

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ефимов В. М., Киричук В. С., Пустовских А. И., Резник А. Л. Методика обработки серии изображений // Автометрия.—1982.—№ 2.
2. Kushnir M., Matsumoto K. Human recognition of hand-printed hebrew characters // Israel J. Technol.—1981.—19.—Р. 232.
3. Гороховатский В. А., Сытник О. В. Комбинированные алгоритмы статистической оценки параметров объектов на изображении // Автометрия.—1990.—№ 2.
4. Shapiro S. D. Use of the Hough transform for image data compression // Pattern Recogn.—1980.—12. № 5.—Р. 333.

Поступила в редакцию 27 ноября 1990 г.

УДК 621.301 : 621.391

П. Е. Кончаковский, А. А. Шаталов, А. Б. Ястребков

(Санкт-Петербург)

#### СЕКЦИОНИРОВАННЫЕ АЛГОРИТМЫ ОБРАБОТКИ ИЗОБРАЖЕНИЙ НА ОСНОВЕ ТЕОРЕТИКО-ЧИСЛОВЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ

Рассмотрены вопросы выбора наиболее рациональной формы реализации двумерных цифровых фильтров с конечной импульсной характеристикой при использовании теоретико-числовых преобразований. Проводится сравнительный анализ различных вариантов построения фильтров по числу обрабатываемых двумерных последовательностей.

**Введение.** В задачах обработки сигналов и изображений широко используются вычисления типа двумерной свертки для фильтрации, улучшения качества, интерполяции и аналогичных функциональных преобразований [1]. Операции вычисления двумерной свертки могут быть реализованы различным образом с помощью фильтров с конечной (КИХ) и бесконечной (БИХ) импульсными характеристиками в пространственной или спектральной области. Для их осуществления весьма актуальна задача создания высокопроизводительных микропроцессорных устройств, осуществляющих параллельные вычисления и использующих конвейерный принцип обработки данных в реальном масштабе времени. Одним из основных возникающих при этом вопросов является обеспечение требуемой точности вычислений.

В статье рассматриваются вопросы выбора наиболее рациональной формы реализации двумерных цифровых КИХ-фильтров (ДЦФ) с использованием теоретико-числовых преобразований (ТЧП) [2—4], которая обеспечивает при заданном динамическом диапазоне требуемое быстродействие и высокую точность вычислений.

**Параллельная реализация ДЦФ.** Рассмотрим результат выполнения двумерной циклической свертки  $y(n, m)$  двух последовательностей  $h(n, m)$  и  $x(n, m)$ :

$$y(n, m) = \sum_{\tau=0}^{N-1} \sum_{\nu=0}^{M-1} h(\tau, \nu) x(n - \tau, m - \nu), \quad (1)$$

где  $h(\tau, \nu)$  — последовательность весовых коэффициентов фильтра;  $x(n - \tau, m - \nu)$  — входная последовательность отсчетов изображения;  $N, M$  — длины последовательности  $h(\tau, \nu)$  по координатам  $\tau, \nu$ ,  $n \in [0, N - 1]$ ,  $m \in [0, M - 1]$ .

Представим (1) в виде суммы  $pq$  слагаемых:

$$y(n, m) = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^q \sum_{\tau=U(i-1)}^{U_i-1} \sum_{\nu=V(j-1)}^{V_j-1} h_{ij}(\tau, \nu) x(n - \tau, m - \nu), \quad (2)$$

где последовательности  $h_{ij}(\tau, \nu)$  связаны с  $h(\tau, \nu)$  соотношением

$$h_{ij}(\tau, \nu) = \begin{cases} h(\tau, \nu) & \text{при } \tau \in [U(i-1), U_i-1], \\ & \nu \in [V(j-1), V_j-1]; \\ 0 & \text{в остальных случаях;} \end{cases}$$

$pU = N, qV = M$ .

