



поставить в соответствие две дополнительные точки на схеме случайных скачков.

По аналогии с изложенным выше можно предсказать для ступенчатого возбуждения трехуровневого атома или молекулы минимальное значение $\xi_\infty = -7/8$; это значение достигается при отсутствии возврата с первого возбужденного уровня на основной.

В другом предельном случае $T \ll t_c$ ($\langle N_T \rangle \ll 1$), учитывая, что $p_L(0) = 0$, получим

$$\xi_T = -JT = -\langle N_T \rangle. \quad (10)$$

В случае произвольных T вычислить сумму, получающуюся после интегрирования (7) согласно (5), не удастся. На рисунке приведены результаты численных расчетов для различных L . Как видно из рисунка, при достаточно больших L зависимость ξ_T от T имеет характер затухающих колебаний с периодом t_c . При $T \gg t_c$ ξ_T стремится к ξ_∞ .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Маркель В. А., Штокман М. И. Нелинейные фотопроцессы в бихромофорах. Коррелированные флуктуации заселенностей и интенсивности флуоресценции // Оптика и спектроскопия.—1988.—65, вып. 6.
2. Смирнов Д. Ф., Трошин А. С. Новые явления в квантовой оптике: антигруппировка и субпуассоновская статистика фотонов, сжатые состояния // УФН.—1987.—153, вып. 2.
3. Vogel V. The dependence of the intensity correlation of resonance fluorescence from a molecule on the strength of the pump field // J. Phys. B.—1983.—16.—P. 4481.
4. Jakeman E., Jefferson J. H. Antibunching and sub-poissonian statistics in photoelectron-triggered optical dead-time experiments // Opt. Acta.—1986.—33.—P. 557.

Поступило в редакцию 29 апреля 1991 г.

УДК 535.317.25

В. А. Удод

(Томск)

ЭФФЕКТИВНОСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ ВРАЩАЮЩИХСЯ АПЕРТУР ПРИ ДИСКРЕТНОМ СКАНИРОВАНИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Показано, что при выполнении некоторых ограничений, накладываемых на передаточную функцию апертуры, возможно повышение пространственной разрешающей способности апертуры за счет эффекта ее вращения вокруг своего центра во время измерения отсчетов дискретно сканируемого изображения. Оценен количественный выигрыш от операции вращения на примере прямоугольной апертуры с равномерной функцией пропускания.

Пусть h — функция пропускания апертуры в ее некотором начальном положении (функция пропускания неподвижной апертуры). Если при сканировании изображения B апертура вращается вокруг своего центра, то на ее выходе, согласно [1], будет наблюдаться видеосигнал

$$S(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} B(x, y) h_{\Theta(t)}(x - x_0(t), y - y_0(t)) dx dy =$$

$$= B(x, y) * h_{\Theta}(-x, -y) \Big|_{\Theta = \Theta(t)}$$

согласно [2], есть функция пропускания неподвижной апертуры, повернутая в положительном направлении на угол Θ вокруг оси Oz ; $\Theta(t)$ — текущий угол поворота апертуры; $x_0(t)$, $y_0(t)$ — текущие координаты центра апертуры.

Предположим, что за время T в интервале $[0, T]$ измерения отдельного отсчета изображения:

— апертура сканирует изображение дискретно, т. е.

$$x_0(t) = x_0, \quad y_0(t) = y_0,$$

где (x_0, y_0) — точка, в которой измеряется отсчет изображения (совпадает с центром апертуры);

— апертура делает один полный оборот относительно своего центра с равномерной угловой скоростью, т. е.

$$\Theta(t) = 2\pi \frac{t}{T};$$

— видеосигнал интегрируется и усиливается с коэффициентом усиления $1/T$.

