$$= \mathrm{tr}(VW - I)F(VW - I)^* + \mathrm{tr}V\Sigma V^*.$$

Следовательно,

$$\frac{\partial h}{} = \frac{\partial}{}\{\mathrm{tr}(VW - I)F(VW - I)^* + \mathrm{tr}V\Sigma V^*\} = 2\sum^{K} s_{\lambda\mu} b_{\mu} - 2q_{\lambda},$$

вычислительные эксперименты, выполненные в [1], K_1 и K_2 должны быть больше M_1 и M_2 соответственно; в этом случае оценка f_* почти совпадает с f.

Можно показать, что число операций умножения и сложения при вычислении $f_* = V\xi$ не превышает $(2K + 1)N_1N_2$. Следовательно, при $2K + 1 < \log_2 N_1 \cdot \log_2 N_2$ использование дискретных конволюционных операторов обеспечивает более высокую скорость по сравнению с методом инверсной фильтрации на базе алгоритмов БПФ. Кроме того, изложенный в настоящей работе метод позволяет использовать априорную информацию, имеющуюся в модели $[W, \Sigma, F, f_0]$.

В процессе вычисления вектора b нужно обращать квадратную матрицу S, состоящую из $2K + 1$ строк. В методах [2 — 4] пришлось бы обращать матрицу, состоящую из N_1N_2 строк, что могло бы вызвать серьезные затруднения. Действительно, пусть, например, $N_1 = N_2 = 10^3$, $K_1 = K_2 = 7$, тогда S состоит из $2K + 1 = 225$ строк, что много меньше $N_1N_2 = 10^6$.

Метод конволюционной редукции позволяет экономить машинную память. Нет необходимости хранить большие массивы w_{ijkl} и v_{ijkl}, поскольку они выражаются через d_α^β и b_λ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Дудник Е. Н., Якимов И. Д.** Построение сверхбыстрых алгоритмов восстановления одномерных образов // Дискретные системы обработки информации: Межвуз. сб.—Ижевск: Ижевск. мех. ин-т, 1983.
2. **Тихонов А. Н., Арсенин В. Я.** Методы решения некорректных задач.—М.: Наука, 1986.
3. **Пытьев Ю. П.** Псевдообратный оператор. Свойства и применения // Матем. сб.—1982.—**118(160)**, № 1 (5).
4. **Пытьев Ю. П.** Задачи редукции в экспериментальных исследованиях // Матем. сб.—1983.—**120(162)**, № 2.
5. **Пытьев Ю. П.** Методы редукции измерений в гильбертовых пространствах // Матем. сб.—1985.—**126(168)**, № 4.

Поступила в редакцию 5 марта 1990 г.

УДК 535.317.25

Ф. М. Завьялкин, В. А. Удод

(Томск)

МАКСИМАЛЬНАЯ РАЗРЕШАЮЩАЯ СПОСОБНОСТЬ ИЗОБРАЖАЮЩИХ СИСТЕМ, ДОСТИГАЕМАЯ ПРИ АПОСТЕРИОРНОЙ ЛИНЕЙНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Рассмотрены изображающие системы с модельной структурой: исходное идеальное изображение — заданный искажающий линейный фильтр — заданный аддитивный шум — корректирующий линейный фильтр — выходное изображение. Установлена максимальная разрешающая способность таких систем, достигаемая при оптимальном выборе корректирующего фильтра. Указана область преимущественного использования полученных результатов.

Введение. Широкое разнообразие задач, решаемых на основе различных изображающих систем (ИС), обусловливает существование целого ряда критериев качества их функционирования (полоса пропускания по Шадэ, число Штреля, минимум среднеквадратичной погрешности, сигнал/шум и т. д.) [1—4]. Выбор того или иного критерия обычно определяется содержанием исследуемой задачи [4]. Между тем для решения большого круга задач, относящихся к обнаружению объектов по изображению, их опознаванию и т. п., достаточно использования лишь одного критерия [2, 5] — разрешающей способности (РС).

