применима и в случае ограничений со стороны контрастной чувствительности зрения.

2. Формула (9), полученная нами аналитическим путем, представляет собой математическое описание обобщенного закона зависимости контрастной и абсолютной чувствительностей зрения от углового размера стимула. Известные эмпирические законы Рикко, Пипера, а также эмпирические закономерности для областей экзальтации, полного отсутствия суммации и других представляют собой частные случаи проявления этого закона, справедливые лишь на ограниченных участках изменения углового размера стимула.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гранрат Д. Дж. Роль моделей зрения человека в обработке изображений // ТИИЭР.— 1981.—69, № 5.
2. Красильников Н. Н. Обобщенная функциональная модель зрения и ее применение в системах обработки и передачи изображений // Автометрия.—1990.—№ 6.
3. Физиология сенсорных систем. Ч. 1. Физиология зрения /Отв. ред. чл.-кор. АН СССР Г. В. Гершуни.—Л.: Наука, 1971.
4. Красильников Н. Н. Теория передачи и восприятия изображений.—М.: Радио и связь, 1986.
5. Островская М. А. Частотно-контрастная характеристика глаза // Опт.-мех. пром-сть.— 1969.—№ 2.
6. Глезер В. Д. Механизмы опознания зрительных образов.—М.—Л.: Наука, 1966.

Поступила в редакцию 26 декабря 1990 г.

УДК 519.6 : 681.3

А. И. Литвин, Н. В. Молчунов

(Томск)

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА ИЗБЫТОЧНЫХ ПЕРЕМЕННЫХ В ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССАХ ЦИФРОВЫХ СИСТЕМ

Рассмотрен метод избыточных переменных в параллельных вычислительных процессах цифровых систем на основе векторно-матричных операций. В качестве модельной задачи предлагается реализация ортогональных дискретных преобразований Уолша. Введение избыточности не приводит к ухудшению свойств параллельности алгоритма. Указаны способы контроля сбоев работы цифровых схем. Метод избыточных переменных позволит за счет небольшой избыточности повысить надежность параллельных вычислений.

Важным требованием, предъявляемым к вычислительным системам, является надежность их функционирования, обеспечивающая достоверность обработки данных. Требования к надежности повышаются при создании параллельных вычислительных систем, так как одновременно с ростом производительности возрастает их стоимость и вероятность возникновения отказов.

Для создания параллельных систем необходимы надежные средства контроля, универсальные с точки зрения охвата возможных неисправностей [1]. В этом отношении эффективный способ — метод избыточных переменных. В основе метода лежит проверка одного или нескольких контрольных соотношений, накладываемых на входные или выходные последовательности, для выполнения которых при необходимости происходит добавление переменных. Эти контрольные соотношения должны всегда выполняться при отсутствии неисправностей; в противном случае система считается неисправной. К исходным переменным задачи вида $F(X) = 0$ добавляются избыточные переменные, и на расширенную систему переменных X^* накладывается ряд условий, как правило, линейных вида $MX^* = 0$, где M — матрица эталонных коэффициентов. Параллельные вычислительные процессы в цифровых системах имеют особенности: параллельность и итеративность обработки; накопление методических ошибок и ошибок округления и т. д.

Будем рассматривать задачу, сущность которой заключается в исследовании возможностей, которые дает метод избыточных переменных при использовании его в параллельных системах.

Избыточные переменные вводятся (по необходимости) в связи с обеспечением определенных свойств параллельного алгоритма. При этом появляется возможность обнаруживать ошибки различных типов, осуществлять контроль за вычислением всей задачи или ее части. Анализ большинства параллельных алгоритмов может быть проведен на основе векторно-матричных операций.

В качестве модельной задачи рассмотрим реализации ортогональных дискретных преобразований (ОДП), например Уолша.

