

эффективность дифракции в каждом порядке составляла ~10 % от прошедшего излучения.

Значения β и f для $\alpha = 5^\circ$, вычисленные по полученным выражениям, равны: $\beta = 16^\circ$; $f = 90$ МГц. Расхождение этих величин по сравнению с экспериментальными данными связано, по-видимому, с неполной адекватностью выбранной геометрии используемого образца (вырезанного по главным направлениям) и теоретически рассматриваемой ситуацией, когда все оптические лучи лежат в одной плоскости, т. е. нормаль оптической грани наклонена на угол α к оптической оси кристалла.

Таким образом, теоретические и экспериментальные результаты работы подтверждают возможность использования особенностей АО-дифракции в анизотропных средах, не обладающих гиротропией, для создания нового класса АО-устройств — брэгговских поляризационных расщепителей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Dixon R. W. Acoustic diffraction of light in anisotropic media // IEEE J. Quant. Electronics.— 1967.—QE-3.—P. 85.
2. Леманов В. В., Шакин О. В. Рассеяние света на упругих волнах в одноосных кристаллах // ФТТ.—1972.—14, № 1.
3. Антонов С. Н., Котов В. М., Сотников В. Н., Тимофеев А. С. Акустооптические поляризационные расщепители для лазерных доплеровских анемометров.—М., 1990.—(Препр. ИРЭ АН СССР; 20 (549)).
4. Антонов С. Н., Котов В. М., Сотников В. Н. Брэгговские поляризационные расщепители света на основе кристалла TeO_2 // ЖТФ.—1990.—61, № 1.
5. Акустические кристаллы /Под ред. М. П. Шаскольской.—М.: Наука, 1982.

Поступило в редакцию 10 июля 1991 г.

УДК 681.327

Я. А. Фурман

(Йошкар-Ола)

ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ ЛИНЕЙНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ЗАШУМЛЕННЫХ КОНТУРОВ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Рассмотрено по методу максимального правдоподобия решение задачи оценки параметров поворота, растяжения и сдвига начальной точки зашумленного сигнального контура по отношению к эталонному контуру. Показано, что для получения оценок необходимо вычислить все отсчеты контурного согласованного фильтра и определить номер отсчета с максимальным значением модуля.

Введение. Измерение параметров контуров представляет собой важную операцию при количественном анализе изображений. Контурные концентрируют имеющуюся в изображении информацию, содержат небольшую часть общего количества всех его точек, определяют форму объекта. Учет данных факторов позволяет в значительной степени снизить трудоемкость решения задач, связанных с обработкой изображений. Поэтому вопросам выделения, описания, преобразования контуров и распознавания изображений по их форме, задаваемой контуром, посвящено большое количество работ. Показательными в этом плане являются не только такие ранние работы, как [1—5], но и недавно опубликованные [6].

Часто встречающимся на практике классом задач являются задачи оценки параметров преобразований исходного (эталонного) контура по принятому контуру, рассматриваемому как смесь сигнала и шума. К ним относятся задачи, связанные с оценкой параметров перемещения наблюдаемых объектов, ориентации на местности, обнаружения-оценивания, распознавания-оценивания и др. Этим вопросам уделено значительно меньше внимания. Примера-

ми работ, связанных с решением подобных вопросов, являются [7—9], причем в основном в подобных работах действие шумов не учитывается.

В данной работе рассмотрено решение по методу максимального правдоподобия [10] задачи оценки параметров поворота, растяжения и сдвига начальной точки зашумленного сигнального контура. Методика нахождения оценок и характер полученных результатов имеют инженерную направленность, и их практическое применение несложно.

Постановка задачи. Пусть Γ — контур эталонного (исходного) изображения, заданный в комплексной плоскости, а $\Gamma_\mu = \mu\Gamma$ — контур, повернутый на угол $\Delta\varphi$ и растянутый в $|\mu|$ раз, где $\mu = |\mu| \exp\{i\Delta\varphi\}$ — комплексное число, $|\mu| > 0$. Преобразованный контур назовем сигнальным и обозначим как $\Gamma^{(s)}$. Пусть, далее, Σ — шумовой (помеховый) контур. Образует зашумленный контур N как сумму сигнального и шумового контуров, т. е.

$$N = \Gamma^{(s)} + \Sigma. \quad (1)$$

Цель данной работы состоит в нахождении по контуру N оценок максимального правдоподобия параметров линейных преобразований эталонного контура Γ для следующего важного для практики случая.

