

ОПТИЧЕСКИЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

УДК 621.378 : 681.33

Л. А. Борыняк, А. В. Логинов, П. М. Меднис

(Новосибирск)

МУЛЬТИПЛИКАТИВНЫЙ МЕТОД  
ПРОСТРАНСТВЕННОЙ МОДУЛЯЦИИ  
ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ФАЗЫ В ИНТЕРФЕРЕНЦИОННОМ ПОЛЕ

Обработка нескольких интерферограмм, содержащих одну и ту же информационную фазу, дает более полное описание исследуемого параметра. Рассмотрены различные варианты пространственной мультипликативной модуляции интерферограмм линейной, периодической, гребенчатой функциями. Приведены результаты экспериментального определения распределения фазы.

1. Основное достоинство оптического преобразователя заключается в том, что информация регистрируется по всему или по достаточно большому полю исследуемого объекта. Однако в тех случаях, когда на исследуемой поверхности имеются градиенты изучаемых параметров, связанных с интерференционным полем, для адекватного описания формы изменения поверхности необходимо привлекать не только целочисленные значения порядка интерференционных полос, но и их дробный порядок. Существует несколько подходов к решению данной проблемы [1]. Главной особенностью этих методов является то, что они обрабатывают одну интерферограмму, из которой извлекается информация о фазе. Отметим, что аддитивная дополнительная пространственная либо временная фазовая модуляция, накладываемая на информационное распределение фазы, приводит лишь к сдвигу исходной интерферограммы.

Обработка нескольких интерферограмм, содержащих одну и ту же информационную фазу, дает более полное описание. В этом заключается отличительная особенность настоящей работы. В рамках общепринятых моделей статические интерферограммы аналитически можно описать выражением [2]

$$I(x, y) = B(x, y) + A(x, y)\cos\Phi(x, y), \quad (1)$$

где  $I(x, y)$  — распределение интенсивности в плоскости изображения, на которой задана система координат  $xOy$  с центром в некоторой точке  $O$ ;  $B(x, y)$  — фоновая интенсивность;  $A(x, y)$  — распределение амплитудной модуляции полос;  $\Phi(x, y)$  — распределение фазы, несущее основную информацию об изображении. Обращение уравнения (1) относительно фазы позволяет выразить фазу через интенсивность  $I(x, y)$  и распределение  $A(x, y)$  и  $B(x, y)$ . Обработка сигнала на основе этого соотношения оказывается малоэффективной [3]. Поэтому часто рассматриваются еще два типа выражений, модифицирующих исходную интерференционную картину [4]:

$$I(x, y) = B(x, y) + A(x, y)\cos(\Phi(x, y) + \alpha(x, y)), \quad (2)$$

$$I(x, y) = B(x, y) + A(x, y)\cos(\Phi(x, y) + \alpha(t)), \quad (3)$$

где  $\alpha(x, y)$  и  $\alpha(t)$  — дополнительные, не несущие информации о фазе пространственные и временной сдвиги, накладываемые на информационное распределение (1).

На основе (2) и (3) разработаны конкретные методы количественного анализа интерферограмм, такие, как метод выделения координат полос [5], методы модуляционной фазометрии [6], методы частотометрии и другие эффективные методы [7]. Несмотря на это, проблемы тем не менее существуют.

Все функции с индексом  $k$  зависят от координат  $x, y$ . Однако в (4) и ниже мы иногда не будем явно указывать эту зависимость. Существенным условием в (4) является неизменность информационной фазовой функции  $\Phi(x, y)$  при различных  $k$ .

Распределения (4) физически можно получить известными методами модуляции изображений, меняя в (1) функции  $B(x, y)$  и  $A(x, y)$  и модулируя получившиеся соотношения необходимым распределением  $F_k(x, y)$ . Задача заключается в том, чтобы выразить функцию  $\Phi(x, y)$  через остальные функции таким образом, чтобы были исключены, в некотором смысле отфильтрованы, функции  $F_k(x, y)$ . Ниже рассматриваются варианты указанной модуляции в случаях, представляющих практический интерес.

2.1. Наиболее простым вариантом является пара соотношений типа (1) с модулирующими функциями, зависящими только от координаты  $x$ :

$$I_1 = (B_1 + A_1 \cos \Phi)(b_1 + a_1 f(x)), \quad I_2 = (B_2 + A_2 \cos \Phi)(b_2 + a_2 f(x)), \quad (5)$$

где  $a_1, a_2, b_1, b_2$  — константы.

