между (14а) и (16) незначительно (например, на середине стороны квадрата оно составляет ~1 %).

Приведем еще одно соотношение, вытекающее из (14) в случае, когда $\alpha_1 = 0, \alpha_3 > 0$ при $l \to 0$:

$$w_1 = (1/4)[1 - (r_1^2 - r_3^2) + (r_1^3 + r_3^3 - r_2^3 - r_4^3)/2(\sqrt{2} - 1)]. \qquad (14б)$$

$$- \rho(l_3) - 3\rho(l_7) + \rho(l_2) - \rho(l_6) + \rho(l_4) - \rho(l_8))/(1 + \rho(l) -$$
$$- \rho(\sqrt{2}l) - \rho(\sqrt{3}l)) + (\rho(l_1) - \rho(l_5) + \rho(l_3) - \rho(l_7) - \rho(l_2) +$$
$$+ \rho(l_6) - \rho(l_4) + \rho(l_8))/(1 - 3\rho(l) + 3\rho(\sqrt{2}l) - \rho(\sqrt{3}l))]. \qquad (17)$$

Нумерация вершин куба проведена против часовой стрелки в двух противолежащих основаниях (1—4 и 5—8).

Когда $\alpha < 0$, осуществляя предельный переход в (17), получим асимптотически оптимальную интерполяционную формулу:

$$w_1 = (1/8)[1 - ((3 + 21\sqrt{2} + \sqrt{3})/6(\sqrt{3} - 1))r_1 -$$
$$- ((3 - 3\sqrt{2} - 7\sqrt{3})/6(\sqrt{3} - 1))(r_2 + r_4 + r_5) -$$
$$- ((3 - 3\sqrt{2} + \sqrt{3})/6(\sqrt{3} - 1))(r_3 + r_6 + r_8) +$$
$$+ ((21 + 3\sqrt{2} - 17\sqrt{3})/6(\sqrt{3} - 1))r_7]. \qquad (17а)$$

Расхождение в среднем квадрате ошибки интерполяции между (17а) и трехмерным аналогом (9)

$$w_1 = (1 - |x|/l)(1 - |y|/l)(1 - |z|/l)1[1 - |x|/l]1[1 - |y|/l]1[1 - |z|/l] \qquad (18)$$

невелико. На середине ребра куба оно составляет ~2 %.

В заключение отметим, что соотношения типа (13а)—(15а), (17а) могут быть получены и без использования формул (13)—(15), (17) путем составления очевидных систем уравнений для весовой функции, представленной в виде линейной комбинации расстояний.

Автор благодарен И. Н. Сворковой за помощь в работе.

Поступила в редакцию 28 февраля 1992 г.

УДК 681.3.06 : 528.288

Н. И. Королев, А. А. Короткин

(Ярославль)

ОБ ОДНОЙ ЭФФЕКТИВНОЙ СХЕМЕ КОРРЕЛЯЦИОННОГО АЛГОРИТМА СОВМЕЩЕНИЯ ТОЧЕЧНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Рассматривается один из корреляционных алгоритмов совмещения двух зашумленных снимков точечных изображений (звездных узоров) с целью приведения этих снимков к одной системе координат. Исследуются с точки зрения вычислительной эффективности две схемы реализации этого алгоритма. Показано, что схема, использующая специальную структуру данных, дает значительный выигрыш во времени по сравнению со схемой, основанной на представлении данных в виде линейных массивов. Приводятся соответствующие оценки эффективности.

Введение. При обработке астрономических наблюдений возникает задача совмещения двух соседних кадров участка небесной сферы, взятых из последовательности таких кадров. Совмещение должно выполняться в реальном масштабе времени при поочередной смене кадров. Надежным решением этой задачи является корреляционный алгоритм по методу «редкой сетки». Однако его применение с использованием традиционных структур данных для представления координат точек кадра (линейные массивы) требует слишком большого числа операций.

Предлагается другой алгоритм, также построенный по методу «редкой сетки», но требующий существенно меньшего числа арифметических и логических операций. Этот алгоритм основан на представлении совокупности точек кадра в виде специальной списковой структуры и соответствующем способе поиска необходимых точек. В работе рассматриваются оба подхода и сравниваются их трудоемкости.