Контур Γ и Σ , а следовательно, и контуры $\Gamma^{(s)}$ и N будем считать полигональными [1, 11], т. е. составленными из прямолинейных сегментов, которые назовем элементарными векторами (ЭВ) (рис. 1). Аналитически контуры зададим последовательностью этих ЭВ, представленных в виде комплексных чисел [12], в направлении по часовой стрелке, начиная от выбранной начальной точки a_0 :

$$\begin{aligned} \Gamma &= \{\gamma(n)\}_{0, k-1} = \{\gamma_1(n) + i\gamma_2(n)\}_{0, k-1} = \{|\gamma(n)| \exp\{i\varphi(n)\}\}_{0, k-1}; \\ N &= \{\nu(n)\}_{0, k-1} = \{\nu_1(n) + i\nu_2(n)\}_{0, k-1} = \{|\nu(n)| \exp\{i\theta(n)\}\}_{0, k-1}; \\ \Gamma^{(s)} &= \{\gamma^{(s)}(n)\}_{0, k-1}; \quad \Sigma = \{\xi(n)\}_{0, k-1}. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь k — количество ЭВ, составляющих контур. Контур изображения в виде (2) будем рассматривать как k -мерный комплексно-значный вектор. Задание контуров в комплексном линейном пространстве выбрано в связи с тем, что скалярное произведение (СП) контуров в этом пространстве, количественно отражающее степень схожести форм изображений, благодаря наличию мнимой части более информативно, чем СП в действительном линейном пространстве [13, 14]. Сигнальный контур $\Gamma^{(s)}$ в общем случае является результатом преобразования эталонного контура Γ путем сдвига начальной точки на d ЭВ, поворотом на угол $\Delta\varphi$ и растяжением в $|\mu|$ раз, т. е.

$$\Gamma^{(s)} = \{\gamma^{(s)}(n)\}_{0, k-1} = \mu\Gamma_d = \{|\mu| |\gamma(n+d)| \exp\{i[\varphi(n+d) + \Delta\varphi]\}\}_{0, k-1}. \quad (3)$$

Здесь через Γ_d обозначен эталонный контур Γ , у которого начальная точка сдвинута на d элементов.

Будем считать, что компоненты $\xi_1(n)$ и $\xi_2(n)$ ЭВ $\xi(n) = \xi_1(n) + i\xi_2(n)$, $n = 0, 1, \dots, k-1$, шумового контура Σ являются центрированными и независимыми случайными величинами с дисперсией σ^2 , подчиняющимися нормальному закону распределения. Тогда функция правдоподобия зашумленного контура

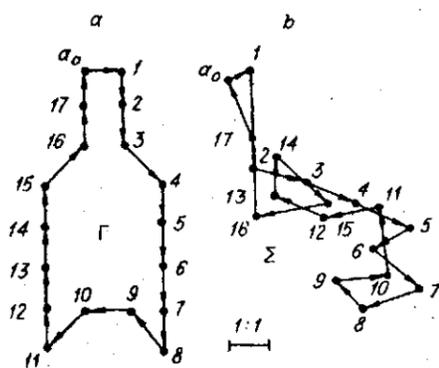


Рис. 1

$$L(N/d, \Delta\varphi, |\mu|) = c \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2} [\|N\|^2 + \|\Gamma^{(s)}\|^2 - 2\operatorname{Re}(N, \Gamma^{(s)})]\right\}, \quad (4)$$

где

$$c = (1/\sqrt{2\pi}\sigma)^k, \\ \|N\|^2 = \sum_{n=0}^{k-1} |\nu(n)|^2 \quad \text{и} \quad \|\Gamma^{(s)}\|^2 = \sum_{n=0}^{k-1} |\gamma^{(s)}(n)|^2 \quad (5)$$

— квадраты норм контуров N и $\Gamma^{(s)}$; $\operatorname{Re}(N, \Gamma^{(s)})$ — реальная компонента СП контуров N и $\Gamma^{(s)}$.

