2. Косцов Э. Г., Мишин А. И. Особенности построения оптических ЦВМ // Микроэлектроника.—1977.—6, вып. 2.
3. Egorov V. M., Koszov E. G. Integral optical digital computers // Appl. Opt.—1990.—29, N 8.—P. 1178.
4. Brenner K.-H., Huang A., Streibl N. Digital optical computing with symbolic substitution // Appl. Opt.—1986.—25, N 19.—P. 3054.
5. Егоров В. М., Косцов Э. Г. Перспективы создания цифровых высокопроизводительных вычислительных устройств // Автометрия.—1985.—№ 1.
6. Егоров В. М., Косцов Э. Г. Микроэлектронные оптические цифровые вычислительные устройства // Автометрия.—1989.—№ 3.
7. Методы параллельного микропрограммирования /Под ред. О. Л. Бандман.—Новосибирск: Наука, 1981.
8. Bandman O. L., Piskunov S. V. Parallel substitution algorithm as a model for distributed computations // J. New Gener. Comput. Syst.—1991.—4, N 1.—P. 3.
9. Bandman O. L., Piskunov S. V. Parallel microprogramming as a tool for multi-microprocessor system // Lect. Notes in Comp. Sci.—Berlin a. o., 1989.—Vol. 342.—P. 57.
10. А. с. 436350 СССР. Двоичный сумматор /Ю. Н. Корнев, С. В. Пискунов, С. Н. Сергеев.—Заявл. 14.06.71; Опубл. 15.07.74; Бюл. № 26.
11. Маркова В. П., Пискунов С. В. Универсальная процедура построения структурных схем специализированных параллельных вычислителей // Математическое и архитектурное обеспечение параллельных вычислений.—Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1989.
12. Bandman O. L. Space-time transformation of cellular computations // Parallel Computing Technologies: Proc. of the Internat. Conf. /Ed. N. Mirenkov.—Novosibirsk, USSR.—1991.—P. 235.
13. Биркгроф Г., Барти Т. Современная прикладная алгебра.—М.: Мир, 1976.

Поступила в редакцию 28 февраля 1992 г.

УДК 535.854

Х. Брандт, Ю. Н. Солодкин

(Новосибирск)

О ВОЗМОЖНОСТИ КОРРЕКЦИИ РЕЗУЛЬТАТА В ЦЕЛОЧИСЛЕННЫХ ИНТЕРФЕРОМЕТРАХ

Проведен анализ метода определения полной разности фаз, основанного на решении систем сравнений целых чисел для случая, когда численные значения интерференционных полос имеют общий делитель. Показано, что возможны не только получение достоверного значения полной разности фаз, но и коррекция результата измерения. Приведен критерий необходимости коррекции. Рассмотрены условия, при которых коррекция возможна.

В [1] показано, что математический аппарат арифметики вычетов (арифметики в остаточных классах) адекватен задаче, решаемой в интерферометрии. Эта задача сводится к определению полной разности фаз световых волн, выраженной в числе интерференционных полос. Подсчет числа полос во времени или в пространстве требует знания точки отсчета или «нулевой» полосы, определения знака при суммировании полос, фиксации экстремальных или нулевых значений яркости для выделения периодов. В итоге для получения разности фаз оказываются необходимыми существенная априорная информация и выполнение трудоемких, практически не поддающихся автоматизации операций. Особенно эти проблемы характерны для голографической интерферометрии, в которой расшифровка интерферограмм невозможна иначе, чем в интерактивном режиме [2].

Арифметика вычетов оперирует сравнениями вида

$$X \equiv b (\mathrm{mod}\, m), \tag{1}$$

где X — все целые числа, которые при делении на m дают тот же остаток, что и b. Они образуют класс чисел, сравнимых по модулю m, а каждое число класса именуется вычетом. Числа, принадлежащие одному классу, следуют друг за другом с периодом m.