Вначале рассмотрим два способа факторизации матриц Уолша — Адамара [2]. Используем понятие кронекеровского произведения матриц по строкам:

$$C = A \overline{\otimes} B,$$

где матрица A кронекеровски перемножается на первую строку, затем на вторую строку матрицы B и т. д.

Пусть $N = 2^n$, где n — натуральное число; $E_2(n-1)$ — единичная матрица порядка $2^{(n-1)}$, а $H(2) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ — стандартная матрица Уолша — Адамара второго порядка. Теперь матрицу Уолша — Адамара порядка N можно представить в виде $H_n(N) = [E_2(n-1) \overline{\otimes} H(2)]^n$ [2—4].

Пример: $N = 8$, $n = 3$,

$$H_n(8) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}^3.$$

Из такого представления матрицы Уолша — Адамара видно, что она разбивается на несколько одинаковых разреженных матриц. По сравнению с известным алгоритмом типа Кули — Тьюки данное представление матриц Уолша — Адамара позволяет сократить время операций обмена, и тем самым быстродействие вычислений коэффициентов Уолша — Адамара увеличивается на 10—15 %. Организация процесса вычислений одинакова на всех итерациях факторизованной матрицы Уолша — Адамара. В этом случае можно проводить контроль вычислений сразу на всех итерациях, используя метод избыточных переменных [1, 2].

Алгоритм ОДП представим в виде

$$Y = TX,$$

где X — вектор исходных данных размерностью N; Y — вектор коэффициентов ОДП (вектор выходных данных размерностью N); T — матрица ОДП порядка N. В качестве ОДП используем преобразования Уолша — Адамара:

$$Y = \Pi_{j=1}^{n} T_j X,$$

где T_j — матрица j-й итерации преобразования Уолша — Адамара.

Контрольное уравнение можно записать следующим образом:

$$\Delta = TX - Y; \quad \Delta = \sum_{i=1}^{N} T_{x_i} - \sum_{i=1}^{N} Y_i \simeq 0,$$

где Y_i — эталонные коэффициенты, а T_{x_i} — вычисленные [2].

Введя поэтапный контроль выполнения алгоритмов Уолша — Адамара, можно добиться значительного снижения вероятности ошибок на всех итерациях:

$$\Delta_j = \sum_{i=1}^{N} T_j X_{ij} - \sum_{i=1}^{N} Y_{ij} = 0, \quad j = \overline{1, n},$$

где X_{ij} — вычисленные коэффициенты на каждой итерации, а Y_{ij} — эталонные.

Использование спектральных коэффициентов Уолша для анализа выходной последовательности предполагает применение полного перебора в задающей части цифровой системы, которое дает возможность воспользоваться для анализа достоверности вычислений теорией спектрального разложения булевых функций. Разложим булеву функцию $F = F(x_1, x_2, ..., x_n)$ в ряд Уолша:

$$F(x_1, x_2, ..., x_n) = \sum_{i=0}^{N-1} r(i) W(i, x),$$

где $r(i)$ — спектральные коэффициенты, а $W(i, x)$ — функции Уолша.

Покажем это на примере функции $F(x_1, x_2, x_3) = x_1\bar{x}_3 \oplus \bar{x}_1 x_2 x_3$:

x_3	x_2	x_1	$F(x_1, x_2, x_3)$	$\tilde{x}_3$	$\tilde{x}_2$	$\tilde{x}_1$	$r(i)$
0	0	0	0	0	0	0	$r_0 = 3$
0	0	1	1	1	0	0	$r_1 = 1$
0	1	0	0	0	1	0	$r_2 = 1$
0	1	1	1	1	1	0	$r_{12} = -1$
1	0	0	1	0	0	1	$r_3 = -1$
1	0	1	0	1	0	1	$r_{13} = -3$
1	1	0	0	0	1	1	$r_{23} = 1$
1	1	1	0	1	1	1	$r_{123} = -1$