С учетом выражений (2) и (3) это СП записывается в виде

$$\operatorname{Re}(N, \Gamma^{(s)}) = \operatorname{Re} \sum_{n=0}^{k-1} |\mu| |\nu(n)| |\gamma(n+d)| \exp[i(\Theta(n) - \varphi(n+d) - \Delta\varphi)] = \\ \operatorname{Im}(N, \Gamma^{(s)}) = |\mu| \sum_{n=0}^{k-1} |\nu(n)| |\gamma(n+d)| \sin[\Theta(n) - \varphi(n+d) - \Delta\varphi]. \quad (7)$$

Перейдем теперь к получению оценок параметров \hat{d} , $\hat{\Delta\varphi}$ и $|\hat{\mu}|$ линейных преобразований эталонного контура Γ .

Оценка параметров зашумленных контуров. После логарифмирования выражение (4) принимает вид

$$\ln L(N/d, \Delta\varphi, |\mu|) = \ln c - R_{N, \Gamma^{(s)}}^2 / 2\sigma^2$$

где $R_{N, \Gamma^{(s)}}^2$ — квадрат расстояния между векторами зашумленного и сигнального контуров:

$$R_{N, \Gamma^{(s)}}^2 = \|N\|^2 + \|\Gamma^{(s)}\|^2 - 2\operatorname{Re}(N, \Gamma^{(s)}). \quad (8)$$

Параметр сдвига d начальных точек контуров $\Gamma^{(s)}$ и Γ принимает только дискретные значения, т. е. $d = 0, 1, \dots, k-1$, и найти максимум функции правдоподобия путем дифференцирования по этому параметру нельзя. Поэтому его оценку можно получить лишь перебором значений расстояния $R_{N, \Gamma^{(s)}}^2$ при варьировании параметра d и определением значения $d = \hat{d}$, при котором достигается минимум этого расстояния, т. е.

$$d = \hat{d} \quad \text{при} \quad R_{N, \Gamma^{(s)}}^2 \rightarrow \min, \quad d = 0, 1, \dots, k-1. \quad (9)$$

Как видно из выражений (8), (5) и (7), изменение d влияет только на величину $\operatorname{Re}(N, \Gamma^{(s)})$. Поэтому правило (9) эквивалентно правилу

$$d = \hat{d} \quad \text{при} \quad \operatorname{Re}(N, \Gamma^{(s)}) \rightarrow \max, \quad d = 0, 1, \dots, k-1. \quad (10)$$

Величина $\operatorname{Re}(N, \Gamma^{(s)})$, как это видно из (6), зависит также и от параметров $|\mu|$ и $\Delta\varphi$. При этом параметр $|\mu|$ играет роль линейного множителя и не влияет на значение параметра d , при котором в соответствии с выражением (10) достигается максимум $\operatorname{Re}(N, \Gamma^{(s)})$. Этого нельзя сказать о параметре $\Delta\varphi$, который совместно с величинами $\varphi(n+d)$ и $\Theta(n)$ входит под знак косинуса. Данное обстоятельство приводит к необходимости предварительной оценки угла поворота $\Delta\varphi$, а затем уже становится возможным определение оценки параметра сдвига d по правилу (10).

Параметры растяжения $|\mu|$ и угла поворота $\Delta\varphi$ являются непрерывными и для них существуют производные расстояния между контурами N и $\Gamma^{(s)}$, имеющие вид

$$\frac{\partial R^2}{\partial |\mu|} = 2|\mu| \|\Gamma\|^2 - 2 \sum_{n=0}^{k-1} |v(n)| |y(n+d)| \cos[\Theta(n) - \varphi(n+d) - \Delta\varphi], \quad (11)$$

$$\frac{\partial R^2}{\partial (\Delta\varphi)} = -2|\mu| \sum_{n=0}^{k-1} |v(n)| |y(n+d)| \sin[\Theta(n) - \varphi(n+d) - \Delta\varphi]. \quad (12)$$

