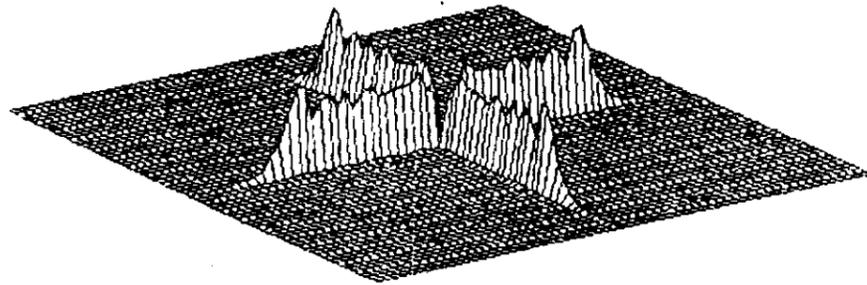


Рис. 1

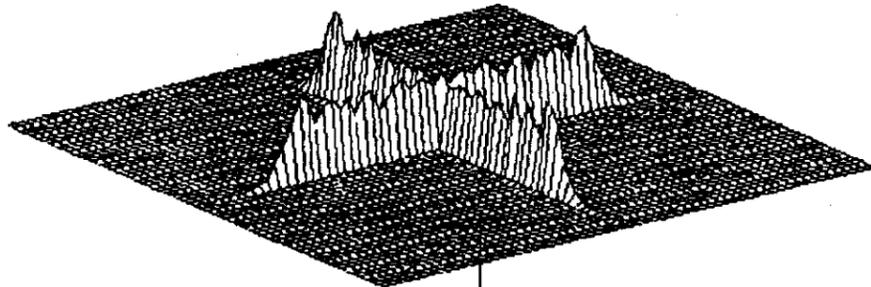


Рис. 2

Дифракционный расчет поля от двухпорядковых фокусаторов осуществлялся на основе численных и программных средств вычисления интеграла Френеля — Кирхгофа, описанных в [8, 9].

На рис. 1 четко видна структура крестообразно сфокусированного излучения. Паразитные изображения незаметны, однако в центре креста присутствует сильный спад интенсивности. Спад объясняется разными знаками 1 и -1 коэффициентов Фурье (7):  $c_1 = -c_{-1}$ . Согласно (4) это приводит к вычитанию полей, соответствующих фокусировке в отрезки креста. Спад интенсивности в центре креста может быть устранен циклическим сдвигом профиля решетки (6). Коэффициенты Фурье (7) при циклическом сдвиге решетки (6) на величину  $\xi_0$  примут вид

$$c_n^{\xi_0} = c_n \exp(in\xi_0).$$

При этом интенсивность в центре креста будет определяться величиной

$$\eta = c_1 \exp(i\xi_0) - c_1 \exp(-i\xi_0) = 2ic_1 \sin(\xi_0).$$

Соответственно при  $\xi_0 = \pi/6$  провал в центре креста исчезнет. Результат моделирования поля (рис. 2), проведенный с учетом сдвига профиля решетки (6) на  $\pi/6$ , подтверждает отсутствие спада интенсивности в центре креста.

Интересно сравнить двухпорядковый фокусатор в крест с сегментированными геометрооптическими фокусаторами. Рассмотрим случай разбиения апертуры  $G$  на два сегмента:  $G_1, G_2$ . На рис. 3, а показан вид сегментации, где

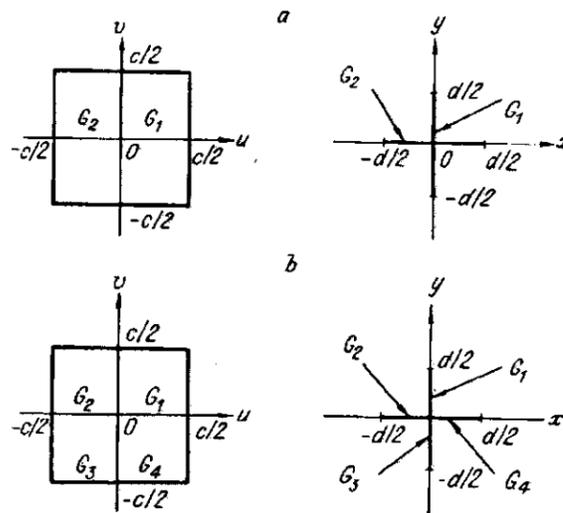


Рис. 3

стрелками указано соответствие между сегментами фокусатора и отрезками креста фокусировки.

