АКАДЕМИЯ НАУК СССР
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
АВТОМЕТРИЯ

№ 6 1991

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 621.397.2 : 519.685

В. М. Ефимов, Ю. Н. Золотухин, А. Н. Колесников

(Новосибирск)

ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ НЕКОТОРЫХ АЛГОРИТМОВ СОКРАЩЕНИЯ ИЗБЫТОЧНОСТИ ИНФОРМАЦИИ ПРИ АБСОЛЮТНОЙ ТОЧНОСТИ ВОСПРОИЗВЕДЕНИЯ

Получена оценка эффективности ряда алгоритмов сокращения избыточности информации при абсолютной точности воспроизведения, основанных на кодировании декоррелированных коэффициентов преобразования. В соответствии с принятой моделью и при некоторых общих допущениях в качестве декоррелированных элементов использовались первые и вторые конечные разности, взятые в некоторой комбинации, определяемой схемой кодирования. Для представленных алгоритмов приведена теоретическая оценка их эффективности. Анализ тестовых изображений реальных сцен показал хорошее согласие упомянутых оценок и действительной информативности исследованных схем кодирования.

Рассматриваемые ниже алгоритмы сокращения избыточности информации при абсолютной точности воспроизведения базируются на идее, высказанной в [1] и заключающейся в разбиении операции сокращения на два этапа: декорреляцию сигнала и последующее кодирование декоррелированных элементов (трансформант). В качестве модели сигнала принято стационарное изотропное случайное нормальное поле. Массивом, описание которого подлежит сжатию, являются квантованные по уровню значения поля в узлах равномерной решетки с шагом Δ. Разрядность равномерного кода (m) исходных чисел такова, что для вычисления энтропии может быть использована ее асимптотическая оценка через дифференциальную энтропию

$$H_0 = \log_2(\sqrt{2\pi e}\sigma_0/q), \tag{1}$$

где σ_0^2 — дисперсия сигнала; q — шаг квантования по уровню.

1. Первым шагом, позволяющим уменьшить объем информации, является переход от равномерного кода к коду, средняя длина которого близка к энтропии (1) отдельных отсчетов и который может быть реализован, например, при помощи алгоритма Хаффмена [2].

2. Следующая простая процедура сжатия — переход к первым конечным разностям массива (например, по строкам, рис. 1). Элемент массива z заменяется на разность

$$\delta_1 z_{ij} = z_{ij} - z_{i-1,j}, \tag{2}$$

которая кодируется оптимальным образом. Если дисперсия исходного элемента σ_0^2, то дисперсия нового элемента

$$\sigma_1^2 = 2\sigma_0^2(1 - \rho(\Delta)), \tag{3}$$

где $\rho(\Delta)$ — значение нормированного коэффициента корреляции между ближайшими отсчетами. Очевидно, что такой переход имеет смысл при

$\rho(\Delta) > 0{,}5$. Процедура восстановления исходного сигнала очевидна. Сжатие на один отсчет по сравнению с (1) составляет

$$H_{01} = H_0 - H_1 = \log_2(\sigma_0/\sigma_1). \tag{4}$$

Отметим, что в соответствии с (3) величина H_{01}, на которую уменьшается средняя длина кода, зависит только от коэффициента корреляции сигнала. Это замечание справедливо и для других аналогичных оценок.

3. Далее можно использовать модифицированную вторую конечную разность. Применение ее возможно для кодирования элементов каждой второй строки массива по двум окружающим ее строкам, элементы которых кодируются в соответствии с п. 2 (рис. 2):

$$\delta_2 z_{ij} = z_{ij} - [(z_{i,\,j-1} + z_{i,\,j+1})/2]. \tag{5}$$

Здесь $[x]$ — целая часть величины x.