Приравняв данные выражения нулю, получим уравнения правдоподобия для оценки параметров $|\mu|$ и $\Delta\varphi$:

$$|\mu| \|\Gamma\|^2 - \sum_{n=0}^{k-1} |v(n)| |y(n+d)| \cos[\Theta(n) - \varphi(n+d) - \Delta\varphi] \Big|_{|\mu| = |\hat{\mu}|} = 0, \quad (13)$$

$$\sum_{n=0}^{k-1} |v(n)| |y(n+d)| \sin[\Theta(n) - \varphi(n+d) - \Delta\varphi] \Big|_{\Delta\varphi = \hat{\Delta\varphi}} = 0. \quad (14)$$

Решение уравнения (14) не зависит от величины параметра $|\mu|$. Левая часть этого уравнения есть мнимая компонента выходной величины контурного согласованного фильтра (КСФ) при фильтрации зашумленного контура фильтром, согласованным с эталонным контуром Γ , который предварительно повернут на угол $\Delta\varphi$ (см. приложение). Поэтому уравнение (14) можно представить как

$$\text{Im} \eta_{\Delta\varphi}(k-1+\hat{d}) \Big|_{\Delta\varphi = -\hat{\Delta\varphi}} = 0. \quad (15)$$

Здесь $\eta_{\Delta\varphi}(k-1+\hat{d})$ — отсчет такого КСФ в момент $m = k-1+\hat{d}$. Отметим, что при отсутствии сдвига начальных точек СП контуров N и Γ , т. е. при $d = 0$, равно отсчету КСФ для $m = k-1$, т. е. $(N, \Gamma) = \eta_{\Delta\varphi}(k-1)$. Из выражения (15) следует, что для нахождения оценки угла поворота контура $\Gamma^{(s)}$ следует определить выходной вектор фильтра, согласованного с эталонным контуром Γ , при подаче на его вход зашумленного контура N . Если $(-\Delta\varphi)$ — угол, на который надо повернуть этот вектор, чтобы его направление совпало с направлением оси абсцисс, то $\Delta\varphi = -\Delta\varphi$. Поэтому

$$\eta_{-\Delta\varphi}(k-1+\hat{d}) = \text{Re} \eta_{-\Delta\varphi}(k-1+\hat{d}), \quad (16)$$

$$\hat{\Delta\varphi} = \arctg \frac{\text{Im} \eta_{\Delta\varphi}(k-1+\hat{d})}{\text{Re} \eta_{\Delta\varphi}(k-1+\hat{d})}. \quad (17)$$

Так как в этом случае комплексное число и его модуль совпадают, то

$$\eta_{-\Delta\varphi}(k-1+\hat{d}) = |\eta_{\Delta\varphi}(k-1+\hat{d})|. \quad (18)$$

Из правила (10) нахождения оценки параметра сдвига d с учетом соотношений (16) и (17) для оценки параметров поворота $\Delta\varphi$ совместно следует, что при $d = \hat{d}$ и $\Delta\varphi = -\hat{\Delta\varphi}$ реальная компонента выходной величины КСФ, согласованного с эталонным контуром Γ , при фильтрации зашумленного контура N должна быть максимально возможной, а мнимая — равна нулю. Эти условия совместно удовлетворяются при

$$\hat{d} = m_0 + 1 \quad (19)$$

и

$$\hat{\Delta\varphi} = \arctg \frac{\text{Im} \eta(m_0)}{\text{Re} \eta(m_0)}, \quad (20)$$

где $\eta(m_0)$ — отсчет КСФ с максимальным значением модуля, т. е.