Благодаря своей универсальности РС длительное время занимала главенствующее положение среди других критериев качества и являлась предметом углубленного исследования ИС именно с этих позиций [2, 6].

Первые оригинальные разработки, позволяющие повысить РС оптических систем, судя по данным [2], принадлежат Люнебергу и заключаются в аподизации (неравномерном частичном экранировании) объективов. Впоследствии эта идея была применена и в других ИС, в частности радиационных [7].

Анализ существующих методов повышения РС ИС показал, что они развиваются как по линии априорной обработки изображений: использование мелкозернистых пленок в фотографии и безаберрационных объективов в оптике [2, 6], оптимизация размеров и формы апертур в сканирующих ИС [8], кодирование изображений [3, 9] и т. д., так и по линии апостериорной обработки изображений: увеличение и контрастирование изображений [10], подчеркивание контуров [9, 10], фильтрация [3, 9—11].

В настоящей работе установлено предельное значение РС ИС, достигаемое при апостериорном методе обработки в виде линейной фильтрации сформированных изображений. Насколько нам известно, данная задача ранее не рассматривалась.

Постановка задачи. Предположим, что работа ИС удовлетворительно описывается моделью [9]

$$\hat{B} = [\,(B * h) + n]\; * \varphi. \tag{1}$$

Здесь B — исходное (идеальное) изображение; $(B * h) + n$ — сформированное (искаженное) изображение; h, φ — импульсный отклик искажающего и корректирующего фильтров соответственно (предполагаются нормированными по площади на единицу); n — шум с нулевым средним значением; символ «$*$» означает двумерную свертку; $\hat{B}$ — восстановленное изображение.

Стоящая перед нами задача заключается в нахождении φ, при котором разрешающая способность изображающей системы, описываемой (1), максимальна.

В общем случае РС определяется следующим образом [12]:

$$R = \mu\Big\{\bar{\nu} \geq 0 \mid k_0 \inf_{\substack{0\leq\nu\leq\bar{\nu}\\ 0\leq\theta\leq 2\pi}} G_\theta(\nu) \geq K_{\text{пор}},\ \inf_{\substack{0\leq\nu\leq\bar{\nu}\\ 0\leq\theta\leq 2\pi}} G_\theta(\nu) > 0\Big\}. \tag{2}$$

Здесь R — РС; μ — мера Лебега; $\bar{\nu}, \nu$ — пространственные частоты; k_0 — исходный контраст; G_θ — частотно-контрастная характеристика ИС по направлению θ;

$$K_{\text{пор}} = \sqrt{K_{\text{ш}}^2 + K_{\text{зр}}^2} \tag{3}$$

— пороговый контраст (ПК);

$$K_{\text{ш}} = M_{\text{пор}}\delta \tag{4}$$

— составляющая ПК, обусловленная наличием шума на выходе ИС; $M_{\text{пор}}$ — пороговое отношение сигнал/шум;

$$\delta = \sigma / B_{\text{ф}} \tag{5}$$

— относительное среднеквадратическое значение шума на выходе ИС; σ — среднеквадратическое значение шума на выходе ИС; $B_ф$ — яркость фона выходного (восстановленного) изображения (такая же, как у исходного и сформированного); $K_{зр}$ — ПК зрительного анализатора (по Сельвину [6], $K_{зр} = 0{,}02$).

Если в ИС осуществляется контрастирование выходного изображения, то вместо $K_{зр}$ необходимо использовать [13]

$$\widehat{K}_{зр} = K_{зр}/\gamma, \tag{6}$$

где γ ($\gamma \geq 1$) — коэффициент контрастности.