Сегментация на рис. 3, а имеет недостаток: длина фокусирующего слоя [б] сегмента  $G_1$  для вертикального отрезка креста равна  $c/2$ , а длина слоя фокусирующего сегмента  $G_2$  для горизонтального отрезка —  $c$ , что приводит к разной дифракционной ширине отрезков креста, равной соответственно  $\lambda f/(c/2)$  и  $\lambda f/c$  [10]. При этом интенсивность на горизонтальном отрезке креста в среднем в 2 раза больше, чем на вертикальном [10], что является крайне нежелательным эффектом в практическом применении фокусатора. Для двухпорядкового фокусатора полная апертура работает в каждый отрезок креста, поэтому дифракционная ширина креста постоянна и равна  $\lambda f/c$ .

Более оптимальная сегментация апертуры состоит в разбиении на четыре сегмента (рис. 3, б). В этом случае дифракционная ширина креста является постоянной, но в 2 раза большей, чем у двухпорядкового фокусатора. Двухпорядковый фокусатор «теряет» 19 % энергии освещающего пучка в паразитных порядках.

Однако проведенный дифракционный расчет показал, что за счет большей дифракционной ширины интенсивность поля вдоль креста сегментированного фокусатора в среднем в 1,6 раза меньше, чем при фокусировке двухпорядковым фокусатором. Поэтому в ряде технологических задач применение двухпорядкового фокусатора в крест более эффективно.

Приведенный подход к синтезу двухпорядковых фокусаторов позволяет реализовать и более сложную фокусировку, например, возможен расчет четырехпорядковых фокусаторов. Для фокусировки в фигуру, состоящую из четырех элементов, необходимо каждую из функций  $\varphi_a(u)$ ,  $\varphi_b(u)$  в (1) определить в виде фазовой функции двухпорядкового фокусатора. Обозначим фазовые функции, соответствующие фокусировке в элементы фокальной фигуры, как  $\hat{\varphi}_1(u)$ ,  $\hat{\varphi}_2(u)$ ,  $\hat{\varphi}_3(u)$ ,  $\hat{\varphi}_4(u)$ . Тогда фазовая функция четырехпорядкового фокусатора имеет вид (1), где

$$\begin{cases} \varphi_a(u) = \frac{1}{2} [\hat{\varphi}_1(u) + \hat{\varphi}_2(u)] + \Phi[h_a(u)], \\ \varphi_b(u) = \frac{1}{2} [\hat{\varphi}_3(u) + \hat{\varphi}_4(u)] + \Phi[h_b(u)], \end{cases} \quad (10)$$

где

$$\begin{cases} h_a(u) = \text{mod}_{2\pi} \left( \frac{1}{2} [\hat{\varphi}_1(u) - \hat{\varphi}_2(u)] \right), \\ h_b(u) = \text{mod}_{2\pi} \left( \frac{1}{2} [\hat{\varphi}_3(u) - \hat{\varphi}_4(u)] \right). \end{cases} \quad (11)$$