Суть целочисленного интерферометра заключается в том, что полная разность фаз световых волн может быть определена по значению фаз в пределах одной полосы, полученных при разных ценах полос [1]. Это достигается решением системы сравнений вида (1):

$$X \equiv b_i(\mathrm{mod}\, m_i), \quad i = 1, 2, ..., n, \tag{2}$$

где m_i — целочисленные значения периодов интерференционных полос с разными ценами; b_i — целочисленные значения фаз в пределах этих периодов.

Если числа m_i попарно взаимно простые, то решения системы (2) можно записать следующим образом:

$$X \equiv X_0(\mathrm{mod}\, m), \tag{3}$$

где

$$X_0 = \sum_{i=1}^{n} M_i M_i' b_i, \qquad m = \prod_{i=1}^{n} m_i,$$

$$M_i m_i = m, \qquad M_i M_i' \equiv 1 \ (\mathrm{mod}\, m_i), \qquad i = 1, 2, ..., n. \tag{4}$$

Сравнение (3) дает информацию о полной разности фаз X, если эта разность не превышает величины m, равной произведению периодов интерференционных полос.

Например, для периодов $m_i = 4$, $m_i = 5$ имеем решение $X \equiv 5b_1 + 16b_2$ (mod20). Все значения X для различных сочетаний b_1 и b_2 сведены в табл. 1. Пусть измерены фазы в пределах одного периода (с высокой точностью это можно делать в интерферометрах с контролируемым фазовым сдвигом [3, 4]). При одной цене полосы ($m_1 = 4$) $\varphi_1 = \pi$, при другой ($m_2 = 5$) — $\varphi_2 = 1{,}2\pi$, что в долях от периода 2π составляет соответственно $2/4$ и $3/5$, откуда следует, что $b_1 = 2$, $b_2 = 3$. Из табл. 1 для этой пары значений имеем $X = 18$, т. е. полная разность фаз составляет 4,5 полосы с периодом m_1 или 3,6 полосы с периодом m_2.

Таким образом, в целочисленном интерферометре можно определить полную разность фаз световых волн, не считая интерференционные полосы.

В [5] дана оценка точности целочисленного интерферометра. Решение системы сравнений (3) следует отнести к некорректным задачам, поскольку малые погрешности при измерении величин b_i могут привести к большим ошибкам результата. Если в рассмотренном выше примере погрешность определения b_1 и b_2 составляет 1, то решение может принимать ряд значений: 2, 7, 9, 13, 14, 17, 18, 19. Естественно, что такой разброс недопустим. Точность измерения фазы в пределах одного периода должна обеспечивать достоверное определение последней значащей цифры. Однако, как следует из [5], априорная информация о диапазоне измеряемых величин позволяет указать окрестности «грубых» сбоев и осуществить корректировку результата.

В данной статье исследуются целочисленные интерферометры, в которых численные значения цен интерференционных полос имеют общий делитель.

Таблица 1

b_1	b_2				
	0	1	2	3	4
0	0	16	12	8	4
1	5	1	17	13	9
2	10	6	2	18	14
3	15	11	7	3	19

Обычно для изменения цены полосы, или чувствительности интерферо-етра, используются либо различные длины волн перестраиваемого источника ізлучения, либо изменение угла между интерферирующими волнами. В пер-м случае мы не свободны в выборе и целочисленные значения длин волн, ізвестных с большой точностью, могут не быть взаимно простыми числами, іто приводит к несправедливости решения (3), (4). Аналогичная ситуация иожет возникнуть во втором случае из-за неточности установки угла интерференции.

Покажем, что система сравнений (2) с модулями m_i, которые не являются ззаимно простыми числами, позволяет правильно определить полную раз-юсть фаз световых волн и при этом обладает возможностями коррекции эезультата.

Пусть модули m_i, $i = 1, 2, \ldots, n$, имеют общий делитель $d \neq 1$, а числа m_i/d попарно взаимно простые. Это соответствует практическому случаю, когда точность определения периодов интерференционных полос увеличива-ется в одно и то же число раз.

