

**ОПТИЧЕСКИЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ
ТЕХНОЛОГИИ И СИСТЕМЫ**

УДК 535.417

И. П. Гуров

(Санкт-Петербург)

**ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ
И КОНТРОЛЬ ПАРАМЕТРОВ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ
НА ОСНОВЕ КРИТЕРИЯ МАКСИМУМА
ФУНКЦИОНАЛА ПРАВДОПОДОБИЯ**

Рассмотрен метод статистического синтеза интерферометрических систем фазового типа с квадратичным распределением фазы. Получены оценки дисперсий дробной части порядка интерференции и бокового смещения картины колец Ньютона в условиях некоррелированных фазовых флуктуаций. Приведены данные об оптимальной структуре многоканальных интерференционных систем высокой точности при контроле геометрических элементов в виде поверхностей второго порядка или составных поверхностей.

Прецизионное позиционирование и контроль формы различных объектов являются важной проблемой при создании современных машин и приборов. Высокоточные измерения в нанометровом диапазоне отклонений формы, размеров и положения часто не удается свести к простейшему случаю одномерных линейных измерений. Например, невозможно выполнить прецизионные измерения локальных значений размера геометрического элемента без точной идентификации пространственного положения каждой из концевых точек измеряемого отрезка. Высокоточные измерения и контроль геометрических параметров обычно выполняют на основе использования интерференционных методов. При этом важное значение имеют «привязка» точки измерения к поверхности контролируемого объекта и определение взаимного расположения совокупности этих точек. Получили распространение различные визиры и нити, относительно которых отсчитывают (обычно при визуальном наблюдении) значения дробной части порядка, интерференции [1]. В ряде случаев удается выделить в автоматическом режиме опорную интерференционную область или границу двух систем интерференционных полос [2]. При измерениях параметров геометрических элементов в виде поверхностей второго порядка и некоторых других целесообразно регистрировать положение особых точек поверхности, например вершины сферы [3].

Таким образом, при контроле геометрических параметров с высокой точностью необходимо не только измерить дробную часть порядка интерференции, но и обеспечить дополнительный контроль положения опорных (реперных) точек в боковом направлении по фронту интерферирующих волн. Контроль взаимного расположения нескольких таких точек может быть обеспечен в многоканальной интерферометрической системе, число каналов которой определяется степенями свободы объекта и корреляцией локальных отклонений параметров поверхности.

В настоящей работе рассматриваются принципы многоканальной интерферометрии на основе статистического описания параметров поверхности и их оценивания по критерию максимума функционала правдоподобия.

Критерий максимума правдоподобия широко известен в теории связи [4]. При определенных допущениях, выполнимых на практике, этот критерий обеспечивает получение оценок параметров сигнала, близких или совпадающих с решением по критерию максимума апостериорной вероятности. В свою очередь, последний в условиях высокой точности измерений является оптимальным для широкого класса критериев качества, в том числе для минимизации среднеквадратической ошибки.

Известно (см., например, [3]), что интерференционный сигнал можно представить в форме

$$s(x) = s_0 + s_m \cos[2\pi\epsilon + \psi(x)], \quad (1)$$

где x — независимая переменная; s_0 и s_m — априорно неизвестные неинформативные параметры; $\psi(x)$ — распределение фазы; ϵ — искомое значение дробной части порядка интерференции. Распределение фазы $\psi(x)$ характеризуется одним или несколькими параметрами. Например, при контроле геометрического элемента цилиндрической формы интерференционный сигнал (1) приобретает вид [3] широкополосного сигнала:

$$s(x) = s_0 + s_m \cos[2\pi\epsilon + (2\pi/\lambda R)(x - X)^2], \quad (2)$$

где λ — известная длина волны света, R — радиус кривизны, X — искомое боковое смещение центра кривизны, т. е. гребня цилиндрической поверхности, относительно центра поля зрения приемника излучения. Следовательно, сигнал (2) зависит от информативных параметров ϵ , X и неинформативных — s_0 , s_m , R . Обобщение на двумерный случай (геометрический элемент в виде сферической поверхности) порождает дополнительно информативный параметр Y , аналогичный X в (2). Перечисленные информативные параметры удобно характеризовать при помощи вектора $\vec{\theta} = (\epsilon, X, Y)^T$, при этом реальный интерференционный сигнал представляется в форме:

$$s(x, y) = s_c(x, y, \vec{\theta}) + n(x, y), \quad (3)$$

где в нашем случае

$$s_c(x, y, \vec{\theta}) \approx s_m(x, y) \cos\{2\pi\epsilon + (2\pi/\lambda R)[(x - X)^2 + (y - Y)^2]\} \quad (4)$$