С учетом данных предположений измеренный отсчет изображения в точке (x_0, y_0) будет равен

$$\hat{B}(x_0, y_0) = B(x, y) * \bar{h}(x, y) \Big|_{\substack{x = x_0 \\ y = y_0}}$$

где

$$\bar{h}(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} h_{\Theta}(x, y) d\Theta = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} h(\sqrt{x^2 + y^2} \cos \Theta, \sqrt{x^2 + y^2} \sin \Theta) d\Theta. \quad (2)$$

Заметим, что значение функции \bar{h} в точке (x, y) равно среднему значению функции h на окружности с центром в нуле и радиусом $\sqrt{x^2 + y^2}$. Легко видеть, что \bar{h} обладает осевой симметрией. Для примера укажем, что если

$$h(x, y) = 1(x)\delta(y) \quad \text{или} \quad h(x, y) = \delta(x)1(y),$$

где $1(x)$ — функция, тождественно равная 1; δ — дельта-функция Дирака, то получаем известное выражение [3]

$$\bar{h}(x, y) = \frac{1}{\pi\sqrt{x^2 + y^2}}.$$

Нетрудно показать справедливость следующих соотношений:

$$(\widetilde{h}_\Theta) = (\widetilde{h})_\Theta; \quad \widetilde{h} = \widetilde{h}, \quad (3)$$

где

$$\widetilde{h}(v_x, v_y) = \iint_{-\infty}^{\infty} h(x, y) \exp[-2\pi i(v_x x + v_y y)] dx dy$$

— преобразование Фурье функции h (передаточная функция апертуры); \widetilde{h} , h_Θ — функции, определенные соответственно в (2), (1).

Соотношения (3) интерпретируются соответственно следующим образом:

— преобразование Фурье и преобразование поворота перестановочны;

— преобразование Фурье и преобразование усреднения на окружностях с центром в нуле перестановочны.

Покажем теперь, что при выполнении некоторых условий в результате вращения апертуры вокруг своего центра при измерении отсчетов изображения ее пространственная разрешающая способность (РС) может быть повышена.

В общем случае РС R неподвижной апертуры равна [4]

$$R = \mu\{\bar{v} \geq 0 \mid G_\Theta(v) \geq K_\Theta(v), G_\Theta(v) > 0, 0 \leq v \leq \bar{v}, 0 \leq \Theta \leq 2\pi\}. \quad (4)$$

Здесь μ — мера Лебега; v , \bar{v} — пространственные частоты;

$$G_\Theta(v) = |\widetilde{h}_n(v \cos \Theta, v \sin \Theta)|$$

— частотно-контрастная характеристика (ЧКХ) неподвижной апертуры в направлении Θ ; $\widetilde{h}_n = \widetilde{h}/\widetilde{h}(0, 0)$ — нормированная передаточная функция неподвижной апертуры; $K_\Theta(v)$ — пороговый контраст (ПК) по направлению Θ .

Если в (4) опустить условие $0 \leq \Theta \leq 2\pi$, то получим в соответствии с [1] РС R_Θ неподвижной апертуры по направлению Θ .

Множество в фигурных скобках в (4) может быть только одним из множеств вида [4]

$$A = [0, \alpha] \quad \text{либо} \quad A = [0, \alpha), \quad \alpha \geq 0.$$

Используя это свойство, перепишем (4) для удобства дальнейшего анализа в следующей эквивалентной форме:

$$\begin{aligned} R &= \mu(X \cap Y) = \min(\mu X, \mu Y) = \min(\mu X, \mu Y_0) = \mu(X \cap Y_0) = \\ &= \mu\{0 \leq \bar{v} < R_0 \mid \inf_{0 \leq \Theta \leq 2\pi} [G_\Theta(v) - K_\Theta(v)] \geq 0, 0 \leq v \leq \bar{v}\}. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь

$$\begin{aligned} X &= \{\bar{v} \geq 0 \mid G_\Theta(v) \geq K_\Theta(v), 0 \leq v \leq \bar{v}, 0 \leq \Theta \leq 2\pi\} = \\ &= \{\bar{v} \geq 0 \mid \inf_{0 \leq \Theta \leq 2\pi} [G_\Theta(v) - K_\Theta(v)] \geq 0, 0 \leq v \leq \bar{v}\}; \end{aligned}$$

$$Y = \{\bar{v} \geq 0 \mid G_\Theta(v) > 0, 0 \leq v \leq \bar{v}, 0 \leq \Theta \leq 2\pi\}; \quad Y_0 = Y \setminus \{R_0\};$$

$R_0 = \mu Y$ — радиус максимального круга Q с центром в нуле, внутри которого $|\widetilde{h}| > 0$. По терминологии [5] R_0 есть предельная РС неподвижной апертуры.