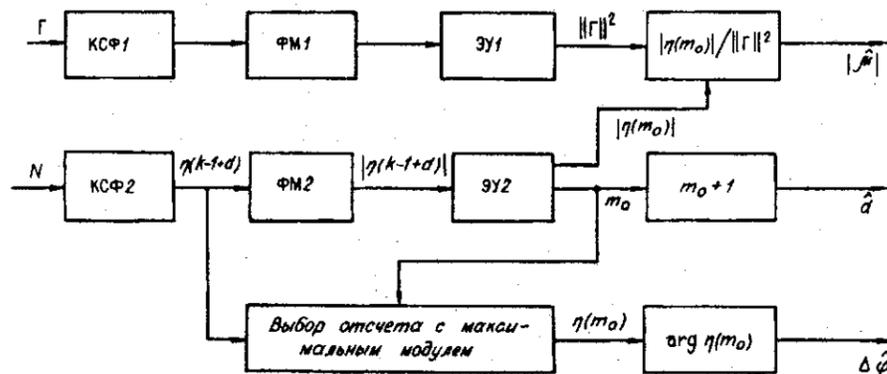


Рис. 2

$$|\eta(m_0)| = |\eta(k-1+d)|_{\max}, \quad d = 0, 1, \dots, k-1. \quad (21)$$

Определим теперь оценку параметра $|\mu|$ растяжения сигнального контура $\Gamma^{(s)}$. Для этого в уравнение (13) подставим оценки параметров d и $\Delta\varphi$. Так как при $\Delta\varphi = \Delta\hat{\varphi}$ мнимая компонента выходной величины КСФ равна нулю, то второе слагаемое из правой части уравнения (13), равное вещественной компоненте выходной величины КСФ, есть модуль этой величины, т. е.

$$\sum_{n=0}^{k-1} |\nu(n)| |\gamma(n+\hat{d})| \cos[\Theta(n) - \varphi(n+\hat{d}) + \Delta\hat{\varphi}] = \operatorname{Re} \eta_{-\Delta\varphi}(m_0) = |\eta(m_0)|. \quad (22)$$

Тогда из уравнения (13) следует:

$$|\hat{\mu}| = |\eta(m_0)| / \|\Gamma\|^2. \quad (23)$$

Таким образом, для нахождения оценки максимального правдоподобия параметров сдвига начальной точки, угла поворота и растяжения сигнального контура $\Gamma^{(s)}$ относительно эталонного контура Γ по вектору зашумленного контура $N = \Gamma^{(s)} + \Sigma$ необходимо:

- 1) вычислить k отсчетов при фильтрации контура N фильтром, согласованным с эталонным контуром Γ ;
- 2) определить номер m_0 отсчета фильтра с максимальным значением модуля и получить оценку параметра d инкрементированием значения m_0 ;
- 3) найти аргумент отсчета $\eta(m_0)$ с максимальным модулем и принять его в качестве оценки угла поворота $\Delta\varphi$;
- 4) вычислить оценку растяжения $|\hat{\mu}|$ как отношение максимального модуля выходной величины КСФ к квадрату нормы эталонного контура.

Структура устройства оценки параметров линейных преобразований контура по методу максимального правдоподобия приведена на рис. 2. Устройство содержит два фильтра КСФ1 и КСФ2, согласованных с эталонным контуром Γ . КСФ1 при подаче на его вход контура Γ совместно с формирователем модуля ФМ1 и экстремальным устройством ЭУ1 вычисляет значение $\|\Gamma\|^2$. КСФ2 производит фильтрацию зашумленного контура N . Экстремальное устройство ЭУ2 определяет отсчет фильтра с максимальным значением модуля $|\eta(m_0)|$ и само значение m_0 . Далее в соответствии с выражениями (19), (20) и (23) находятся оценки \hat{d} , $\Delta\hat{\varphi}$ и $|\hat{\mu}|$.

Пример. Используя полученные результаты, оценим параметры линейных преобразований контура эталонного изображения, показанного на рис. 1, а:

$$\Gamma = \{1, -i, -i; 1 - i, -i; -i; -i; -i; -1 + i; -1; -1 - i; i, i, i, i, 1 + i, i, i\}.$$

Аналитическим путем образуем сигнальный контур $\Gamma^{(s)}$, повернув контур Γ на угол $\Delta\varphi = 36,86^\circ$ (для этого каждый ЭВ $\gamma(n)$, $n = 0, 1, \dots, k - 1$, умножим на $0,8 + 0,6i$), растянув в $|\mu| = 2,5$ раза и сдвинув начальную точку на $d = 4$ ЭВ. Тогда

$$\Gamma^{(s)} = \{1,5 - 2i; 1,5 - 2i; 1,5 - 2i; 1,5 - 2i; -3,5 + 0,5i; \\ -2, -1,5i; -0,5 - 3,5i; 1,5 + 2i; -1,5 + 2i; -1,5 + 2i; \\ -1,5 + 2i; 0,5 + 3,5i; -1,5 + 2i; -1,5 + 2i; \\ 2 + 1,5i; 1,5 - 2i; 1,5 - 2i; 3,5 - 0,5i\}.$$