— информативная составляющая сигнала и

$$n(x, y) = s_0 + n_o(x, y) \quad (5)$$

— аддитивная помеха.

Модель интерференционного сигнала (3) можно использовать для синтеза оптимального интерферометрического устройства по критерию максимального правдоподобия. Попытка решения такой задачи сделана в [5] для случая распределения фазы $\psi(x, y)$, линейно зависящего от координат (x, y) . Были приняты также упрощающие допущения об отсутствии мультипликативной помехи $s_m(x, y)$ и неизменности статистических характеристик аддитивного шума при его квадратичном детектировании.

На наш взгляд, статистически более корректным является подход, при котором компоненты вектора параметров $\vec{\theta}$ оцениваются на основании модели распределения полной фазы (4):

$$\varphi(x, y) = 2\pi\epsilon + \psi(x, y, X, Y) + n_A(x, y), \quad (6)$$

где шум $n_A(x, y)$ обусловлен отклонениями поверхности объекта от идеальной, т. е. является принципиально аддитивным с известными статистическими характеристиками в отличие от $n_o(x, y)$ в (5). Восстановление фазы (6) может быть выполнено предварительно, например, методом, изложенным в [3], помехоустойчивым по отношению к мультипликативной помехе $s_m(x, y)$ в (4). Предварительная обработка позволяет получить достаточно надежные исход-

ные априорные оценки компонент вектора параметров $\vec{\theta}_0 = (\varepsilon_0, X_0, Y_0)^T$, что заметно упрощает последующую обработку.

Запишем выражение (6) в виде

$$\varphi(x, y) = \Phi(x, y, \vec{\theta}) + n_A(x, y), \quad (7)$$

где $\Phi(x, y, \vec{\theta})$ — известная функция, параметры которой, определяемые вектором $\vec{\theta}$, требуется оценить на основе критерия максимума функционала правдоподобия. Согласно [4], этот функционал в случае некоррелированного гауссова шума n_A со спектральной плотностью N определяется выражением

$$F(\vec{\theta}) = \exp\left\{-\frac{1}{N} \iint_S [\varphi(x, y) - \Phi(x, y, \vec{\theta})]^2 dx dy\right\}, \quad (8)$$

где S — анализируемый участок поверхности. Максимум функционала (8) соответствуют такие значения компонент θ_j вектора параметров $\vec{\theta}$, которые минимизируют среднесквадратическое отклонение измеренных значений $\varphi(x, y)$ от заданной идеальной модели $\Phi(x, y, \vec{\theta})$. Максимум функционала достигается решением уравнения максимального правдоподобия, причем в условиях малых шумов n_A это решение можно представить в форме

$$\hat{\theta}_j \approx \theta_{0j} + \frac{2}{N} \sum_{k=1}^M \sigma_{jk}^2 \iint_S [\varphi(x, y) - \Phi(x, y, \vec{\theta}_0)] (\partial/\partial \theta_{0k}) \Phi(x, y, \vec{\theta}_0) dx dy, \quad (9)$$

где θ_{0j} — априорные значения, полученные в результате предварительной обработки интерференционного сигнала; σ_{jk}^2 — элементы ковариационной матрицы параметров, $k, j = 1, 2, \dots, M$.