Для чисел m_i/d решение получается из (3), (4) заменой m_i на m_i/d. Тогда для исходных модулей m_i результирующее сравнение может быть записано в виде

$$X = \sum_{i=1}^{n} C_{ik} b_i \pmod{m_d}, \tag{5}$$

где

$$m_d = \frac{\prod_{i=1}^{n} m_i}{d^{n-1}} \tag{6}$$

сть наименьшее общее кратное модулей m_i, а коэффициенты C_{ik} определяют-ся из условий:

$$C_{ik} = M_i M_i' + k\frac{m_d}{d}, \tag{7}$$

$$\sum_{i=1}^{n} C_{ik} \equiv 1 \pmod{m_d}, \quad i = 1, 2, \ldots, n; \quad k = 0, 1, \ldots, d-1. \tag{8}$$

Если для $d = 1$ существует одно единственное решение (3), то при $d > 1$ аких решений оказывается множество, определяемое возможными комбинациями коэффициентов C_{ik} (7), допускаемыми условием (8).

В качестве примера рассмотрим двухмодульную систему $m_1 = 6$, $m_2 = 9$, $d = 3$. Для чисел m_i/d, равных 2 и 3, имеем решение (3): $X \equiv 3b_1 + 4b_2 \pmod{6}$. Следовательно, коэффициенты C_{ik} на основании (7) принимают значения: $C_{11} = 3$, $C_{12} = 9$, $C_{13} = 15$, $C_{21} = 4$, $C_{22} = 10$, $C_{23} = 16$. Возможные комбинации коэффициентов C_{1k} и C_{2k} из условия (8) дают три сравнения вида (5):

$$\begin{aligned} X &\equiv 3b_1 + 16b_2 \pmod{18}, \\ X &\equiv 9b_1 + 10b_2 \pmod{18}, \\ X &\equiv 15b_1 + 4b_2 \pmod{18}. \end{aligned} \tag{9}$$

Из (9) следует, что решение существует только для таких пар значений b_1 и b_2, которые удовлетворяют всем трем сравнениям одновременно.

Все значения X для каждого из сравнений (9) приведены соответственно в трех табл. 2, а, б, в. Из них видно, что значения X совпадают только для определенных пар значений b_1 и b_2. Эти пары выделены в табл. 3. Наличие запрещенных пар b_1 и b_2 означает, что они могут появляться только из-за ошибки измерения. Следовательно, возможна коррекция результата путем выделения ближайшей к запрещенной достоверной пары значений.

Таблица 2,а

b_1	b_2								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	0	16	14	12	10	8	6	4	2
1	3	1	17	15	13	11	9	7	5
2	6	4	2	0	16	14	12	10	8
3	9	7	5	3	1	17	15	13	11
4	12	10	8	6	4	2	0	16	14
5	15	13	11	9	7	5	3	1	17

Таблица 2,б

b_1	b_2								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	0	10	2	12	4	14	6	16	8
1	9	1	11	3	13	5	15	7	17
2	0	10	2	12	4	14	6	16	8
3	9	1	11	3	13	5	15	7	17
4	0	10	2	12	4	14	6	16	8
5	9	1	11	3	13	5	15	7	17

Таблица 2,в

b_1	b_2								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	0	4	8	12	16	2	6	10	14
1	15	1	5	9	13	17	3	7	11
2	12	16	2	6	10	14	0	4	8
3	9	13	17	3	7	11	15	1	5
4	6	10	14	0	4	8	12	16	2
5	3	7	11	15	1	5	9	13	17

Таблица 3

b_1	b_2								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	0			12			6		
1		1			13			7	
2			2			14			8
3	9			3			15		
4		10			4			16	
5			11			5			17

Критерием для решения вопроса о необходимости коррекции может служить сравнение

$$F \equiv |b_1 - b_2| \pmod{d}. \qquad (10)$$

Значения F для решения (9) сведены в табл. 4. Для разрешенных пар b_1 и b_2 $F = 0$. Если $F \neq 0$, требуется коррекция результата.