Дисперсия этой трансформанты

$$\sigma_2^2 = \sigma_0^2(1{,}5 - 2\rho(\Delta) + 0{,}5\rho(2\Delta)). \tag{6}$$

Выигрыш в энтропии от применения такого алгоритма кодирования по сравнению с (1) составляет

$$H_{02} = H_0 - H_2 = \frac{1}{2}\log_2(\sigma_0/\sigma_1) + \frac{1}{2}\log_2(\sigma_0/\sigma_2). \tag{7}$$

Отметим, что величина (7) практически не может быть улучшена для полей, корреляционная функция которых при $\Delta \to 0$

$$\rho(\Delta) \doteq 1 + \alpha\Delta, \tag{8}$$

где

$$\alpha_1 = \left.\frac{d\rho(\Delta)}{d\Delta}\right|_{\Delta = 0_+}.$$

В этом случае при $\Delta \to 0$

$$\begin{aligned} 2(1 - \rho(\Delta)) &= -2\alpha_1\Delta, \\ 1{,}5 - 2\rho(\Delta) + 0{,}5\rho(2\Delta) &= -\alpha_1\Delta. \end{aligned} \tag{9}$$

4. Подтверждением изложенного в конце предыдущего пункта является анализ алгоритма сжатия, при котором четверть отсчетов кодируется по отклонению от среднего по «кресту» (рис. 3):

$$\delta_3 z_{ij} = z_{ij} - [(z_{i-1,\,j} + z_{i+1,\,j} + z_{i,\,j-1} + z_{i,\,j+1})/4]. \tag{10}$$

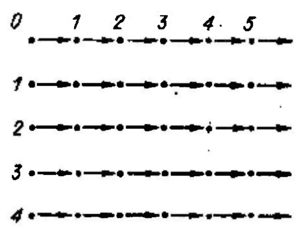

Рис. 1

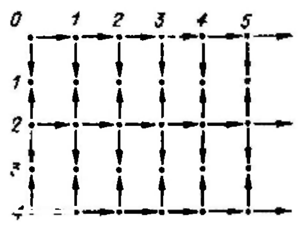

Рис. 2

В этом случае сжатие на один элемент определяется соотношением

$$H_{03} = H_0 - H_3 = \frac{1}{2}\log_2(\sigma_0/\sigma_1) + \frac{1}{4}\log_2(\sigma_0/\sigma_2) + \frac{1}{4}\log_2(\sigma_0/\sigma_3), \tag{11}$$

где

$$\sigma_3^2 = \sigma_0^2(1{,}25 - 2\rho(\Delta) + 0{,}5\rho(\sqrt{2}\Delta) + 0{,}25\rho(2\Delta)). \tag{12}$$

При этом, когда $\Delta \to 0$ и действует соотношение (8), преимущество такого способа кодирования перед изложенным в п. 2 оказывается незначительным.

5. Для полей, у которых разложение корреляционной функции при $\Delta \to 0$ имеет вид

$$\rho(\Delta) = 1 + \alpha_2\Delta^2 + \alpha_3\Delta^3, \tag{13}$$

где

$$\alpha_2 = \frac{1}{2!}\left.\frac{d^2\rho(\Delta)}{d\Delta^2}\right|_{\Delta = 0}, \quad \alpha_3 = \frac{1}{3!}\left.\frac{d^3\rho(\Delta)}{d\Delta^3}\right|_{\Delta = 0_+},$$

может оказаться целесообразным применение следующего комбинированного алгоритма (рис. 4): первые две строки обходятся «змейкой» по диагоналям и для кодирования пройденных элементов используется первая конечная разность, а промежуточные элементы кодируются с использованием модифицированной второй конечной разности; элементы третьей строки кодируются так же, как в п. 2. В этом случае

$$H_{04} = H_0 - H_4 = \frac{1}{3}\log_2(\sigma_0/\sigma_1(\sqrt{2}\Delta)) + \frac{2}{3}\log_2(\sigma_0/\sigma_2). \tag{14}$$

Для полей с корреляционной функцией (8) при $\Delta \to 0$ $H_{04} \to H_{02}$. Если поведение корреляционной функции при $\Delta \to 0$ описывается соотношением (13), при $|\alpha_2| > 4\alpha_3$ изложенный в этом пункте алгоритм предпочтительнее алгоритма п. 2.