Первый спектральный коэффициент преобразования Уолша — Пэли $r_0 = \sum_{x_1, x_2, x_3 = 0}^{111} F(x_1, x_2, x_3)$ — ненормированный синдром булевой функции. Коэффициенты первых порядков булевой функции определяются как

$$r(i) = \sum_{x_1, x_2, x_3}^{111} (1 - 2\tilde{x}_i) F(x_1, x_2, x_3), \quad i = \overline{1, 3}.$$

Коэффициенты более высоких порядков преобразования Уолша — Пэли находятся по формуле

$$r(ij) = \sum_{x_1, x_2, x_3}^{111} [1 - 2(\tilde{x}_i \oplus \tilde{x}_j)] F(x_1, x_2, x_3), \quad i = \overline{1, 3},$$

и т. д. [5].

Определение. Косиндромом булевой функции с полным перебором аргументов называется величина $NF(0, 0, ..., 0)$.

Теорема. Косиндром булевой функции равен

$$NF(0, 0, 0) = \sum_{i=0}^{N-1} r(i).$$

Доказательство. Теорема следует из одного свойства матриц Уолша, которое заключается в том, что сумма элементов всех столбцов матриц Уолша равна нулю, кроме первого; сумма первого столбца равна N. Применяя это свойство матриц Уолша к косиндрому булевой функции, получим доказательство теоремы.

Очевидно, что косиндром булевой функции может принимать только два значения: 0 и N.

Замечание. Из доказательства теоремы следует, что она верна и для ряда других ОДП, например, Фурье, Хартли. Очевидно, что теорема верна и для небулевых функций. В этом случае в качестве входной последовательности возможно использование числовых последовательностей значений функций: $x_1, x_2, \ldots, x_N$. Можно ввести самоконтроль вычислений коэффициентов Уолша. Самоконтроль для алгоритма Уолша — Адамара на каждой итерации имеет вид

$$\sum_{i=1}^{N} Y_i = 2\sum_{i=1}^{N/2} X_{2i-1}$$

для конечного результата $\sum_{i=1}^{N} Y_i = NX_1$.

Приведем схему распараллеливания алгоритма Уолша — Адамара для $N = 8$. Схему достаточно привести только для одной итерации, так как все итерации одинаковы:

Номер процессора	1	2	3	4	5	6	7	8
Отсчеты последовательности	1 + 2	3 + 4	5 + 6	7 + 8	1 − 2	3 − 4	5 − 6	7 − 8

В соответствии со схемой распараллеливания во время любой итерации на первом процессоре $M1$ должны находиться первый и второй отсчеты входного массива, на втором процессоре $M2$ — третий и четвертый отсчеты и т. д. Затем происходят операции обмена.

Общее время счета по программам для алгоритмов Уолша определяется таким образом:

$$T \approx \frac{N_n}{K} t_{\text{выч}} + \frac{N}{2} \log_2 K t_{\text{обм}},$$

где K — число процессоров; $t_{\text{выч}}$ — время вычисления операции по схеме; $t_{\text{обм}}$ — время обмена между процессорами [3]. Оптимальное число процессоров можно находить по формуле

$$K_{\text{opt}} = 2n \ln 2 \frac{t_{\text{выч}}}{t_{\text{обм}}}.$$

Процедуры распараллеливания алгоритмов Уолша — Адамара и Уолша — Пэли на вычислительных комплексах типа ОКМД (одна команда, много данных) рассматривались в [4, 6, 7].

Таким образом, введение избыточности не приводит к ухудшению свойств параллельности алгоритма. Сбои работы цифровых схем обнаруживаются средствами контроля. Можно сделать заключение, что применение метода избыточных переменных на уровне исходной задачи и алгоритма ее решения позволяет за счет небольшой избыточности повысить надежность параллельных вычислений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Игнатьев М. Б., Фильчаков В. В., Смекалов А. В. Повышение надежности параллельных вычислительных процессов с помощью метода избыточных переменных // ДАН СССР.— 1989.—306, № 6.
2. Караваев И. Г., Карпов С. А., Литвин А. И., Раводин О. М. Организация правильности вычисления преобразования Уолша — Адамара // УСиМ.—1988.—№ 5.