Предположим теперь следующее:

- 1) \tilde{h} вещественна внутри Q ;
- 2) \tilde{h} непрерывна внутри Q ;
- 3) $\tilde{h}(0, 0) > 0$;
- 4) $K_{\Theta}(\nu) = K(\nu)$.

Поскольку внутри Q $|\tilde{h}| > 0$, то в силу условия 1 получим, что внутри Q \tilde{h} принимает либо положительные, либо отрицательные значения. Далее, из условия 2 в силу теоремы о промежуточном значении непрерывной функции [6] получаем, что внутри Q $\tilde{h} > 0$ либо $\tilde{h} < 0$. И наконец, с учетом условия 3 окончательно находим, что внутри Q $\tilde{h} > 0$ (соответственно и $\tilde{h}_n > 0$).

Таким образом, при выполнении условий 1—3 получаем, что $\tilde{h}_n > 0$ внутри Q . Исходя из этого и принимая во внимание условие 4, на основе использования (5) будем иметь

$$\begin{aligned} R &= \mu \{ 0 \leq \bar{\nu} < R_0 \mid \inf_{0 \leq \Theta \leq 2\pi} \tilde{h}_n(\nu \cos \Theta, \nu \sin \Theta) \geq K(\nu), 0 \leq \nu \leq \bar{\nu} \} \leq \\ &\leq \mu \{ 0 \leq \bar{\nu} < R_0 \mid \hat{G}(\nu) \geq K(\nu), 0 \leq \nu \leq \bar{\nu} \} \leq \\ &\leq \bar{R} = \mu \{ 0 \leq \bar{\nu} < \bar{R}_0 \mid \hat{G}(\nu) \geq K(\nu), 0 \leq \nu \leq \bar{\nu} \}. \end{aligned}$$

Здесь \bar{R} — РС вращающейся апертуры;

$$\bar{R}_0 = \mu \{ \bar{\nu} \geq 0 \mid |\hat{G}(\nu)| > 0, 0 \leq \nu \leq \bar{\nu} \}$$

— предельная РС вращающейся апертуры;

$$\hat{G}(\nu) = \tilde{h}_n(\nu \cos \Theta, \nu \sin \Theta) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \tilde{h}_n(\nu \cos \Theta, \nu \sin \Theta) d\Theta;$$

$|\hat{G}(\nu)|$ — ЧКХ вращающейся апертуры.

Таким образом, мы доказали, что при выполнении условий 1—4 РС R неподвижной апертуры не превосходит РС \bar{R} вращающейся апертуры.

Оценим теперь количественный выигрыш по РС от эффекта вращения апертуры на примере прямоугольной апертуры с равномерной функцией пропускания, ограничившись для простоты случаем, когда $K(\nu) \equiv K$, что, в частности, допустимо при теоретической оценке РС радиационных систем вычислительной томографии [7, 8]. Нормированная передаточная функция указанной апертуры равна [7]

$$\tilde{h}_a(\nu_x, \nu_y) = \frac{\sin \pi \nu_x b}{\pi \nu_x b} \frac{\sin \pi \nu_y g}{\pi \nu_y g},$$

где b, g — соответственно длина и ширина апертуры. Тогда

$$\bar{h}_a(\nu_x, \nu_y) = \frac{1}{\pi^2 (\nu_x^2 + \nu_y^2) b g} \int_0^{\pi \sqrt{\nu_x^2 + \nu_y^2} b} dx \int_0^{\pi \sqrt{\nu_x^2 + \nu_y^2} g} dy J_0(\sqrt{x^2 + y^2})$$