Применительно к модели (1) будем иметь:

$$G_\theta(\nu) = |\, \widetilde{h}(\nu\cos\theta, \nu\sin\theta)\widetilde{\varphi}(\nu\cos\theta, \nu\sin\theta)\,|; \tag{7}$$

$$\sigma^2 = \iint\limits_{-\infty}^{\infty} S(\nu_x, \nu_y)\ |\,\widetilde{\varphi}(\nu_x, \nu_y)\,|^2 d\nu_x d\nu_y\ . \tag{8}$$

Здесь $\widetilde{h}$, $\widetilde{\varphi}$ — передаточная функция искажающего и корректирующего фильтров соответственно (преобразование Фурье от h и φ соответственно); S — спектральная плотность шума (неотрицательная функция своих аргументов [14]).

При подстановке (3)—(8) в (2) получаем

$$R = \mu\Big\{\bar{\nu} \geq 0 \mid k_0 \inf_{\substack{0 \leq \nu \leq \bar{\nu} \\ 0 \leq \theta \leq 2\pi}} |\, \widetilde{h}(\nu\cos\theta, \nu\sin\theta)\widetilde{\varphi}(\nu\cos\theta, \nu\sin\theta)\,| \geq$$

$$\geq \left[(M_{пор}/B_ф)^2 \iint\limits_{-\infty}^{\infty} S(\nu_x, \nu_y)|\,\widetilde{\varphi}(\nu_x, \nu_y)\,|^2 d\nu_x d\nu_y + \widehat{K}^2_{зр}\right]^{1/2},$$

$$\inf_{\substack{0 \leq \nu \leq \bar{\nu} \\ 0 \leq \theta \leq 2\pi}} |\,\widetilde{h}(\nu\cos\theta, \nu\sin\theta)\widetilde{\varphi}(\nu\cos\theta, \nu\sin\theta)\,| > 0\Big\}. \tag{9}$$

Переходя в (9) от полярных к декартовым переменным, будем иметь

$$R = \mu\Big\{\bar{\nu} \geq 0 \mid \inf_{\nu_x^2 + \nu_y^2 \leq \bar{\nu}^2} H(\nu_x, \nu_y)\Phi(\nu_x, \nu_y) \geq \iint\limits_{-\infty}^{\infty} \widehat{S}(\nu_x, \nu_y)\Phi(\nu_x, \nu_y) d\nu_x d\nu_y + K,$$

$$\inf_{\nu_x^2 + \nu_y^2 \leq \bar{\nu}^2} H(\nu_x, \nu_y)\Phi(\nu_x, \nu_y) > 0\Big\}. \tag{10}$$

Здесь

$$H = |\,\widetilde{h}\,|^2; \quad \Phi = |\,\widetilde{\varphi}\,|^2; \quad \widehat{S} = \left(\frac{M_{пор}}{k_0 B_ф}\right)^2 S; \quad K = \frac{K^2_{зр}}{k_0^2 \gamma^2}. \tag{11}$$

Рассматриваемую нами задачу будем решать в следующей математической постановке: требуется найти максимум функционала (10) по всевозможным Φ при условиях:

1) $0 \leq H, \Phi, \widehat{S} < \infty$;
2) $H(0, 0) = \Phi(0, 0) = 1$;
3) $K = \text{const} \gg 0$;
4) функция $\xi(\bar{\nu}) = \iint\limits_{\nu_x^2 + \nu_y^2 \leq \bar{\nu}^2} \dfrac{\widehat{S}(\nu_x, \nu_y)}{H(\nu_x, \nu_y)}\, d\nu_x d\nu_y$ непрерывна слева.

Метод решения. Первоначально отыскивается верхняя граница функционала (10) при условиях 1—3, а затем подбирается Φ, при которой она достигается. Прежде чем приступить к решению задачи, введем ряд вспомогательных обозначений: $R(\Phi)$ — функционал (10), $A(\Phi)$ — множество в фигурных скобках в (10);

$$A_0 = \left\{\bar{\nu} \geq 0 \mid 1 \geq \xi(\bar{\nu}) + K,\ H(\nu_x, \nu_y) > 0 \text{ при } \nu_x^2 + \nu_y^2 \leq \bar{\nu}^2\right\}.$$

Приступим теперь к решению задачи.