Путем замены переменных  $\tau = \varphi + (i-1)U$  и  $\nu = \theta + (j-1)V$  каждое из  $pq$  слагаемых в (2) можно записать в виде

$$\begin{aligned} y_{ij}(n - (i-1)U, m - (j-1)V) &= \sum_{\tau=U(i-1)}^{U_i-1} \sum_{\nu=V(j-1)}^{V_j-1} h_{ij}(\tau, \nu) x(n - \tau, m - \nu) = \\ &= \sum_{\varphi=0}^{U-1} \sum_{\theta=0}^{V-1} h_{ij}(\varphi + (i-1)U, \theta + (j-1)V) x(n - (i-1)U - \varphi, m - (j-1)V - \theta). \end{aligned} \quad (3)$$

С учетом формулы (3) формула (2) примет вид

$$y(n, m) = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^q y_{ij}(n - (i-1)U, m - (j-1)V). \quad (4)$$

Таким образом, выходные последовательности фильтров  $h_{ij}(\tau, \nu)$  суммируются с задержкой на  $(i-1)U$  отсчетов по одной координате и  $(j-1)V$  отсчетов — по другой.

Из (2), (3), приведенных выше рассуждений, а также свойства инвариантности непосредственно следуют две эквивалентные параллельные реализации КИХ-фильтров. В первой путем задержки элементов изображения  $x(n, m)$  на входе образуют  $pq$  каналов, в каждом из которых величина задержки определяется выражениями  $(i-1)U$  по одной координате,  $(j-1)V$  — по другой, где  $i \in [1, p], j \in [1, q]$  — номера каналов. Затем осуществляется фильтрация в  $pq$  фильтрах и, наконец, суммирование выходных последовательностей. Во второй реализации выборки входного процесса  $x(n, m)$  одновременно обрабатываются всеми  $pq$  фильтрами, а затем их выходные последовательности задерживаются соответственно на  $(i-1)U$  отсчетов по одной координате и на  $(j-1)V$  отсчетов — по другой с последующим суммированием.

Основной недостаток обработки в пространственной области с помощью описанных реализаций ДЦФ — большой объем вычислений, связанный с используемым скользящим алгоритмом фильтрации. При этом существенное влияние оказывают эффект конечной разрядности весовых коэффициентов фильтров и округление результатов арифметических операций.

Использование двумерного алгоритма скачущего быстрого преобразования Фурье (БПФ) для вычисления линейной свертки позволяет существенно сократить время обработки за счет уменьшения числа операций умножения и сложения, а также несколько ослабить влияние эффекта конечной разрядности вычислений [3].

Еще большие возможности по улучшению качества обработки открываются при применении ТЧП в кольце целых чисел [2, 5], существенными преимуществами

ществами которых являются отсутствие ошибок округления при обработке, использование арифметики целых чисел и в ряде случаев отсутствие операций умножения при преобразовании.

Вычисление двумерной циклической свертки (1) с помощью ТЧП заключается в выполнении следующей последовательности операций:

1. Вычисление двумерного ТЧП последовательности  $x(n, m)$  по правилу

$$X(k, l) = \left[ \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} x(n, m) \alpha_N^{nk} \alpha_M^{ml} \right] \text{mod } R. \quad (5)$$

2. Вычисление двумерного ТЧП последовательности  $h(n, m)$ :

$$H(k, l) = \left[ \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} h(n, m) \alpha_N^{nk} \alpha_M^{ml} \right] \text{mod } R. \quad (6)$$

3. Перемножение полученных двумерных ТЧП последовательностей:

$$Y(k, l) = X(k, l)H(k, l). \quad (7)$$

4. Нахождение обратного двумерного ТЧП последовательности:

$$y(n, m) = \left[ (NM)^{-1} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{M-1} Y(k, l) \alpha_N^{-nk} \alpha_M^{-ml} \right] \text{mod } R. \quad (8)$$

Преобразования (5)–(7) выполняются для всех  $k \in [0, N-1]$ ,  $l \in [0, M-1]$ , а соотношение (8) — для всех  $n \in [0, N-1]$ ,  $m \in [0, M-1]$ .