В результате дифференцирования в (9) с учетом (6) и (4) получим соотношение для оценивания параметров в виде

$$\hat{\theta}_j \approx \theta_{0j} + \frac{4\pi}{N} \iint_S \varphi(x, y) \left[\sigma_{j1}^2 + 2(x\sigma_{j2}^2 + y\sigma_{j3}^2)/\lambda R \right] dx dy + C_j, \quad (10)$$

Здесь $C_j = C_j(\vec{\theta}_0, S/\lambda R, \sigma_{jk})$ — постоянные. Значения σ_{jk}^2 могут быть найдены при вычислении элементов матрицы Фишера B_{jk} , которые имеют вид

$$B_{jk} = \frac{2}{N} \iint_S (\partial/\partial \theta_j) \Phi(x, y, \vec{\theta}) (\partial/\partial \theta_k) \Phi(x, y, \vec{\theta}) dx dy, \quad (11)$$

при этом

$$\sigma_{jk}^2 = \beta_{kj} / \det[B_{jk}], \quad (12)$$

где β_{kj} — алгебраическое дополнение элемента B_{kj} .

В результате преобразований (10)–(12) для анализируемого участка $S = a \times b$ прямоугольной формы получим

$$\hat{\varepsilon} \approx \varepsilon_0 + K_1 \iint_S \varphi(x, y) dx dy + C_1, \quad (13)$$

$$\hat{X} \approx K_2 \iint_S x \varphi(x, y) dx dy + C_2, \quad (14)$$

$$\hat{Y} \approx K_3 \iint_S y \varphi(x, y) dx dy + C_3. \quad (15)$$

Матрица (11) в нашем случае является диагональной, поэтому коэффициенты в (13)–(15) определяются выражениями

$$K_1 = 4\pi/NB_{11} = 1/2\pi ab, \quad (16)$$

$$K_2 = 8\pi/N\lambda RB_{22} = 6\lambda R/\pi a^3 b, \quad (17)$$

$$K_3 = 8\pi/N\lambda R B_{33} = 6\lambda R/\pi a b^3, \quad (18)$$

$$C_1 = \pi(a^2 + b^2)/6\lambda R, \quad C_2 = C_3 = 0. \quad (19)$$

Интересно отметить, что поправка C_1 совпадает со значением, полученным ранее другим методом в [6].

Определим дисперсии $D_{\hat{\theta}}$, найденных оценок параметров (13)–(15). Для этого воспользуемся соотношениями (12) и (16)–(18), откуда получим

$$D_{\hat{\tau}} = 2(\sqrt{N}/2\pi)^2, \quad (20)$$

$$D_{\hat{x}} = D_{\hat{y}} = 3(\sqrt{N}/2\pi)^2(\lambda R)^2/S, \quad (21)$$

причем в (21) полагаем $a = b$.

Из выражений (20) и (21) следует, что дисперсия оценки дробной части порядка интерференции определяется нормированным средним квадратическим значением фазовых флуктуаций $\sqrt{N}/2\pi$, а дисперсии оценок координат центра интерференционной картины дополнительно зависят от площади анализируемого участка поверхности: с увеличением площади поля пропорционально снижаются дисперсии $D_{\hat{x}}$ и $D_{\hat{y}}$.

Рис. 1 иллюстрирует значения дисперсий $D_{\hat{\tau}}$ (кривая 1) и $D_{\hat{x}}, D_{\hat{y}}$ (кривая 2). Из рисунка видно, что дисперсия оценки фазы становится пренебрежимо малой при фазовых флуктуациях менее $2\pi/100$. В свою очередь, оценка положения центра интерференционной картины для типичных принятых значений $\lambda = 0,63$ мкм и $\lambda R/S < 0,01$ является достаточно точной при $R < 0,1$ м. Необходимо учитывать, что вследствие ограниченной разрешающей способности регистрирующего устройства при уменьшении R и использовании увеличительной оптической системы величина $\lambda R/S$ также растет, что ведет к ограничению достигаемой точности измерений.

Полученные результаты показывают, что методы статистического синтеза приводят к оценкам, которые согласуются с данными, полученными другими независимыми расчетами. Поэтому можно сделать вывод, что использование критерия максимума функционала правдоподобия для интерферометрических систем фазового типа с квадратичным распределением фазы является корректным, а соответствующие алгоритмы обработки фазовой функции — сравнительно простыми. Следует заметить, что применение предварительной обработки интерференционного сигнала (3) позволяет путем соответствующей коррекции получить удобные априорные оценки $X_0 = Y_0 = 0$ в (14) и (15). В противном случае матрица (11) не будет диагональной и алгоритм обработки заметно усложняется.