Для $\forall\, \bar{\nu} \in A(\Phi)$, согласно определению этого множества, выполняются неравенства:

$$\inf_{\nu_x^2+\nu_y^2\leq\bar{\nu}^2} H(\nu_x, \nu_y)\Phi(\nu_x, \nu_y) > 0; \tag{12}$$

$$\inf_{\nu_x^2+\nu_y^2\leq\bar{\nu}^2} H(\nu_x, \nu_y)\Phi(\nu_x, \nu_y) \geq \int\!\!\int_{-\infty}^{\infty} \hat{S}(\nu_x, \nu_y)\Phi(\nu_x, \nu_y)d\nu_x d\nu_y + K. \tag{13}$$

Далее, используя (14) и условия 1—3, для $\forall\, \bar{\nu} \in A(\Phi)$ будем иметь:

$$\int\!\!\int_{-\infty}^{\infty} \hat{S}(\nu_x, \nu_y)\Phi(\nu_x, \nu_y)d\nu_x d\nu_y + K \geq \iint_{\nu_x^2+\nu_y^2\leq\bar{\nu}^2} \hat{S}(\nu_x, \nu_y)\Phi(\nu_x, \nu_y)d\nu_x d\nu_y + K =$$

$$= \iint_{\nu_x^2+\nu_y^2\leq\bar{\nu}^2} \frac{\hat{S}(\nu_x, \nu_y)}{H(\nu_x, \nu_y)} H(\nu_x, \nu_y)\Phi(\nu_x, \nu_y)d\nu_x d\nu_y + K \geq$$

$$\geq \inf_{\nu_x^2+\nu_y^2\leq\bar{\nu}^2} H(\nu_x, \nu_y)\Phi(\nu_x, \nu_y)\xi(\bar{\nu}) + K \geq \inf_{\nu_x^2+\nu_y^2\leq\bar{\nu}^2} H(\nu_x, \nu_y)\Phi(\nu_x, \nu_y)\,[\xi(\bar{\nu}) + K\,]. \tag{15}$$

Из сопоставления (13) и (15) между собой получаем, что для $\forall\, \bar{\nu} \in A(\Phi)$ выполняется неравенство

$$\inf_{\nu_x^2+\nu_y^2\leq\bar{\nu}^2} H(\nu_x, \nu_y)\Phi(\nu_x, \nu_y) \geq \inf_{\nu_x^2+\nu_y^2\leq\bar{\nu}^2} H(\nu_x, \nu_y)\Phi(\nu_x, \nu_y)\,[\xi(\bar{\nu}) + K\,].$$

Отсюда с учетом (12) окончательно получаем, что

$$1 \geq \xi(\bar{\nu}) + K \tag{16}$$

для $\forall\, \bar{\nu} \in A(\Phi)$. Выполнимость неравенств (14), (16) для $\forall\, \bar{\nu} \in A(\Phi)$ фактически означает, что $A(\Phi) \subset A_0$ для любой Φ, удовлетворяющей условиям 1, 2. Следовательно, согласно свойству меры Лебега [15], для всех таких Φ будем иметь

$$R(\Phi) = \mu A(\Phi) \leq \hat{R} = \mu A_0. \tag{17}$$

Таким образом, мы нашли верхнюю границу $\hat{R}$ функционала (10) при условиях 1—3.