Входящие в (5)–(8) величины  $R, \alpha_N, \alpha_M, N, M$  определяются следующим образом:  $R$  — целое положительное число,  $N, M$  — целые положительные числа, взаимно простые с  $R$  и такие, что на них делится число  $Q-1$ , где  $Q$  — любой из простых сомножителей  $R$ ;  $\alpha_N$  и  $\alpha_M$  — такие целые числа, что  $N$  и  $M$  являются наименьшими положительными целыми числами, для которых справедливы соотношения

$$\alpha_N^N \equiv 1 \text{mod } R; \quad \alpha_M^M \equiv 1 \text{mod } R. \quad (9)$$

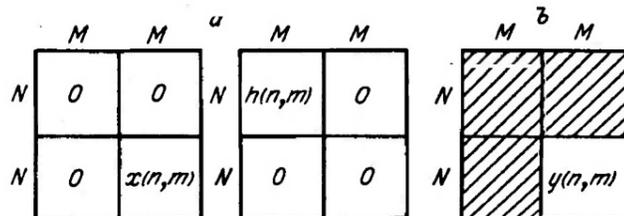
Величины  $N^{-1}, M^{-1}$  определяются решением сравнения

$$NN^{-1} \equiv 1 \text{mod } R; \quad MM^{-1} \equiv 1 \text{mod } R.$$

Наибольшее распространение на практике получили числа Ферма (ТЧПФ) и Мерсенна (ТЧПМ). ТЧПФ более перспективен, так как позволяет для расчетов по формулам (5)–(8) использовать алгоритмы типа БПФ. В качестве модуля применяется одно из чисел Ферма:  $R = F_i = 2^b + 1, b = 2^i$ . ТЧПМ не обладает структурой БПФ и требует для реализации каждого преобразования (5), (6) и (8)  $(NM-1)^2$  операций сдвига и  $NM(NM-1)$  сложений. В качестве модуля  $R$  используется число Мерсенна, определяемое соотношением  $R = 2^{NM} - 1$ .

Алгоритм (5)–(8) предназначен для вычисления циклических свертки последовательностей  $h(n, m), x(n, m)$  и может применяться в конвольверах и спектроанализаторах [5]. Во многих приложениях требуется вычисление непериодической линейной двумерной свертки. ДЦФ, выполняющий указанную операцию, можно синтезировать, используя алгоритм скачущего ТЧП и методы перекрытия с накоплением или суммированием [3].

Применительно к формированию двумерной линейной свертки размерами  $NM$  по методу перекрытия с накоплением это означает, что должны выбираться двумерная последовательность  $x(n, m)$  размером  $2N \times 2M$  и двумерная последовательность  $h(n, m)$  размером  $2N \times 2M$ , в которой только  $N \times M$  компонент отличны от нуля. Дополнение нулями исходной последовательности и импульсной характеристики показано на рисунке, а. Затем обработка массивов должна осуществляться с помощью выражений (5)–(8).



Заключительная операция двумерной обработки состоит в отбрасывании  $3NM$  элементов массива  $y(n, m)$ , как показано на рисунке,  $b$  (отбрасываемые элементы заштрихованы).

Крупный недостаток реализации двумерной линейной свертки в соответствии с (5)–(8) — жесткая связь между выбором  $\alpha_N, \alpha_M, N, M, R$ , определяемая соотношением (9), а также динамическим диапазоном  $D$  элементов массива входной последовательности, связанным с  $R, N, M$  следующим образом:

$$D = \sqrt{(R-1)/8NM}. \quad (10)$$

Поэтому алгоритм (5)–(8) пригоден для вычисления сравнительно коротких массивов  $y(n, m)$ . Покажем, что параллельная форма реализации ДЦФ позволяет существенно расширить возможности вычисления двумерной линейной свертки. Для того чтобы получить различные варианты параллельной формы реализации ДЦФ на основе ТЧП, достаточно чисто формально воспользоваться тождеством  $y(n, m) = \Phi^{-1}\{Y(k, l)\} = \Phi^{-1}\{\Phi[y(n, m)]\}$ , где  $\Phi, \Phi^{-1}$  — прямое и обратное двумерное БПФ или ТЧП, и представить (1) и (2) в виде

$$\begin{aligned} y(n, m) &= \Phi^{-1}\left\{\Phi\left[\sum_{\tau=0}^{N-1M-1}\sum_{\nu=0}^{U-1V-1}h(\tau, \nu)x(n-\tau, m-\nu)\right]\right\} = \\ &= \Phi^{-1}\left\{\Phi\left[\sum_{i=1}^p\sum_{j=1}^q\sum_{\varphi=0}^{U-1V-1}\sum_{\theta=0}^{U-1V-1}h_{ij}(\varphi + (i-1)U, \theta + (j-1)V) \times \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \times x(n - (i-1)U - \varphi, m - (j-1)V - \theta)\right]\right\}. \quad (11) \end{aligned}$$