Квадраты норм $\|\Gamma\|^2 = 22$, $\|\Gamma^{(s)}\|^2 = 137,5$. Сигнальный контур $\Gamma^{(s)}$ показан на рис. 3, а. Представленный на рис. 1, б шумовой контур Σ состоит из ЭВ, компоненты которых являются нормально распределенными центрированными случайными числами с дисперсией $\sigma^2 = 1$:

$$\Sigma = \{0,464 + 0,137i; 0,06 - 2,526i; 1,486 - 0,354i; \\ 1,022 - 0,472i; 1,394 - 0,555i; -0,906 - 0,513i; \\ 1,179 - 1,055i; -1,501 - 0,488i; -0,690 - 0,756i; \\ 1,372 + 0,225i; -0,482 + 1,678i; -1,376 - 1,150i; \\ -1,010 + 0,598i; -0,005 + 0,899i; 1,393 - 1,163i; \\ -1,787 - 0,261i; -0,105 + 1,827i; -0,508 + 1,417i\}.$$

Квадрат нормы шумового контура $\|\Sigma\|^2 = 40,848$. При этом отношение сигнал/шум по энергии $\|\Gamma^{(s)}\|^2 / \|\Sigma\|^2 = 3,366$. Зашумленный контур (рис. 3, б) примет вид:

$$N = \{1,964 - 1,863i; 1,56 - 4,526i; 2,986 - 2,354i; \\ 2,522 - 2,472i; -2,106 - 0,055i; -2,906 - 2,013i; \\ 0,679 - 4,555i; -3,001 + 1,512i; -2,190 + 2,756i; \\ -0,128 + 2,225i; -1,982 - 3,678i; -0,876 + 3,35i; \\ -2,51 + 2,598i; -1,505 + 2,899i; 3,393 + 0,337i; \\ -0,287 - 2,261i; 1,395 - 0,173i; 2,992 + 0,917i\}.$$

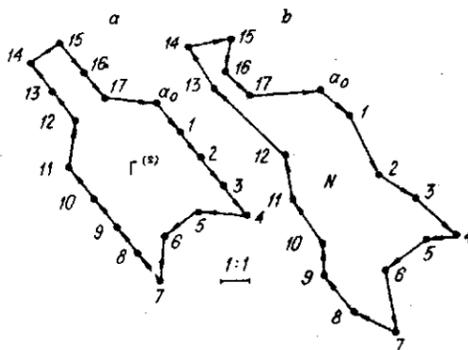


Рис. 3

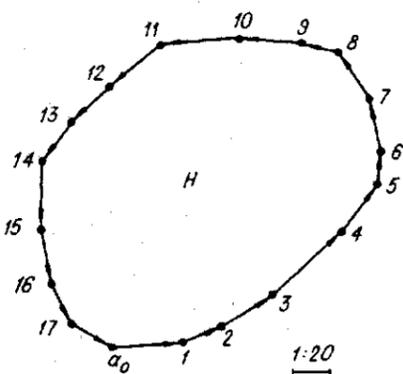


Рис. 4

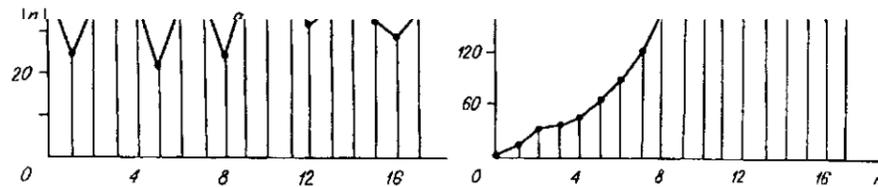


Рис. 5

После фильтрации контура N фильтром, согласованным с контуром Γ , получаем контур H (рис. 4), который в показательной форме имеет вид:

$$H = \left\{ \begin{array}{l} 42,32e^{0,058i}; 24,74e^{0,265i}; 35,65e^{0,61i}; \\ 60,48e^{0,707i}; 36,54e^{0,944i}; 22,72e^{1,433i}; \\ 34,62e^{1,792i}; 35,82e^{2,261i}; 21,39e^{2,862i}; 37,89e^{3,085i}; \\ 50,05e^{-3,13i}; 40,16e^{-2,505i}; 30,68e^{-2,311i}; 33,45e^{-2,228i}; \\ 44,05e^{-1,64i}; 31,10e^{-1,326i}; 27,17e^{-1,104i}; \\ 34,62e^{-0,546i} \end{array} \right\}.$$