Пусть  $b_1 = b_2$  и  $a_1 = a_2$ , т. е. модулирующие функции совпадают, но интерферограммы типа (1) отличаются друг от друга как фоновыми, так и амплитудными составляющими. В этом случае из (5) получаем

$$\cos \Phi = - \frac{I_1 B_2 - I_2 B_1}{I_1 A_2 - I_2 A_1}. \quad (6)$$

Пусть теперь  $B_1 = B_2 = B, A_1 = A_2 = A$ , но  $b_1 a_2 - a_1 b_2 \neq 0$ , т. е. интерферограммы типа (1) совпадают, но модулируются различными функциями. В этом случае уравнение для фазы  $\Phi$  примет вид

$$B + A \cos \Phi = \frac{a_2 I_1 - a_1 I_2}{b_1 a_2 - a_1 b_2}. \quad (7)$$

В общем случае, когда  $B_1 \neq B_2, A_1 \neq A_2$  и  $b_1 a_2 - a_1 b_2 \neq 0$ , разрешающее уравнение для фазы  $\Phi$  имеет вид квадратного уравнения относительно  $\cos \Phi$ :

$$\alpha \cos^2 \Phi + \beta \cos \Phi + \gamma = 0, \quad (8)$$

где

$$\begin{cases} \alpha = b_1 a_2 - a_1 b_2, \\ \beta = \alpha(A_1 B_2 + A_2 B_1) - (a_2 A_2 I_1 - a_1 A_1 I_2), \\ \gamma = \alpha B_1 B_2 + a_1 B_1 I_2 - a_2 B_2 I_1. \end{cases} \quad (9)$$

Тот факт, что уравнение (8) является квадратным, означает, что в невырожденном случае обработка пары интерферограмм по указанному методу

приводит к двум изображениям, наблюдаемым в двух различных угловых направлениях.

2.2. В уравнениях (5) зависящая от  $x$  модулирующая часть функции одинакова. Более сложным вариантом является модуляция различными функциями, в частности периодическими.

Пусть

$$\begin{cases} I_1 = (B_1 + A_1 \cos \Phi)(b_1 + a_1 \cos k_0 x), \\ I_2 = (B_2 + A_2 \cos \Phi)(b_2 + a_2 \sin k_0 x), \end{cases} \quad (10)$$

где

$$\begin{cases} \Phi = B + A \cos \Phi, \\ \alpha = b_1^2 a_2^2 + b_2^2 a_1^2 - a_1^2 a_2^2, \\ \beta = -2(b_1 a_2^2 I_1 + b_2 a_1^2 I_2), \\ \gamma = I_1^2 a_2^2 + I_2^2 a_1^2. \end{cases} \quad (12)$$

Практически наиболее просто, по-видимому, реализуется модуляция следующего вида:

$$\begin{aligned} I_1 &= I_0 \exp(-b_1 - a_1 x), \\ I_2 &= I_0 \exp(-b_2 - a_2 x), \end{aligned} \quad (13)$$

где  $I_0$  тождественно выражению (1).

Восстановленная интенсивность  $I_0$  в этом случае может быть найдена из выражения

$$\ln I_0 = \frac{a_1 a_2}{a_1 - a_2} \left( \frac{1}{a_2} \ln I_2 - \frac{1}{a_1} \ln I_1 + \frac{b_2 a_1 - b_1 a_2}{a_1 a_2} \right) \quad (14)$$

при условии, что  $a_1 \neq a_2$ . Выбор модулирующих функций экспоненциального вида соответствует линейной зависимости оптической плотности.

2.3. Рассмотрим уравнения (10), в которых, однако, модуляция осуществляется ступенчатыми функциями в соответствии с заменой

$$\begin{aligned} \cos k_0 x &\rightarrow \text{sign}(\cos k_0 x) = f_1(x), \\ \sin k_0 x &\rightarrow \text{sign}(\sin k_0 x) = f_2(x). \end{aligned} \quad (15)$$

Поскольку  $f_2(x + L/4) = f_1(x)$ , то, используя это свойство, можно в принципе исключить модулирующие функции. Но при этом получается нелинейное конечно-разностное соотношение для искомой фазовой функции  $\Phi$ , которое требует специальной обработки. Поэтому в настоящей статье мы ограничимся лишь упоминанием об этом. Для получения оценочных результатов положим:  $f_1^2 = f_2^2 = 1$ , что позволяет получить простые функциональные связи фазы  $\Phi$  с интенсивностями  $I_1$  либо  $I_2$  по отдельности.