6. Для еще более «гладких» массивов может оказаться целесообразным модифицированная интерполяция по нескольким отсчетам. О «гладкости» массива можно судить по величине отношения дисперсий приращения на двух и одном шаге решетки:

$$\sigma_1^2(2\Delta)/\sigma_1^2(\Delta) = (1 - \rho(2\Delta))/(1 - \rho(\Delta)). \tag{15}$$

Если это приращение примерно равно двум, то можно утверждать, что корреляционная функция массива описывается в асимптотике ($\Delta \to 0$) соотношением (8). Если для массива справедливо соотношение (13), то это отношение равно примерно четырем. Таким же оно будет и для более «гладких» массивов. Дальнейшее уточнение степени «гладкости» связано с изучением свойств вторых и более высоких конечных разностей массива. Об

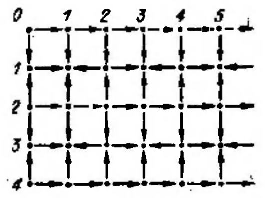

Рис. 3

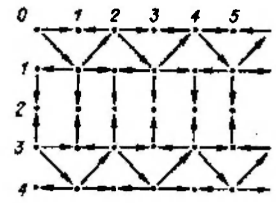

Рис. 4

изотропности поля можно судить по отношению дисперсий приращения массива на шаге решетки вдоль строк и вдоль столбцов. Если это отношение близко к единице, а дисперсия приращения по диагонали в $\sqrt{2}$ (для «негладкого» массива) или в 2 (для «гладкого») раза больше дисперсии приращения вдоль строк, то поле можно считать изотропным.

7. В таблице содержатся результаты расчетов для тестовых полутоновых изображений. Все они являются изображениями с корреляционной функцией типа (8). Из таблицы следует, что значения энтропии H_0, H_1, H_2, H_3, H_4, вычисленные в предположении нормальности распределения интенсивности изображения (по дисперсиям), превышают истинные значения соответствующих энтропий, вычисленных по распределениям интенсивностей. Это объясняется экстремальными свойствами дифференциальной энтропии нормального распределения при фиксированной дисперсии. Что касается разностей энтропий H_{01}, H_{02}, H_{03}, H_{04}, их значения удовлетворительно совпадают с соответствующими истинными значениями и могут быть использованы для оценки эффективности алгоритмов сокращения избыточности информации при наличии априорных сведений о коэффициенте корреляции массива несмотря на то, что распределение массивов, как правило, сильно отличается от нормального.

Энтропия H_i и разности энтропий H_{0i} тестовых изображений

№ тестового изображения	Расчет (a) Теория (b)	H_0	H_1	H_2	H_3	H_4	H_{01}	H_{02}	H_{03}	H_{04}
1	a	7,19	5,97	5,78	5,74	5,79	1,22	1,41	1,45	1,40
	b	7,38	6,36	6,13	6,09	6,14	1,02	1,25	1,29	2,24
2	a	7,59	5,90	5,46	5,48	5,44	1,70	2,13	2,11	2,15
	b	7,77	6,47	5,97	5,99	5,98	1,30	1,80	1,78	1,79
3	a	7,60	6,12	5,99	5,96	6,10	1,48	1,61	1,64	1,50
	b	7,90	6,76	6,55	6,48	6,61	1,14	1,35	1,42	1,30
4	a	7,10	4,69	4,30	4,28	4,36	2,41	2,80	2,83	2,75
	b	8,11	5,96	5,43	5,36	5,49	2,14	2,67	2,75	2,61
5	a	7,42	4,38	4,17	4,12	4,24	3,04	3,25	3,30	3,18
	b	8,20	5,65	5,37	5,26	5,38	2,55	2,83	2,94	2,82
6	a	7,48	5,49	4,92	4,93	4,95	1,99	2,55	2,55	2,53
	b	8,29	6,31	5,73	5,67	5,74	1,98	2,56	2,62	2,55
7	a	7,87	5,37	5,02	4,96	5,05	2,49	2,85	2,91	2,82
	b	8,38	5,86	5,47	5,39	5,46	2,52	2,91	3,00	2,92
8	a	7,26	3,96	3,47	3,42	3,49	3,30	3,79	3,84	3,77
	b	8,47	5,14	4,42	4,31	4,48	3,33	4,06	4,16	3,99
9	a	7,35	6,31	5,59	5,69	5,70	1,04	1,76	1,65	1,65
	b	8,58	7,09	6,24	6,32	6,34	1,49	2,34	2,26	2,25
10	a	5,96	3,92	3,48	3,49	3,49	2,04	2,49	2,47	2,47
	b	8,74	5,73	4,96	4,98	4,99	3,01	3,79	3,76	3,75