На рис. 5 представлены графики модульной (a) и фазовой (b) характеристик контура H . Для оценки параметров линейных преобразований контура Γ в сигнальный контур $\Gamma^{(s)}$ по зашумленному контуру N выберем отсчет фильтра с максимальным модулем. Это будет $\eta(3) = 60,48 \exp\{0,707i\}$. Таким образом, $m_0 = 3$ и $|\eta(m_0)| = 60,48$.

В соответствии с формулами (19), (20) и (23) получаем

$$\hat{d} = m_0 + 1 = 4; \quad \Delta\hat{\varphi} = 0,707 \text{ рад} = 40,49^\circ; \quad |\mu| = 60,48/22 = 2,73.$$

Точные значения параметров: $d = 4$, $\Delta\varphi = 36,86^\circ$, $|\mu| = 2,5$.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Контурная согласованная фильтрация [15]. Свертка двух контуров N и Γ , рассматриваемая как последовательность комплексных чисел, имеет вид

$$\eta(m) = \sum_{n=0}^{k-1} v(n)\gamma(m-n), \quad m = 0, 1, \dots, k-1. \quad (\text{П1})$$

Пусть контур Γ рассматривается как реакция линейного фильтра на сигнал в виде единичной функции. Тогда Γ — импульсная переходная характеристика (ИПХ), $\eta(m)$ — выходная величина этого фильтра. Пусть фильтр согласован с входным сигналом $N = \{v(n)\}_{0, k-1}$. Его ИПХ в этом случае имеет вид входного сигнала, взятого в обратном времени (обратном порядке) и смещенного на величину, не меньшую длительности входного сигнала. Учитывая комплексный характер фильтруемого сигнала, для образования отсчета фильтра, равного энергии сигнала (с которым фильтр согласован), ИПХ должна быть комплексно-сопряженной функцией по отношению к функции входного сигнала. По-этому ИПХ контурного согласованного фильтра имеет вид

$$\gamma^*(n) = \gamma^*[1-n + (k-1)] = \gamma^*(k-1-n), \quad (\text{П2})$$

а выходной эффект при фильтрации согласованного сигнала

$$\eta(m) = \sum_{n=0}^{k-1} \gamma(n) \gamma^*(n+m-k+1) = \sum_{n=0}^{k-1} |\gamma(n)| |\gamma^*(n+m-k+1)| \times \\ \times \exp\{i[\varphi(n) - \varphi(n+m-k+1)]\}, \quad m = 0, 1, \dots, k-1. \quad (\text{ПЗ})$$

При $m = k-1$ КСФ воспроизводит на своем выходе квадрат нормы контура Γ :

$$\eta(k-1) = \sum_{n=0}^{k-1} |\gamma(n)|^2 = \|\Gamma\|^2. \quad (\text{П4})$$

Механизм работы КСФ на основании последнего выражения можно пояс-

$$\eta(m) = \sum_{n=0}^{k-1} \nu(n) \gamma^*(n+m-k+1), \quad m = 0, 1, \dots, k-1. \quad (\text{П5})$$

Для $m = k-1$ получим $\eta(m) = \sum_{n=0}^{k-1} \nu(n) \gamma^*(m)$, т. е. в этом случае КСФ вырабатывает сигнал в виде СП контуров N и Γ в комплексном линейном пространстве. Если входной контур N поворачивается на угол $\Delta\varphi$ и растягивается в $|\mu|$ раз, т. е. преобразуется в контур $N_\mu = |\mu| \exp\{i\Delta\varphi\} N = \mu N$, то

$$\eta_\mu(m) = \sum_{n=0}^{k-1} |\mu| \nu(n) e^{i\Delta\varphi} \gamma^*(n+m-k+1) = \mu \eta(m). \quad (\text{П6})$$