Постановка задачи. Пусть $K^1, K^2, ..., K^t$ — последовательность кадров, в которой каждый кадр K^t содержит совокупность точек с координатами (x_i^t, y_i^t) в системе координат K^t; $0 \le x_i^t \le H$, $0 < y_i^t \le H$, $i = \overline{1, n^t}$, где n^t — число точек в кадре K^t, H — размер кадра.

Указанная совокупность содержит как точки, являющиеся образами звезд, так и шумовые точки, вызванные несовершенством аппаратуры.

Каждые два соседних кадра K^t и K^{t+1} имеют параллельный сдвиг (поворотом пренебрегаем) между своими системами координат, причем сдвиг мал и не превосходит пороговых значений по каждому направлению:

$$(a^t, b^t) \text{ — параметры сдвига}, \quad t = 1, 2, ...,$$
$$0 \le |a^t| \le h^t_{\max}, \qquad 0 \le |b^t| < h^t_{\max}, \qquad 0 < h^t_{\max} \ll H, \tag{1}$$

где $h^t_{\max}$ — максимально возможный сдвиг между соседними кадрами.

Соседним кадрам K^t и K^{t+1} в силу того, что они пересекаются, принадлежат точки, являющиеся образами одних и тех же звезд. Такие точки будем называть сигнальными. Координаты сигнальных точек связаны между собой следующими соотношениями:

$$x_i^t - x_j^{t+1} = a^t + \alpha_{ij},$$
$$y_i^t - y_j^{t+1} = b^t + \beta_{ij}, \qquad (i, j) \in S^t, \tag{2}$$

где S^t — множество пар индексов сигнальных точек, причем $s^t = |S^t| \le < \min(n^t, n^{t+1})$: α_{ij}, β_{ij} — случайные независимые погрешности измерения соответствующих координат точек, распределенные по закону $N(0, \sigma)$, $0 < \sigma \ll h^t_{\max}$.

Требуется определить приближенные значения параметров сдвига $(\hat{a}^t, \hat{b}^t)$ между системами координат кадров K^t и K^{t+1}.

Совмещение изображений по методу «редкой сетки». Соотношение (2) можно использовать следующим образом. Каждой паре точек $(x_i^t, y_i^t) \in K^t$, $(x_j^{t+1}, y_j^{t+1}) \in K^{t+1}$ ставится в соответствие точка (a_{ij}, b_{ij}):

$$a_{ij} = x_i^t - x_j^{t+1},$$
$$b_{ij} = y_i^t - y_j^{t+1}, \quad i = \overline{1, n^t}, \; j = \overline{1, n^{t+1}}. \tag{3}$$

Участок $D_h = [-h^t_{\max}, h^t_{\max}] \times [-h^t_{\max}, h^t_{\max}]$ корреляционной плоскости $0ab$ делится на одинаковые квадраты размером $h \times h$ со сторонами, параллельными осям $0a$ и $0b$. Все квадраты индексируются парой

$$(r, s),\ \ r = \overline{0, n_c},\ \ s = \overline{0, n_c},\ \text{где}\ n_c = \left\lfloor \frac{h^t_{\max}}{h} \right\rfloor.$$

Среди точек вида (3) будем рассматривать только точки $(a_{ij}, b_{ij}) \in D_h$. Построим корреляционную функцию $K(r, s)$ вида

$$K(r, s) = \sum_{i=1}^{n^t} \sum_{j=1}^{n^{t+1}} \chi\left(r - \left\lfloor \frac{x_i^t - x_j^{t+1}}{h} \right\rfloor,\ s - \left\lfloor \frac{y_i^t - y_j^{t+1}}{h} \right\rfloor\right),$$

где

$$\chi(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{если } x = y = 0, \\ 0 & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Определим индексы (r^*, s^*), на которых достигается максимум корреляционной функции:

$$K(r^*, s^*) = \max_{(r,s)} K(r, s).$$

Очевидно, что внутри квадрата (r^*, s^*) содержится наибольшее число точек вида (3). Предполагая, что число сигнальных точек достаточно велико, с большой степенью достоверности можно считать, что истинные параметры сдвига (a^t, b^t) лежат внутри квадрата (r^*, s^*). Приближенные значения параметров сдвига $(\hat{a}^t, \hat{b}^t)$ получим в результате усреднения координат точек (a_{ij}, b_{ij}) вида (3), попавших в найденный самый «тяжелый» квадрат (r^*, s^*).

Подробное математическое обоснование изложенного метода можно найти в [1, 2].