Следующая наша задача заключается в подборе Φ, при которой данная граница достигается. Здесь возможны два случая: $\hat{R} = 0$ или $\hat{R} > 0$. В первом случае верхняя граница (нулевая) будет достигаться на любой Φ при выполнении условий 1—3 из-за естественного ограничения $R(\Phi) \geq 0$. Если же $\hat{R} > 0$, то данная граница будет достигаться при

$$\Phi_{\text{opt}}(\nu_x, \nu_y) = \begin{cases} \dfrac{1}{H(\nu_x, \nu_y)}, & \nu_x^2 + \nu_y^2 < \hat{R}^2; \\ 0, & \nu_x^2 + \nu_y^2 \geq \hat{R}^2. \end{cases} \quad (18)$$

Поскольку [16] $\mu A_0 = \mu(A_0 \backslash \{\hat{R}\})$, для доказательства справедливости высказанного утверждения достаточно показать справедливость включения

$$A_0 \backslash \{\hat{R}\} = \{0 \leq \bar{\nu} < \hat{R} \mid 1 \geq \xi(\bar{\nu}) + K,\ H(\nu_x, \nu_y) > 0 \text{ при } \nu_x^2 + \nu_y^2 \leq \bar{\nu}^2\} =$$
$$= [0, \hat{R}) \subset A(\Phi_{\text{opt}}) = \{\bar{\nu} \geq 0 \mid f(\bar{\nu}) \geq \xi(\hat{R}) + K,\ f(\bar{\nu}) > 0\}, \quad (19)$$

где

$$f(\bar{\nu}) = \begin{cases} 1, & 0 \leq \bar{\nu} < \hat{R}; \\ 0, & \bar{\nu} \geq \hat{R}. \end{cases} \quad (20)$$

Справедливость равенств в левой части (19) обусловлена тем, что множества типа A_0 имеют вид [12]:

$$A_0 = [0, a] \text{ либо } A_0 = [0, a),\ a \geq 0.$$

По существу, нам необходимо доказать, что для $\forall\, \bar{\nu} \in A_0 \backslash \{\hat{R}\}$ выполняются условия

$$f(\bar{\nu}) \geq \xi(\hat{R}) + K; \quad (21)$$

$$f(\bar{\nu}) > 0. \quad (22)$$

Справедливость (22) для $\forall\, \bar{\nu} \in A_0 \backslash \{\hat{R}\}$ очевидна.

Поскольку произвольное $\bar{\nu}$ из $A_0 \backslash \{\hat{R}\}$ лежит в диапазоне $[0, \hat{R})$, в силу (20) условие (21) преобразуется к условию вида $1 \geq \xi(\hat{R}) + K$, справедливость которого нам и остается доказать.

Так как неравенство $1 \geq \xi(\bar{\nu}) + K$ выполняется при всех $\bar{\nu} \in A_0 \backslash \{\hat{R}\} = [0, \hat{R})$, то [17]

$$1 \geq \sup_{0 \leq \bar{\nu} < \hat{R}} \xi(\bar{\nu}) + K. \quad (23)$$

В силу условия 1 функция ξ будет монотонно возрастающей на $[0, \infty)$. Поэтому [15]

$$\sup_{0 \leq \bar{\nu} < \hat{R}} \xi(\bar{\nu}) = \xi(\hat{R}-), \quad (24)$$

где $\xi(\hat{R}-)$ — предел слева функции ξ в точке $\hat{R}$.

Согласно условию 4, функция ξ является непрерывной слева. Следовательно,

$$\xi(\hat{R}-) = \xi(\hat{R}). \quad (25)$$

Подставляя (25) в (24) и далее в (23), будем иметь $1 \geq \xi(\hat{R}) + K$, что и требовалось доказать.