Используя теорему о сдвиге [2], запишем (11) в виде

$$\begin{aligned} y(n, m) &= \Phi^{-1}\{H(k, l)X(k, l)\} = \\ &= \Phi^{-1}\left\{\sum_{i=1}^p\sum_{j=1}^q H_{ij}(k, l)X(k, l)\alpha_N^{kU(i-1)}\alpha_M^{lV(j-1)}\right\}. \quad (12) \end{aligned}$$

Первый вариант параллельной реализации ДЦФ непосредственно выполняет все операции в соответствии с (12). Умножение  $X(k, l)$  последовательности на множители  $\alpha_N^{kU(i-1)}, \alpha_M^{lV(j-1)}$  эквивалентно циклическому сдвигу элементов массива  $X(k, l)$  на  $U(i-1)$  отсчетов по одной координате и  $V(j-1)$  отсчетов — по другой, т. е. соответствует задержке в пространственной области.

Два других варианта параллельной реализации ДЦФ получаются из (12) путем изменения порядка выполнения операций умножения и обратного преобразования. Во втором варианте вначале формируются величины

$$Y_{ij}(k, l) = H_{ij}(k, l)X(k, l). \quad (13)$$

Затем каждая из них подвергается циклическому сдвигу, далее осуществляется суммирование и обратное преобразование:

$$y(n, m) = \Phi^{-1} \left\{ \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^q Y_{ij}(k, l) \alpha_N^{kU(i-1)} \alpha_M^{lV(j-1)} \right\}. \quad (14)$$

Третий вариант отличается от второго тем, что после формирования величин  $Y_{ij}(k, l)$  и циклического сдвига осуществляется обратное преобразование каждой из полученных величин, а затем идет операция суммирования в соответствии с выражением

$$y(n, m) = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^q \Phi^{-1} \{ Y_{ij}(k, l) \alpha_N^{kU(i-1)} \alpha_M^{lV(j-1)} \}. \quad (15)$$

В случае вычисления двумерной секционированной свертки с помощью БПФ наилучшей является третья реализация, так как для ее осуществления необходимо иметь  $pq$  блоков прямого и обратного БПФ. Две другие реализации абсолютно эквивалентны по всем параметрам.

Несколько иначе обстоит дело в случае применения ТЧП. Целесообразность выбора той или иной структуры в этом случае определяется конкретными условиями задачи.

Сравнительный анализ вариантов параллельной реализации ДЦФ с использованием ТЧП. В случае параллельных форм реализации, описываемых выражениями (12)–(15), вместо массива  $2N \times 2M$  осуществляются прямое и обратное двумерные ТЧП массивов  $2U \times 2V$ , в которых  $2U = 2N/p$ ,  $2V = 2M/q$ . Выбор корней  $\alpha_N$  и  $\alpha_M$  степени  $2U$  и  $2V$  из единицы осуществляется решением сравнения

$$\alpha_N^{2U} \equiv 1 \pmod{R}, \quad \alpha_M^{2V} \equiv 1 \pmod{R}.$$

Сравнение рассмотренных выше вариантов реализации ДЦФ на основе ТЧПФ показывает, что при прямой форме реализации, определенной выражением (1), для осуществления  $4NM$ -точечного ТЧПФ требуются  $4NM \log_2 4NM$  операций вещественных сложений и  $2NM \log_2 4NM$  — сдвига. Столько же операций затрачивается на обратное ТЧПФ. Для параллельных форм реализации ДЦФ, определенных (12), (14), для осуществления  $2U \times 2V$ -точечного ТЧПФ необходимо  $(8NM/pq) \log_2(4NM/pq)$  операций сложения и  $(4NM/pq) \log_2(4NM/pq)$  — сдвига на выполнение прямого и обратного ТЧПФ. Для получения результатов по  $pq$  каналам обработки всего необходимо будет осуществить  $8NM \log_2(4NM/pq)$  операций вещественных сложений и  $4NM \log_2(4NM/pq)$  — сдвига. Суммирование результатов обработки в каналах дополнительно потребует  $4NMpq$  сложений. На осуществление (13) необходимо  $4NMpq$  нетривиальных умножений.