Две схемы реализации алгоритма «редкой сетки». Рассмотрим сначала схему непосредственной реализации алгоритма, когда совокупности точек кадров K^t и K^{t+1} хранятся в линейных массивах.

1. По заданным значениям интервала квантования h и максимально допустимого сдвига $h^t_{\max}$ между кадрами K^t и K^{t+1} определяется размер n_c матрицы $C = [C_{r,s}]$, $r = \overline{1, n_c}$, $s = \overline{1, n_c}$, значений корреляционной функции $K(r, s)$:

$$n_c = \lfloor 2h^t_{\max}/h \rfloor - 1.$$

2. Для всех точек обоих кадров вычисляются разности $a_{ij} = x_i^t - x_j^{t+1}$, $i = \overline{1, n_c}$, $j = \overline{1, n_c}$, и для каждого значения a_{ij} проверяется условие

$$|a_{ij}| \leq h^t_{\max}. \tag{4}$$

Множество пар (i, j), для которых выполняется (4), обозначим через A'.

3. Для каждой i-й точки кадра K^t и j-й точки кадра K^{t+1}, $(i, j) \in A'$, вычисляется разность $b_{ij} = y_i^t - y_j^{t+1}$ и проверяется условие

$$|b_{ij}| \leq h^t_{\max}. \tag{5}$$

Множество пар $(i, j) \in A'$, для которых выполнено (5), обозначим через A''. Очевидно, $A'' \subset A'$.

4. Определяется квадрат (r, s) корреляционной плоскости, в который попадает точка (a_{ij}, b_{ij}), $(i, j) \in A''$:

$$r = \lfloor (a_{ij} + h^t_{\max})/h \rfloor,\quad s = \lfloor (b_{ij} + h^t_{\max})/h \rfloor,\quad 0 \leq r, s \leq n_c.$$

(Для удобства участок $[-h^t_{\max}, h^t_{\max}] \times [-h^t_{\max}, h^t_{\max}]$ корреляционной плоскости сдвигается на величину $h^t_{\max}$ в положительном направлении по обеим осям координат.)

5. Фиксируется попадание точки (a_{ij}, b_{ij}) в определенный выше квадрат, т. е. $C_{r,s} = C_{r,s} + 1$. В элементах двумерных матриц $X = [X_{r,s}]$, $Y = [Y_{r,s}]$, $r, s = \overline{1, n_c}$, накапливаются суммы соответствующих координат точек, попавших в квадрат (r, s):

$$X_{r,s} = X_{r,s} + a_{ij}, \quad Y_{r,s} = Y_{r,s} + b_{ij}.$$

6. В результате n_c^2 сравнений определяются индексы (r^*, s^*) квадрата, содержащего наибольшее число точек (a_{ij}, b_{ij}), т. е. вычисляется максимум функции $K(r, s)$.

7. Определяются параметры сдвига между кадрами

$$\hat{a}^t = X_{r^*,s^*}/C_{r^*,s^*}, \quad \hat{b}^t = Y_{r^*,s^*}/C_{r^*,s^*}.$$

Анализ описанной схемы показывает, что количество операций N_1, требуемых для получения $(\hat{a}^t, \hat{b}^t)$, удовлетворяет соотношению

$$N_1 \approx n^t n^{t+1}(\text{сл.} + \text{ср.} + \text{abs}),$$

где сл., ср., abs — символы операций сложения, сравнения и вычисления абсолютной величины соответственно. Действительно, наиболее трудоемким является 2-й шаг схемы. Это следует из очевидного неравенства

$$|A''| < |A'| \ll n^t n^{t+1},$$

а также из того, что практически всегда шаг квантования «редкой сетки» h удовлетворяет условию

$$n_c^2 = (\lfloor 2h^t_{\max}/h \rfloor - 1)^2 \ll n^t n^{t+1}.$$

В случае когда $n^t > 100$, $t = 1, 2, \ldots$, применение описанной реализации алгоритма в реальном масштабе времени весьма проблематично. Ниже предлагается другая схема корреляционного алгоритма, в которой вычислительные затраты существенно меньше.