Результаты решения. При подстановке (11) в (17), (18) получаем, что:

1) максимальная РС ИС, достигаемая при апостериорной линейной фильтрации изображений

$$R_{\max} = \mu\left\{\bar{\nu} \geq 0 \mid 1 \geq \left(\frac{M_{\text{пор}}}{k_0 B_{\text{ф}}}\right)^2 \iint\limits_{\nu_x^2+\nu_y^2 \leq \bar{\nu}^2} \frac{S(\nu_x, \nu_y)}{|\tilde{h}(\nu_x, \nu_y)|^2}\, d\nu_x d\nu_y + \right.$$

$$+ \frac{K_{зр}^2}{k_0^2\gamma^2},\ |\tilde{h}(\nu_x, \nu_y)| > 0 \text{ при } \nu_x^2 + \nu_y^2 \le \bar{\nu}^2 \Big\}; \tag{26}$$

2) передаточная функция оптимального корректирующего фильтра (при $R_{max} > 0$)

$$\tilde{\varphi}_{opt}(\nu_x, \nu_y) = \exp[ig(\nu_x, \nu_y)] \begin{cases} \dfrac{1}{\tilde{h}(\nu_x, \nu_y)}, & \nu_x^2 + \nu_y^2 < R_{max}^2; \\ 0, & \nu_x^2 + \nu_y^2 \ge R_{max}^2, \end{cases} \tag{27}$$

где g — произвольная функция, удовлетворяющая условию $g(-\nu_x, -\nu_y) = -g(\nu_x, \nu_y)$. Во избежание частотно-фазовых искажений исходного изображения предпочтительнее использовать $g \equiv 0$.

Если в диапазоне $(0, R_0]$, где

$$R_0 = \mu\left\{\bar{\nu} \ge 0 \mid |\tilde{h}(\nu_x, \nu_y)| > 0 \text{ при } \nu_x^2 + \nu_y^2 \le \bar{\nu}^2\right\}$$

существует точка $\bar{R}$ такая, что функция

$$\eta(\bar{\nu}) = \iint\limits_{\nu_x^2+\nu_y^2 \le \bar{\nu}^2} \frac{S(\nu_x, \nu_y)}{|\tilde{h}(\nu_x, \nu_y)|^2} d\nu_x d\nu_y$$

является непрерывной, строго монотонно возрастающей и неограниченной на $[0, \bar{R})$ и $\eta(0) = 0$, а $K_{зр} < k_0\gamma$, то согласно [15, 17] R_{max} будет определяться из уравнения

$$\left(\frac{M_{пор}}{k_0 B_ф}\right)^2 \iint\limits_{\nu_x^2+\nu_y^2 \le R_{max}^2} \frac{S(\nu_x, \nu_y)}{|\tilde{h}(\nu_x, \nu_y)|^2} d\nu_x d\nu_y + \frac{K_{зр}^2}{k_0^2\gamma^2} = 1.$$

Заметим, что величина $R_0 \ge R_{max}$ и для непрерывной $\tilde{h}$ есть расстояние от начала системы координат до ближайшего к нему нуля этой функции.

Полученные в настоящей работе результаты проще всего, на наш взгляд, могут быть использованы в ИС, содержащих ЭВМ и полутоновой графический дисплей, например в вычислительных томографах, для улучшения качества реконструированных изображений путем их фильтрации в соответствии с (26), (27) перед выводом на экран дисплея.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вычислительная оптика /Под общ. ред. М. М. Русинова.—Л.: Машиностроение, 1984.
2. Проектирование оптических систем: Пер. с англ. /Под ред. Р. Шеннона, Дж. Вайанта.—М.: Мир, 1983.
3. Ярославский Л. П. Введение в цифровую обработку изображений.—М.: Сов. радио, 1979.
4. Бобров С. Т., Грейсух Г. И. Взаимная корреляция числовых критериев оценки качества изображений // Оптика и спектроскопия.—1985.—58, № 5.
5. Ллойд Дж. Системы тепловидения: Пер. с англ.—М.: Мир, 1978.
6. Фивенский Ю. И. Методы повышения качества аэрокосмических фотоснимков.—М.: Изд-во Моск. ун-та, 1977.
7. Henkelman R. M., Preiss B. R. A nonuniform detector aperture for CT // J. Comput. Assist. Tomogr.—1981.—5, N 3.—P. 401.
8. Смирнов А. Я., Меньшиков Г. Г. Сканирующие приборы.—Л.: Машиностроение, 1986.
9. Обработка изображений при помощи цифровых вычислительных машин: Пер. с англ. /Под ред. Г. Эндрюса и Л. Инло.—М.: Мир, 1973.
10. Прэтт У. Цифровая обработка изображений: Пер. с англ.—М.: Мир, 1982.—Кн. 2.
11. Обработка изображений и цифровая фильтрация: Пер. с англ. /Под ред. Г. Хуанга.—М.: Мир, 1979.
12. Удод В. А. О разрешающей способности // Оптика атмосферы.—1989.—2, № 2.
13. Гурвич А. М. Физические основы радиационного контроля и диагностики.—М.: Энергоиздат, 1989.
14. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач.—М.: Наука, 1979.