Третий вариант параллельной формы реализации ДЦФ требует произвести  $pq$ , прямое и обратное ТЧП, для получения  $2U \times 2V$  выходных отсчетов. Формирование  $2N \times 2M$  требует  $(pq)^2$  операций прямого и обратного ТЧПФ. Поэтому всего необходимо  $4NMpq \log_2(4NM/pq) + 4NMpq$  операций сложения и  $2NMpq \log_2(4NM/pq)$  — сдвига. Число нетривиальных умножений такое же, как и в предыдущем случае.

Сравнивая ДЦФ по динамическому диапазону входных отсчетов, замечаем, что в первом и втором вариантах он определяется так же, как и в прямой форме реализации, выражением (10). Динамический диапазон в третьем варианте параллельной реализации ДЦФ  $D_*$  находится из условия

$$D_* = \sqrt{(R-1)/8UV} = \sqrt{(R-1)pq/8NM}, \quad (16)$$

что в  $\sqrt{pq}$  раз больше, чем  $D$ . Это означает, что при одном и том же значении  $F$ , третий вариант обеспечивает выигрыш в динамическом диапазоне в  $\sqrt{pq}$  раз. Однако за это приходится платить существенным увеличением числа операций сдвига, сложения и умножения. Этот вывод важен в случае использования универсальной ЭВМ с последовательным выполнением операций. В

случае организации параллельных вычислений за счет аппаратного усложнения можно добиться существенного ускорения обработки. Параллельная форма реализации ДЦФ позволяет сократить время задержки выходной последовательности относительно входной в  $pq$  раз, что во многих практических приложениях оказывается чрезвычайно важно.

**Заключение.** Применение ТЧП для вычисления двумерной цифровой свертки обеспечивает абсолютную точность вычислений вследствие отсутствия ошибок округления на всех этапах обработки. Применение параллельной формы реализации ДЦФ и скачущего алгоритма ТЧП позволяет устранить ограничения, накладываемые на характеристики свертки, как то: размеры обрабатываемого массива изображения, динамический диапазон входных сигналов  $D$ , и существенно уменьшить задержку реакции ДЦФ на входное воздействие. При этом возрастают аппаратные затраты на реализацию фильтрации и число операций, требуемое для ее осуществления.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. СБИС для распознавания образов и обработки изображений /Под ред. К. Фу.—М.: Мир, 1988.
2. Макклеллан Дж. Х., Рейдер И. М. Применение теории чисел в цифровой обработке сигналов.—М.: Радио и связь, 1983.
3. Нуссбаумер Г. Быстрое преобразование Фурье и алгоритмы вычисления свертки.—М.: Радио и связь, 1985.
4. Блейхут Р. Быстрые алгоритмы цифровой обработки сигналов.—М.: Мир, 1989.
5. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов.—М.: Мир, 1978.

*Поступила в редакцию 14 июня 1991 г.*

УДК 629.7.058.74

**А. А. Лубков, В. В. Полубинский**

*(Новосибирск)*

#### **ДИНАМИЧЕСКОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПАМЯТИ ДАННЫХ В ССВО ВЫСОКОЙ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ**

Предлагается метод динамического распределения памяти для хранения модели окружающей обстановки, основанный на специфике работы систем синтеза визуальной обстановки (ССВО). Метод позволяет значительно уменьшить объем быстродействующего ОЗУ при незначительном аппаратном усложнении.

**Локальная память в ССВО.** Одной из важнейших характеристик систем синтеза визуальной обстановки является объем памяти для хранения модели окружающей обстановки объектов. По мере роста производительности систем синтеза требования к этой памяти значительно ужесточаются. Для ССВО высокой производительности (100 000 граней за кадр) объем памяти должен составлять не менее 24—160 Мбайт при быстродействии 200 нс [1]. Использование подобной памяти малопримемлемо по причине ее значительных габаритов и стоимости.

В ССВО в любой момент времени отображается только то, что видит наблюдатель. Таким образом, нет необходимости держать все данные в ОЗУ. Желательно использовать эту особенность работы ССВО для уменьшения объема оперативной памяти.

В данной работе проводится анализ структурных единиц информации в системах синтеза и предлагается организация локальной памяти данных для ССВО высокой производительности. Для этого следует хранить информацию