3. Зайцев А. П., Кожуховский А. Д., Литвин А. И. Об алгоритмах быстрых преобразований Уолша.—Томск, 1986.—Деп. в ВИНИТИ 11.05.86, № 3764-В86.
4. Литвин А. И., Кожуховский А. Д. Обобщение кронекеровского произведения матриц и его применение // Междунар. конф. по алгебре: Тез. докл.—Новосибирск: ИМ СО АН СССР, 1989.
5. Ярмолик В. Г. Алгоритмы технического диагностирования дискретных устройств.—Минск: Наука и техника, 1988.
6. Маликов В. Т., Кожуховский А. Д., Литвин А. И. Тестовый контроль ЭВМ // VIII Всесоюз. науч.-техн. конф. «Измерительные информационные системы»: Тез. докл.—Ташкент: ТашПИ, 1987.
7. Кожуховский А. Д., Литвин А. И. Векторизация алгоритмов быстрого преобразования Уолша — Пэли // XI Всесоюз. семинар секции «Теория информации» ЦП ВНТО РЭС им. А. С. Попова: Тез. докл.—Ульяновск: УлПИ, 1989.

Поступила в редакцию 9 января 1990 г.

УДК 621.391.26 : 621.396.96 : 519.24

Р. П. Филимонов

(Санкт-Петербург)

АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ РАНГОВОГО АЛГОРИТМА ОБНАРУЖЕНИЯ СИГНАЛОВ

На примере двух двухвыборочных алгоритмов — параметрического локально-оптимального для помехи, распределенной по закону χ-квадрат, и классического непараметрического алгоритма Вилкоксона, оптимального для логистической помехи, рассматривается задача о сравнительной устойчивости алгоритмов при произвольном (глобальном) отклонении распределения помех от модели, характеризующей оптимальный алгоритм. Устойчивость оценивается величиной потери эффективности одного алгоритма по отношению к другому (метод Ходжеса—Лемана), для чего в работе конструируется функционал локальной сравнительной асимптотической эффективности алгоритмов. Путем решения вариационной задачи найдены экстремальные значения функционала и вид плотности распределения помех, на которой достигается экстремаль. Показано, что непараметрический алгоритм обладает большой устойчивостью при изменении помеховой ситуации.

Широкое применение в настоящее время при решении задач обнаружения сигналов находят непараметрические алгоритмы, основанные на ранговых статистиках [1—3]. В последнее время методы непараметрической статистики начинают использоваться и для решения задач обработки изображений [4, 5]. Это связано, в частности, с тем, что параметрические алгоритмы, основанные, например, на статистиках отношения правдоподобия (ОП), как правило, обладают недостаточной устойчивостью. В статистическом смысле это означает, что эффективность таких алгоритмов существенно снижается при отклонении действительной помеховой ситуации от заданной теоретической модели, предполагавшейся при синтезе ОП. Неоднократно высказывалась гипотеза, что одним из достоинств ранговых алгоритмов является их бóльшая по сравнению с параметрическими алгоритмами устойчивость, поскольку ранговые алгоритмы ориентированы на работу в условиях априорной неопределенности сведений о распределениях сигнала и помех [1, 6]. Естественно поэтому ожидать, что во многих практически важных случаях эффективность ранговых алгоритмов при изменении помеховой обстановки будет изменяться незначительно, в результате чего ранговые алгоритмы могут оказаться более эффективными, чем алгоритмы ОП. В силу изложенного исследование устойчивости ранговых алгоритмов важно для ответа на вопрос о целесообразности их практического применения.

Многие прикладные задачи обнаружения сигналов могут быть сведены к следующей классической задаче проверки гипотезы однородности двух выборок. Пусть $g(x)$ — плотность распределения помехи, а $g(y-\theta)$ — плотность