Изображения в таблице расположены в порядке возрастания дисперсии. Из данных таблицы видно, что качество разностных гауссовых оценок ухудшается по мере возрастания σ_0^2, особенно когда σ_0^2 становится больше $L^2/12$ ($L = 256$). В этом случае распределение интенсивности является, по меньшей мере, бимодальным.

Наибольший выигрыш дает переход к кодированию первой конечной разности. Использование второй конечной разности, совместно с первой, теоретически дает выигрыш около 0,25 бита. Остальные алгоритмы для изображений из таблицы по сравнению с первыми двумя выигрыша не дают.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Колмогоров А. Н. Теория передачи информации // Сессия АН СССР по научным проблемам автоматизации производства (15—20 октября 1956 г.): Пленарные заседания АН СССР.—М.: Изд-во АН СССР, 1957.
2. Хаффмен Д. А. Метод построения кодов с минимальной избыточностью // Кибернетический сб.—М.: Изд-во иностр. лит., 1961.—Вып. 3.

Поступило в редакцию 3 июля 1991 г.

УДК 519.246

Д. Б. Аратский, О. А. Морозов, Е. А. Солдатов, В. Р. Фидельман

(Нижний Новгород)

О РЕКОНСТРУКЦИИ И УЛУЧШЕНИИ КАЧЕСТВА СИГНАЛОВ ТЕОРЕТИКО-ИНФОРМАЦИОННЫМИ МЕТОДАМИ МАКСИМАЛЬНОЙ ЭНТРОПИИ

Предлагается теоретико-информационный подход к решению некорректно поставленной задачи реконструкции искаженных помехами функций, основанный на известном принципе максимальной энтропии. Излагается новый вычислительно эффективный алгоритм реализации предложенной схемы решения этой задачи. Показано, что использование данного подхода обеспечивает более качественное по сравнению с традиционным методом фурье-фильтрации восстановление исходной функции с сохранением формы максимумов функции и амплитудных соотношений.

Введение и постановка задачи. Задача реконструкции некоторой функции $\varphi(t)$ состоит в восстановлении профиля $\varphi(t)$ по конечному числу ее зашумленных отсчетов. В такой постановке формулируются многие задачи обработки сигналов различной физической природы в радиолокации, радиоастрономии, акустике, гидролокации, спекл-интерферометрии, медицинской интроскопии и так далее. Применяемые на практике традиционные методы решения этой задачи, как правило, преследуют двоякую цель: фильтрацию шумов в отсчетах $\varphi(t)$ и восстановление значений $\varphi(t)$ между соседними отсчетами (интерполяцию). Сглаживание шумовых компонент обеспечивается использованием различных видов фильтрации [1, 2]. Для восполнения значений $\varphi(t)$ между отсчетами можно применять метод лагранжевой интерполяции, а также аппроксимацию различными полиномами [3].

Теоретико-информационный подход к решению задачи реконструкции функций. Для решения задачи реконструкции функций по ограниченному набору зашумленных данных предлагается подход, основанный на принципе максимальной энтропии (МЭ). Сформулированный в наиболее краткой форме Джейнсом [4] применительно к плотности распределения вероятности (ПРВ) $\rho(x)$, он гласит: «Если мы делаем какие-либо выводы на основе заведомо неполной информации, то должны при этом опираться на такую ПРВ $\rho(x)$, которая обладала бы максимальной энтропией и вместе с тем удовлетворяла бы нашим априорным данным». Следует заметить, что это утверждение пра-