Следует использовать не два, а три распределения интенсивностей вида

$$\begin{aligned}
I_1 &= B_1 + A_1 \cos \Phi \frac{1 + r_1}{2}, \\
I_2 &= B_2 + A_2 \cos \Phi \frac{1 + r_1 r_2}{2}, \\
I_3 &= B_3 + A_3 \cos \Phi \frac{1 + r_2}{2},
\end{aligned} \tag{16}$$

где величины  $I$ ,  $B$ ,  $A$  и  $\Phi$  с соответствующими индексами имеют прежний смысл, а функции  $r_1$  и  $r_2$  определены соотношениями

$$\begin{aligned}
r_1(x) &= \text{sign}(\sin k_0 x), \\
r_2(x) &= \text{sign}(\sin 2k_0 x).
\end{aligned}$$

Исключение несущей из уравнений (16) непосредственно невозможно. При совместном рассмотрении, например, первой пары уравнений (16) исключение несущей, в принципе, возможно. Но, как и в вышеупомянутом случае, исключение будет функциональным, а не алгебраическим. При совместном рассмотрении всех уравнений (16) получаем алгебраическое уравнение

$$\cos^3 \Phi + a_2 \cos^2 \Phi + a_1 \cos \Phi + a_0 = 0, \tag{17}$$

где коэффициенты этого уравнения определяем следующим образом:

$$\begin{aligned}
a_2 &= - \left[ \frac{I_1 - B_1}{A_1} + \frac{I_2 - B_2}{A_2} + \frac{I_3 - B_3}{A_3} \right], \\
a_1 &= 2 \left[ \frac{I_1 - B_1}{A_1} \frac{I_2 - B_2}{A_2} + \frac{I_1 - B_1}{A_1} \frac{I_3 - B_3}{A_3} + \frac{I_2 - B_2}{A_2} \frac{I_3 - B_3}{A_3} \right], \\
a_0 &= -4 \frac{I_1 - B_1}{A_1} \frac{I_2 - B_2}{A_2} \frac{I_3 - B_3}{A_3}.
\end{aligned} \tag{18}$$

Характерные множители определяют коэффициенты уравнения (17), что облегчает их анализ. Следует отметить, что распределения (16) отличаются от распределения типа (4). Для их получения необходимо воспользоваться распределением вида (2) и использовать как аддитивный, так и мультипликативный способ пространственной модуляции.

2.4. Рассмотренные вопросы модуляции представляют интерес не только для целей нахождения фазы  $\Phi$ . Можно поставить обратную задачу: найти модулирующую функцию в том случае, когда информация находится именно в ней. Из соотношения (5) видно, что при замене  $\cos \Phi \rightleftharpoons f(x)$  и больших букв  $A$  и  $B$  на малые  $a$  и  $b$  соответственно с учетом индексов имеет место определенная симметрия. Рассмотрим эталонную интерферограмму, промодулированную некоторыми функциями, тогда аналогично (6) получаем

$$f(x) = - \frac{I_1 b_2 - I_2 b_1}{I_1 a_2 - I_2 a_1}. \tag{19}$$

Таким образом, можно получить соотношение, аналогичное (7):

$$b + af(x) = \frac{A_2 I_1 - A_1 I_2}{B_1 A_2 - A_1 B_2}, \tag{20}$$

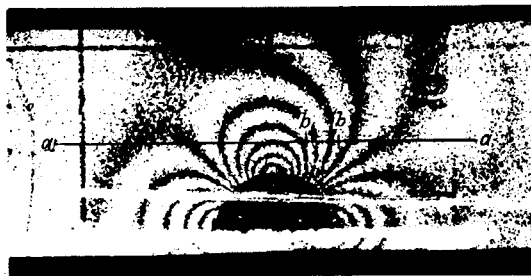


Рис. 1

при условии, что знаменатель в (15) не равен нулю. С помощью соотношений (19) и (20) можно определять распределение информационных модулирующих функций.

2.5. Некоторые положения теории проверялись нами экспериментально. В частности, для двух существенно различных видов интерферограмм проверялось соотношение (14).

На рис. 1 приведена интерферограмма деформированного состояния полосы с отверстием ( $a-a$  — линия фотометрирования негатива,  $b-b$  — участок восстановления фазы), на рис. 2 — распределение оптической плотности вдоль сечения  $a-a$  на участке  $b-b$ . Кривая 1 соответствует исходному негативу, кривая 2 — негативу + клин с параметрами  $b_1 = 0,580$  и  $a_1 = 0,007 \text{ мм}^{-1}$ , кривая 3 — негативу + клин с параметрами  $b_2 = 1,740$  и  $a_2 = 0,014 \text{ мм}^{-1}$ . Прямые 4 и 5 определяют соответственно оптические плотности указанных клиньев. При расчете используется связь оптической плотности  $D$  с относительным коэффициентом пропускания  $\tau$  согласно формуле

$$D = \lg \left( \frac{1}{\tau} \right). \quad (21)$$

Интенсивности  $I_1$  и  $I_2$  в формуле (14) справа соответствуют коэффициентам пропускания  $\tau_1$  и  $\tau_2$  для кривых 2 и 3, рассчитанных по формуле (21), интенсивность  $I_0$  — коэффициенту пропускания исходной интерферограммы.