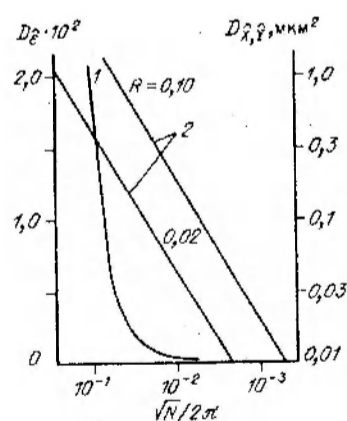


Рис. 1

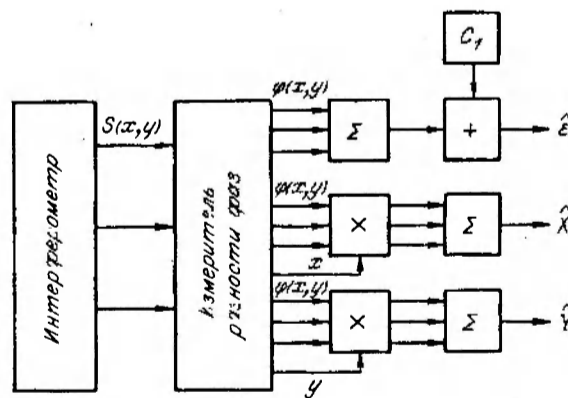


Рис. 2

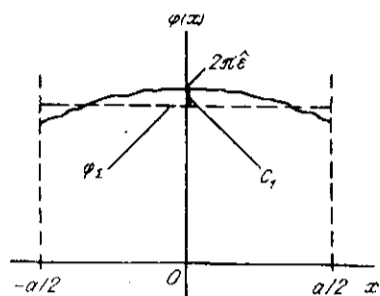


Рис. 3

Рассмотрим показанную на рис. 2 функцию, результатом которой получают распределение фазы $\varphi(x, y)$ в виде (6) при $X_0 = Y_0 = 0$. Заметим, что восстановление фазы $\varphi(x, y)$ в гетеродинном или модуляционном интерферометре может быть осуществлено при помощи многоканальной фотозлектрической системы с фотодиодной матрицей [7]. Полученные значения $\varphi(x, y)$ обрабатываются в трех параллельных каналах по числу компонент вектора параметров. Процесс обработки дополнительно иллюстрируют рис. 3 и 4, не требующие пояснения.

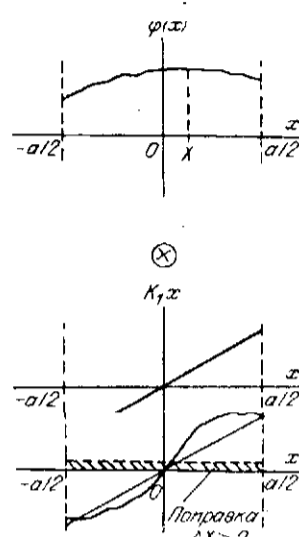


Рис. 4

Учитывая сравнительную простоту функциональной схемы оптимального интерферометрического канала, представляется целесообразным использование нескольких пространственно разнесенных каналов этого типа для контроля геометрических элементов с поверхностями второго порядка или составными поверхностями. Например, для измерения диаметра сферического тела с высокой точностью можно использовать двухканальную интерферометрическую систему, построенную по схеме Сондерса [8], как это показано на рис. 5 ($M1$ и $M2$ — калиброванные по взаимному расположению опорные отражатели; I и 2 — фотозлектрические устройства оптимальной обработки). При этом вектор параметров имеет вид $\vec{\theta} = (\epsilon_1, X_1, Y_1, \epsilon_2, X_2, Y_2)^T$. Совместное оценивание компонент этого вектора позволяет в автоматическом режиме идентифицировать измеряемый отрезок d с концевыми точками (X_1, Y_1) и (X_2, Y_2) и в момент идентификации отсчитывать значения ϵ_1 и ϵ_2 , что минимизирует влияние внешних дестабилизирующих факторов. В общем случае m интерферометрических каналов позволяют регистрировать не менее m реперных точек, и соответственно размерность вектора $\vec{\theta}$ может быть расширена до $3m$.