15. Рудин У. Основы математического анализа: Пер. с англ. В. П. Хавина.—М.: Мир, 1966.
16. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике.—М.: Наука, 1977.
17. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления.—М.: Наука, 1966.—Т. 1.

Поступила в редакцию 29 апреля 1991 г.

УДК 519.642

О. Е. Трофимов

(Новосибирск)

О ЧИСЛЕННЫХ АЛГОРИТМАХ ТРЕХМЕРНОЙ ТОМОГРАФИЧЕСКОЙ РЕКОНСТРУКЦИИ

Рассматриваются вопросы, связанные с построением численных алгоритмов восстановления плотности трехмерных объектов по интегральным значениям вдоль прямых, проходящих через окружность. Использование подобных алгоритмов позволяет избежать представления объекта в виде набора слоев постоянной плотности, характерного для классической компьютерной томографии.

В компьютерной рентгеновской томографии трехмерный объект представляется обычно в виде набора тонких срезов. Для восстановления плотности среза решается задача обращения двумерного преобразования Радона. Для исследования ряда объектов более естественна другая схема, когда источник излучения движется по некоторой пространственной кривой. Каждой точке кривой соответствует конус лучей, проходящих через эту точку. Исходными данными являются данные об ослаблении излучения при прохождении через объект. Математически задача ставится как задача восстановления функции трех переменных по интегралам вдоль прямых, проходящих через заданную кривую. Решению этой задачи для различных классов функций и различных типов кривых посвящены работы [1—6].

В [2] получена формула обращения для функций, имеющих финитный носитель, и для кривых, удовлетворяющих определенным условиям. Главное здесь — условие Кириллова — Туя, заключающееся в том, что любая плоскость, пересекающая объект, пересекает кривую, по которой движется источник. Примером кривой, удовлетворяющей условиям [2], является совокупность двух единичных окружностей, лежащих во взаимно перпендикулярных плоскостях. Однако построение численных алгоритмов непосредственно на основании формулы, приведенной в [2], затруднительно [7, с. 201]. В [8] формула обращения приведена к виду, позволяющему строить численные алгоритмы. Другой способ построения численных алгоритмов трехмерной томографической реконструкции основан на результатах работ [5, 6, 9]. Из полученных там теорем следует, что для функций, имеющих финитный носитель, условие Кириллова — Туя не является необходимым, в частности, кривая движения источника может состоять из одной окружности. В [6] показано, что задача восстановления функции по ее интегралам вдоль прямых, проходящих через единичную окружность с центром в точке (0, 0, 0), лежащую в плоскости $z = 0$, может быть разделена на две части:

1. Восстановление по интегралам вдоль прямых, проходящих через окружность, интегралов вдоль прямых, проходящих через круг.

2. Восстановление функции по интегралам вдоль прямых, проходящих через круг.

Из результатов [9] следует, что задача в целом является неустойчивой в пространствах Соболева. Однако, как показывают результаты численных экспериментов, приводимые в настоящей работе, для первой части задачи могут быть построены вполне приемлемые по точности численные алгоритмы.