Расчет плотности для семи характерных точек через каждые 10 мм показывает совпадение теоретических и экспериментальных значений в пределах 0,05. Это соответствует заданной точности обработки эксперимента.

Более тщательная проверка соотношения (14) проводилась для интерферограммы известного опыта Юнга [8]. На рис. 3 приведены три кривые: кривая 1 соответствует исходной интерферограмме, кривая 2 — негативу + клин 4 с параметрами  $b_1 = 0,754$  и  $a_1 = 0,007 \text{ мм}^{-1}$ , кривая 3 — негативу + клин 5 с параметрами  $b_2 = 1,422$  и  $a_2 = 0,013 \text{ мм}^{-1}$ . Расчет плотности для 18 характерных точек через каждые 10 мм показывает так же, как и в предыдущем случае, совпадение

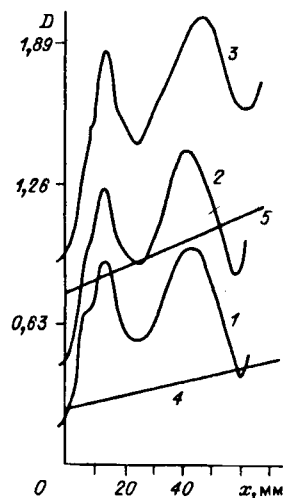


Рис. 2

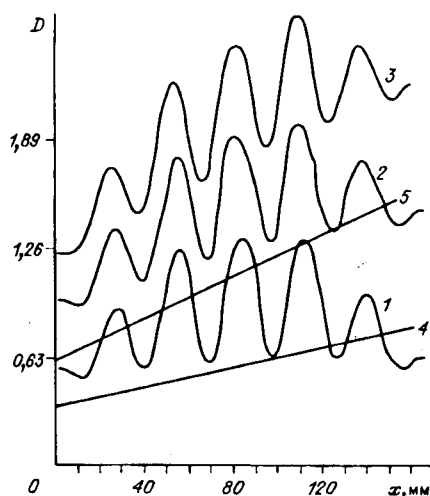


Рис. 3

теоретических и экспериментальных значений в пределах 0,05.

Рассмотренные примеры показывают, что восстановление фазы с помощью соотношения (14) — вполне реальная задача.

В заключение отметим, что разработанные алгоритмы восстановления фазы рекомендуются для решения задач фазометрии в различных оптических методах, где интерферограмма является основным источником информации об исследуемом параметре.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вест Ч. Голографическая интерферометрия.—М.: Мир, 1982.
2. Дюрелли А., Паркс В. Анализ деформаций с использованием муара.—М.: Мир, 1974.
3. Грамм: Автореф. дис. С. Канд. техн. наук.—М., 1980.
4. Crane L. Interference phase measurement // Appl. Opt.—1969.—8, N 3.—P. 538.
5. Becker F., Meier E. A., Wegner N. Automatic evaluation of interferograms // Proc. SPIE.—1982.—359.—P. 386.
6. Борн М., Вольф Э. Основы оптики.—М.: Наука, 1970.

*Поступила в редакцию 10 июня 1991 г.*

УДК 535.4 : 778.38

Г. А. Ленкова, Е. Г. Чурин

*(Новосибирск)*

### ВЫСОКОАПЕРТУРНЫЙ МИКРООБЪЕКТИВ С КИНОФОРМНЫМ КОРРЕКТОРОМ

Разработана конструкция гибридного микрообъектива с киноформным корректором в двух вариантах с апертурой 0,6 и 0,7. Изготовлены экспериментальные образцы и проведены их испытания. Измеренный диаметр сфокусированного пятна соответствует дифракционному пределу. Микрообъектив может найти применение в лазерной интерферометрии для коллимации излучения полупроводниковых лазеров и в системах записи (считывания) информации с оптических дисков.

**Введение.** Применение полупроводниковых лазеров в интерференционных измерителях длины, а также в устройствах записи (считывания) информации на оптические и магнитооптические диски требует разработки высокоапертурных микрообъективов. Большие возможности в этом отношении имеет дифракционная оптика. Однако реализация одноэлементного дифракционного микрообъектива с высокой числовой апертурой и одновременно с низкими световыми потерями ограничивается технологическими возможностями фотолитографического процесса. Причина в том, что минимальный период зон, обеспечивающий необходимый угол дифракции, составляет  $\sim 1$  мкм. Кроме того, внутри каждой зоны для получения достаточно высокой дифракционной эффективности (ДЭ) должен быть сформирован пилообразный (киноформный) или приближающийся к нему по форме и глубине ступенчатый фазовый профиль. Если учесть, что точность совмещения и резкость края, достигаемые в фотолитографии, в лучшем случае составляют  $0,1 \div 0,2$  мкм, то понятно, что период зон и форма фазового профиля крайних зон искажаются в процессе изготовления (особенно при