Рассмотренный метод оптимальной обработки и соотношения вида (9), (11), (12) могут быть использованы при непосредственной оценке параметров сигнала (3), если статистические характеристики шума $n(x, y)$ являются достоверно известными. Полная обработка сигнала (3) подразумевает увеличение размерности вектора параметров $\vec{\theta}$, который должен включать в себя компоненты (s_0, s_m, R) . Это значительно усложняет структуру оптимального устройства обработки даже в случае единственного интерферометрического канала.

Принятый выше подход при различных модификациях схемы устройства позволяет найти оптимальное соотношение между операциями предварительной и последующей обработок, выполняемыми в аналоговых или цифровых блоках. При этом, помимо анализа интерференционных полей, критерий мак-

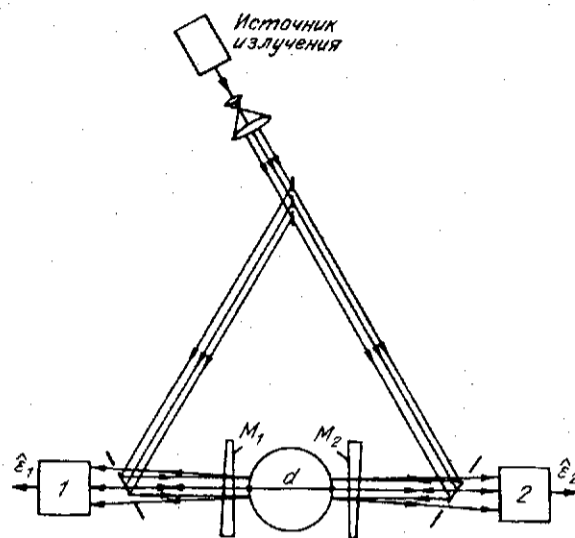


Рис. 5

сумма функционала правдоподобия применим также при обработке сигналов другого вида, например, полученных от штриховых объектов. Это обеспечивает решение проблемы пространственной калибровки расположения измерительных каналов, «привязки» точки измерения дробной части порядка интерференции к заданной точке объекта или совокупности таких точек в автоматизированных высокоточных измерительных системах нового поколения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Оптический производственный контроль /Под ред. Д. Малакары.—М.: Машиностроение, 1985.
2. Гуров И. П. Интерференционные фотоэлектрические системы на основе приборов с зарядовой связью для линейных измерений // Материалы краткосрочного семинара «Опыт внедрения прогрессивных средств и методов размерного контроля». —Л.: ЛДНТП, 1990.
3. Гуров И. П., Павлова А. Б. Определение положения отражающей поверхности второго порядка методом машинной обработки интерференционной картины // Автометрия.—1990.—№ 3.
4. Тихонов В. И. Оптимальный прием сигналов.—М.: Радио и связь, 1983.
5. Щербак В. И. Оптимальная оценка параметров оптических сигналов по критерию максимального правдоподобия // Измер. техника.—1987.—№ 7.
6. Гуров И. П., Нагибина И. М., Павлова А. Б. Применение метода дискретизации интерференционной картины для измерения перемещений сферической поверхности // Опт.-мех. пром-сть.—1988.—№ 9.
7. Гуров И. П. Методы и техника автоматической обработки сигналов в интерференционных измерительных системах // Измерения, контроль, автоматизация.—М.: Информприбор, 1990.—Вып. 2(74).
8. Saunders J. V. Ball and cylinder interferometer // J. Res. NBS.—1972.—76C, N 1 and 2.—P. 11.

Поступила в редакцию 23 июля 1991 г.

УДК 535.853

Л. Л. Досколович, В. А. Сойфер, М. В. Шинкарев
(Самара)

МЕТОД СТОХАСТИЧЕСКОГО СИНТЕЗА БИНАРНЫХ ДИФРАКЦИОННЫХ РЕШЕТОК

Предложен метод стохастического синтеза бинарных дифракционных решеток. Метод основан на случайном переборе координат штрихов профиля решетки. По данному методу приведены результаты расчетов решеток с числом равных