Отметим, что последовательность $\eta(m)$, $m = 0, 1, \dots, k-1$, выходных векторов КСФ, в свою очередь, образует замкнутый контур $H = \{\eta(m)\}_{0, k-1}$. Действительно,

$$\sum_{n=0}^{k-1} \eta(m) = \sum_{m=0}^{k-1} \sum_{n=0}^{k-1} \gamma(n) \gamma^*(n+m-k+1) = \sum_{n=0}^{k-1} \gamma(n) \sum_{m=0}^{k-1} \gamma^*(n+m-k+1). \quad (\text{П7})$$

Внутренняя сумма в последнем выражении равна нулю, так как исходный контур Γ замкнут, и поэтому $\sum_{n=0}^{k-1} \eta(m) = 0$. Данный результат справедлив при фильтрации не только контура Γ , но и любого другого. Приведем еще одно представление для выходной величины КСФ при прохождении контура $N = \{\nu(n)\}_{0, k-1}$, предварительно повернутого на угол $\Delta\varphi$ и растянутого в $|\mu|$ раз, $m = k-1$:

$$\eta_\mu(k-1) = \mu \eta(k-1) = \mu \exp\{i\Delta\varphi\} \sum_{n=0}^{k-1} \nu(n) \gamma^*(n) = \\ = |\mu| \sum_{n=0}^{k-1} |\nu(n)| |\gamma(n)| \cos[\Theta(n) + \Delta\varphi - \varphi(n)] + \\ + i|\mu| \sum_{n=0}^{k-1} |\nu(n)| |\gamma(n)| \sin[\Theta(n) + \Delta\varphi - \varphi(n)]. \quad (\text{П8})$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Zahn C. T., Roskies R. Z. Fourier preprocessing for hand print character recognition // IEEE Trans. on Comput.—1972.—С-21, N 3.—Р. 269.
2. Person E., F. and K. Shape discrimination using Fourier descriptors // IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics.—1977.—SMS-7, N 3.—Р. 170.
3. Grandlund G. H. Fourier preprocessing for hand print character recognition // IEEE Trans. on Comput.—1972.—С-21, N 2.—Р. 197.
4. Richard C. W., Hemani H. Identification of three-dimensional object using Fourier descriptors of the boundary curve // IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics.—1974.—SMS-4, N 4.
5. Прэтт У. Цифровая обработка изображений.—М.: Мир, 1982.—Кн. 1, 2.
6. Дадашев Т. М., Лосев Г. Ф. Блочная структура описания алгоритмов обработки, анализа и распознавания изображений // Кибернетика.—1991.—№ 1.
7. Cydanski D., Orr J. A. Object recognition and orientation determination by tensor methods // Adv. Comput. Vision and Image Process.—1988.—Р. 101.
8. Dorst L., Smeulders A. W. M. Length estimators for digitized contours // Comput. Vision, Graph. and Image Process.—1988.—40.—Р. 311.
9. Anderson D. J. Optimal estimation of contour properties by cross validated regularization: Shanrany Behzad // IEEE Trans. Pattern Anal. and Mach. Intell.—1989.—11, N 6.—Р. 600.
10. Сосулин Ю. Г. Теория обнаружения и оценивания стохастических сигналов.—М.: Сов. радио, 1978.
11. Dhome M., Rives C., Richein M. Sequential piecewise-linear segmentation of binary contours // Pattern Recogn. Lett.—1983.—2, N 2.—Р. 101.
12. Фурман Я. А., Яншин В. В. Многошаговые процедуры принятия решений.—Красноярск: Изд-во Краснояр. ун-та, 1989.
13. Фурман Я. А. К вопросу о выборе линейного пространства контуров изображений для их анализа в пространственной области.—Йошкар-Ола: Мар. политехн. ин-т, 1987, № 2668-В87.
14. Ефимов Н. В., Розендорн Э. Р. Линейная алгебра и многомерная геометрия.—М.: Наука, 1974.
15. Фурман Я. А. Фильтрация контуров изображений, представленных комплекснозначным цепным кодом.—Йошкар-Ола: Мар. политехн. ин-т, 1987, № 6189-В87.

Поступило в редакцию 2 декабря 1991 г.