Как показано в предыдущей схеме, для нахождения параметров сдвига между кадрами используются только те точки вида (3), которые принадлежат участку D_h корреляционной плоскости. Локализацию этих точек можно провести так, чтобы для каждой точки $(x_i^{t+1}; y_i^{t+1})$ кадра K^{t+1} необходимо перебрать из кадра K^t лишь те точки, которые попадают в область

$$D_j = \left[x_j^{t+1} - h^t_{\max}, x_j^{t+1} + h^t_{\max}\right] \times \left[y_j^{t+1} - h^t_{\max}, y_j^{t+1} + h^t_{\max}\right].$$

Задача отбора точек, попадающих в заданную область, называется задачей регионального поиска. Этой проблеме посвящен ряд работ (см., например, [3]). Однако во всех предлагаемых в [3] алгоритмах рассматривается статическая модель, в которой массив точек постоянен. Для решения задачи регионального поиска в такой постановке затраты времени на предобработку, т. е. на организацию соответствующей структуры данных перед поиском, имеют оценку $0(N\log N)$, где N — число точек в кадре.

Рассматриваемая здесь ситуация принципиально иная: множество точек меняется от кадра к кадру, а обработка ведется в реальном масштабе времени, и поэтому слишком долгая предобработка (существенно большая, чем линейная по N) точек каждого кадра недопустима. Ниже предлагается такая структура данных для K^t, которая позволяет эффективно решить указанную задачу регионального поиска без существенных затрат на предобработку.

Разобьем K^t на квадратные зоны Z_{kl} со стороной h_z:

$$Z_{kl} = [kh_z, (k+1)h_z] \times [lh_z, (l+1)h_z], \quad 0 \le k \le \lfloor H/h_z \rfloor, \quad 0 \le l \le \lfloor H/h_z \rfloor.$$

Представим совокупность точек кадра K^t в виде набора связных списков $W = \{w_{kl}\}$, где w_{kl} — список точек из K^t, попадающих в зону Z_{kl}, и двумерного массива P, содержащего для каждой пары (k, l) указатель $P[k, l]$ на начало (на первый элемент) списка w_{kl}. Каждый элемент списка представляет собой запись с тремя полями (X, Y, Next), где первое и второе поля содержат координаты соответствующей точки из K^t, третье поле Next — указатель на следующий элемент списка. В последнем элементе списка полю Next присваивается нулевое значение.

Для представления точек кадра K^t в указанном виде предлагается следующая последовательность действий:

1) присвоение всем элементам массива P нулевого значения;

2) вычисление для каждой точки (x_i^t, y_i^t) из K^t $(i = \overline{1, n^t})$ индексов зоны, в которую она попадет:

$$k = \lfloor x_i^t / h_z \rfloor, \quad l = \lfloor y_i^t / h_z \rfloor;$$

3) вставка записи $(x_i^t, y_i^t, \mathrm{Next})$ в начало списка w_{kl}, т. е. а) $\mathrm{Next} = P[k, l]$; б) $P[k, l]$ = адрес записи $(x_i^t, y_i^t, \mathrm{Next})$.

Общее число арифметических операций при такой предварительной обработке K^t равно $N_2^t = n^t(2 \text{ дел.} + 2 \text{ ent})$, где дел., ent — символы операций деления и вычисления целой части соответственно; N_2^t существенно меньше трудоемкости предобработки множества точек K^t в алгоритме регионального поиска [3] и дает незначительный вклад в трудоемкость второй схемы корреляционного алгоритма.

Выберем размер зоны h_z так, чтобы $h_z = h_{\max}^t$ (оптимизация выбора h_z в данной работе не рассматривается). Тогда доступ ко всем точкам K^t из области D_j осуществляется перебором четырех списков, соответствующих зонам, полностью накрывающим область D_j.

Кратко опишем последовательность действий второй схемы реализации алгоритма совмещения кадров:

1) предобработка точек кадра K^t, т. е. получение набора связных списков W и массива указателей P;

2) перебор всех точек (x_j^{t+1}, y_j^{t+1}) $(j = \overline{1, n^{t+1}})$ кадра K^{t+1}, координаты которых хранятся в линейных массивах;

3) определение множества зон кадра K^t, полностью накрывающих область D_j, соответствующую j-й выбранной точке кадра K^{t+1};

4) перебор всех точек кадра K^t из определенного на шаге 3 настоящей схемы множества зон, нахождение множества A'' и изменение матрицы C по методу «редкой сетки» (см. шаги 2—4 первой схемы);

5) определение максимального элемента матрицы C (см. шаг 5 первой схемы);

6) вычисление $(\hat{a}^t, \hat{b}^t)$ приближенных значений параметров сдвига (см. шаг 6 первой схемы).