Определим условия возможности коррекции. Для этого сравним расположение запрещенных и разрешенных пар значений b_1 и b_2 для случаев: $m_1 = 4$, $m_2 = 6$, $d = 2$ (табл. 5); $m_1 = 6$, $m_2 = 9$, $d = 3$ (см. табл. 3); $m_1 = 10$, $m_2 = 15$, $d = 5$ (табл. 6). По сравнению с исходными взаимно простыми значениями $m_1/d = 2$ и $m_2/d = 3$ точность отсчета возрастает соответственно в 2, 3 и 5 раз. Как видно из указанных таблиц, решения для разрешенных пар расположены по диагоналям, расстояние между которыми равно d. Зная погрешности определения b_1 и b_2, можно в таблицах выделить прямоугольник, ограниченный зна-

Таблица 4

b_1	b_2								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	0	1	2	0	1	2	0	1	2
1	1	0	1	2	0	1	2	0	1
2	2	1	0	1	2	0	1	2	0
3	0	2	1	0	1	2	0	1	2
4	1	0	2	1	0	1	2	0	1
5	2	1	0	2	1	0	1	2	0

Таблица 5

b_1	b_2					
	0	1	2	3	4	5
0	0		8		4	
1		1		9		5
2	6		2		10	
3		7		3		11

Таблица 6

b_1	b_2														
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
0	0					20					10				
1		1					21					11			
2			2					22					12		
3				3			*XX*		23					13	
4					4					24	*X*				14
5	15					5					25				
6		16					6					26			
7			17					7					27		
8				18					8					28	
9					19					9					29

чениями $b_1 \pm \Delta b_1 \pmod{m_1}$ и $b_2 \pm \Delta b_2 \pmod{m_2}$. Если в прямоугольнике оказываются значения, принадлежащие одной разрешенной диагонали, коррекция возможна. В табл. 5 даже минимальные значения погрешности $\Delta b_1 = \pm 1$ и $\Delta b_2 = \pm 1$ приводят к попаданию на две диагонали, поэтому коррекция оказывается невозможной. Очевидно, что для выполнения коррекции необходимо иметь $d \geq 5$.

Покажем возможность выполнения коррекции на примере табл. 6. Пусть погрешности определения b_1 и b_2 равны ± 1 и в результате измерения получены значения $b_1 = 4$ и $b_2 = 10$. Поскольку из (10) следует, что $F = 1$, полученная пара b_1 и b_2 является запрещенной и необходима коррекция результата. Вокруг запрещенного значения X выделяем окрестность $b_1 \pm 1$ и $b_2 \pm 1$, в которую попадают два разрешенных значения 24 и 25. Каждое из них можно считать верным, что вполне согласуется с заданной погрешностью определения b_1 и b_2.

Если исходная погрешность равна ± 2 и получены значения $b_1 = 3$ и $b_2 = 6$, то окрестность вокруг запрещенного значения XX, как показано в таблице, определяется числами 3 ± 2 и 6 ± 2. В указанную окрестность попадают числа из двух разрешенных диагоналей 4,5 и 21, 22, 23. Очевидно, что коррекция в этом случае невозможна.

Итак, проведен анализ погрешностей целочисленного интерферометра для случая, когда численные значения цен интерференционных полос имеют общий делитель. Получено решение соответствующих систем сравнений и показано, что возможно не только получение достоверного значения полной разности фаз, но и коррекция результата измерения с учетом погрешности определения фаз в пределах одного периода. Приведен критерий необходимости коррекции и обсуждены условия, при которых коррекция выполнима.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гужов В. И., Солодкин Ю. Н. Использование свойств целых чисел для расшифровки интерферограмм // Оптика и спектроскопия.—1988.—65, вып. 5.
2. Козачок А. Г. Голографические методы исследования в экспериментальной механике.—М.: Машиностроение, 1984.
3. Hariharan P., Oreb B. F., Eiju T. Digital wavefront measurement interferometer, for testing optical surfaces and lenses // Appl. Opt.—1987.—26, N 13.—P. 2504.
4. Cheng Y.-Y., Wyant J. C. Phase shifter calibration in phase-shiftering interferometry // Appl. Opt.—1985.—24, N 18.—P. 3049.