Однако эффективность фокусировки при этом уменьшается. Например, у четырехпорядкового элемента, синтезированного на основе двухпорядковой решетки (б), для полезной фокусировки используется уже не 81, а только 65 % энергии освещающего пучка. В качестве примера был рассчитан четырехпорядковый элемент для фокусировки в контур квадрата со стороной  $d$ . Функции  $\varphi_a(u)$ ,  $\varphi_b(u)$  в (1) определялись как фазовые функции двухпорядковых фокусаторов, каждый из которых соответствовал фокусировке в горизонтальный и вертикальный отрезки фокального контура. При этом структура функций  $\varphi_a(u)$ ,  $\varphi_b(u)$  аналогична фазовой функции рассмотренного двухпорядкового фокусатора в крест (1), (6), (8). На рис. 4 приведено распределение интенсивности в фокальной плоскости четырехпорядкового фокусатора при следующих параметрах:  $f = 150$  мм,  $\lambda = 1$  мкм,  $d = 1$  мм — и размере стороны апертуры  $c = 5$  мм.

На рис. 4 показано хорошее качество фокусировки в контур. Паразитные изображения не вносят заметных искажений. В то же время присутствует неустраняемый провал в углах контура, обусловленный характерным для фокусировки в отрезок спадом интенсивности на краях.

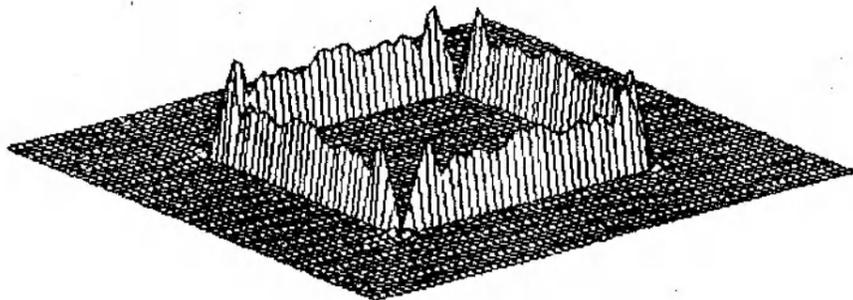


Рис. 4

Результаты проведенных расчетов (см. рис. 1, 2, 4) подтверждают работоспособность многопорядковых фокусаторов и возможность их использования в задачах лазерной технологии.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сисакян И. Н., Сойфер В. А. Компьютерная оптика. Достижения и проблемы // Компьютерная оптика.—1987.—№ 1.
2. Doskolovich L. L., Kazanskiy N. L., Kharitonov S. I., Uspleniev G. V. Focusators for laser branding // Optics and Lasers in Eng.—1991.—15, N 5.—P. 311.
3. А. с. 1303977 СССР. Установка для маркировки изделий /А. В. Гончарский, В. А. Данилов, В. В. Попов и др.—Заявл. 26.09.84; Опубл. 15.04.87, Бюл. № 14.
4. Mait Joseph N. Design of binary-phase and multiphase Fourier gratings for array generation // JOSA.—1990.—7, N 8.—P. 1514.
5. Березный А. Е., Комаров С. В., Прохоров А. М. и др. Фазовые дифракционные решетки с заданными параметрами // ДАН СССР.—1986.—287, № 3.
6. Данилов В. А., Попов В. В., Прохоров А. М. и др. Синтез оптических элементов, создающих фокальную линию произвольной формы // Письма в ЖТФ.—1982.—8, № 13.
7. Голуб М. А., Досколович Л. Л., Казанский Н. Л. и др. Вычислительный эксперимент с фокусатором гауссового пучка в прямоугольнике // Компьютерная оптика.—1990.—№ 7.
8. Golub M. A., Doskolovich L. L., Kazanskiy N. L. et al. Computational experiment for computer generated optical elements // Proc. SPIE.—1991.—1500.—P. 194.
9. Голуб М. А., Казанский Н. Л., Сисакян И. Н., Сойфер В. А. Вычислительный эксперимент с элементами плоской оптики // Автометрия.—1988.—№ 1.
10. Голуб М. А., Казанский И. Л., Сисакян И. Н. и др. Дифракционный расчет интенсивности светового поля вблизи фокальной линии // Оптика и спектроскопия.—1989.—67, № 6.

Поступила в редакцию 1 апреля 1992 г.

12