Оценим среднее число N_2 арифметических операций второй схемы и сравним его с N_1, предполагая, что совмещаемые кадры являются реализациями пуассоновского точечного поля.

Очевидно, что при больших значениях n^t и n^{t+1} во второй схеме так же, как и в первой, основная трудоемкость выпадает на формирование множества A'', т. е. на шаг 4. Следовательно, N_2 в основном определяется числом операций сложения, сравнения и вычисления абсолютной величины (см. шаги 2, 3 первой схемы), которое пропорционально количеству рассматриваемых на шаге 4 пар точек. В силу вероятностных свойств пуассоновского точечного поля для j-й точки из K^{t+1} необходимо перебрать в среднем $p(n^t - 1) + 1$ точек из K^t, если эта точка является сигнальной, и pn^t, если она является шумовой, где p — вероятность попадания точки из K^t в множество зон, полностью накрывающих область D_j; в данном случае $p = 4h_z^2 / H^2$. Отсюда следует, что N_2 приблизительно равно:

$$N_2 \approx [s^t(p(n^t - 1) + 1) + (n^{t+1} - s^t)pn^t](\text{сл.} + \text{ср.} + \text{abs}) =$$
$$= [n^t n^{t+1} p + s^t(1 - p)](\text{сл.} + \text{ср.} + \text{abs}). \tag{6}$$

Тогда отношение N_1/N_2 оценивается следующим образом:

$$N_1/N_2 = (n^t n^{t+1})/(n^t n^{t+1} p + s^t(1 - p)) > 1/(p + 1/\min(n^t, n^{t+1})).$$

Заключение. Предложенная схема позволяет при малых $h^t_{\max}$ значительно сократить вычислительные затраты корреляционного алгоритма. В то же время эта схема допускает свое дальнейшее совершенствование. Например, уменьшая размер зоны h_z до некоторого оптимального значения и более тщательно выбирая множество зон, полностью накрывающих области D_j, можно уменьшить p. Другое направление улучшения второй схемы состоит в том, чтобы при $t \geq 2$, вычисляя $(\widehat{a}^t, \widehat{b}^t)$, использовать прогноз, полученный по известным параметрам сдвига при совмещении предыдущих кадров. Такая экстраполяция параметров сдвига, если она возможна из условий наблюдения участка звездного неба, приведет к уменьшению $h^t_{\max}$, что позволит уменьшить размер зоны h_z, а значит, и p.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Анисимов Б. В., Курганов В. Д., Злобин В. К. Распознавание и цифровая обработка изображений.—М.: Высш. шк., 1983.
2. Белоглазов И. Н., Тарасенко В. П. Корреляционно-экстремальные системы.—М.: Сов. радио, 1974.
3. Препарата Ф., Шеймос М. Вычислительная геометрия: Введение.—М.: Мир, 1989.

Поступила в редакцию 11 февраля 1992 г.

УДК 519.68

В. А. Гороховатский

(Харьков)

СТРУКТУРНО-КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ МЕТОДЫ ПРИ ОПИСАНИИ И РАСПОЗНАВАНИИ ОБЪЕКТОВ НА ИЗОБРАЖЕНИИ

Предлагается подход к сопоставлению описаний объектов на изображении, сочетающий преимущества структурного и корреляционного подходов. Корреляционная мера сходства определяется на множестве локальных признаков и учитывает структуру объекта. Обобщены опыт и особенности практической реализации соответствующих алгоритмов.

Введение. В теории и практике распознавания объектов на изображении в системах технического зрения используются два основных подхода — структурно-синтаксический и дискриминантный [1]. Каждый из них имеет свои преимущества и недостатки. Сложность применения структурно-синтаксических методов состоит в необходимости надежного выделения непроизводных элементов (локальных признаков) в условиях помех, в трудности описания разнообразия объектов конечной системой правил, а также изменчивости непроизводных элементов. Недостатки дискриминантных методов и близких к ним методов сравнения с эталоном состоят в слабой их устойчивости к так называемым «локальным» помехам, связанным с искажением отдельных элементов описания объекта, вследствие частичного перекрытия объектов [2].

Эти недостатки вызваны интегральным характером дискриминантных методов, в которых не анализируется внутренняя структура объекта. Другой