будет нормированной передаточной функцией вращающейся прямоугольной апертуры. Здесь J_0 — функция Бесселя первого рода нулевого порядка. Легко видеть, что \bar{h}_a удовлетворяет условиям 1—3. Введем обозначения:

$$G_{a\Theta}(\nu) = \left| \frac{\sin(\pi\nu\cos\Theta b)}{\pi\nu\cos\Theta b} \frac{\sin(\pi\nu\sin\Theta g)}{\pi\nu\sin\Theta g} \right|$$

— ЧКХ по направлению Θ неподвижной прямоугольной апертуры;

$$\varphi(\nu) = |\varphi_0(\pi\nu\sqrt{bg})| = \left| \frac{1}{\pi^2\nu^2bg} \int_0^{\pi\nu b} dx \int_0^{\pi\nu g} dy J_0(\sqrt{x^2 + y^2}) \right|$$

— ЧКХ по любому направлению вращающейся прямоугольной апертуры;

$$\varphi_0(\nu) = \frac{1}{\nu^2} \int_0^{\sqrt{(b/g)\nu}} dx \int_0^{\sqrt{(g/b)\nu}} dy J_0(\sqrt{x^2 + y^2}). \quad (6)$$

Используя разложение [9]

$$\frac{\sin x}{x} = \prod_{k=1}^{\infty} \left(1 - \frac{x^2}{k^2\pi^2} \right),$$

справедливое при любом x , нетрудно показать, что

$$f(\nu) = \inf_{0 \leq \Theta \leq 2\pi} G_{a\Theta}(\nu) = |f_0(\pi\nu\sqrt{bg})| = \left| \frac{\sin(\pi\nu\max(b, g))}{\pi\nu\max(b, g)} \right| \quad (7)$$

при

$$0 \leq \nu \leq R_{a0} = \mu \left[\bar{\nu} \geq 0 \mid f(\nu) > 0, 0 \leq \nu \leq \bar{\nu} \right] = \frac{1}{\max(b, g)}.$$

Здесь

$$f_0(\nu) = \frac{\sin(\nu\max(\sqrt{b/g}, \sqrt{g/b}))}{\nu\max(\sqrt{b/g}, \sqrt{g/b})}. \quad (8)$$

Очевидно, что в (7) знак модуля может быть опущен.

Из (7) непосредственно вытекает, что РС прямоугольной неподвижной апертуры по направлению минимальна в направлении ее длины или ширины (в зависимости от того, что больше).

В силу непрерывности \tilde{h}_a для расчетов РС R_a неподвижной и РС \bar{R}_a вращающейся апертур, вместо (5), можно воспользоваться упрощенным выражением [4, 10]

$$R = \min \left\{ \nu \geq 0 \mid \inf_{0 \leq \Theta \leq 2\pi} G_{a\Theta}(\nu) = K \right\}.$$

Таким образом,

$$\begin{aligned} R_a &= \min \{ \nu \geq 0 \mid f(\nu) = K \} = \min \{ \nu \geq 0 \mid |f_0(\pi\nu\sqrt{bg})| = K \} = \\ &= \min \{ \nu \geq 0 \mid f_0(\pi\nu\sqrt{bg}) = K \} = \frac{1}{\pi\sqrt{bg}} \min \{ \nu \geq 0 \mid f_0(\nu) = K \}; \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \bar{R}_a &= \min \{ \nu \geq 0 \mid \varphi(\nu) = K \} = \min \{ \nu \geq 0 \mid |\varphi_0(\pi\nu\sqrt{bg})| = K \} = \\ &= \min \{ \nu \geq 0 \mid \varphi_0(\pi\nu\sqrt{bg}) = K \} = \frac{1}{\pi\sqrt{bg}} \min \{ \nu \geq 0 \mid \varphi_0(\nu) = K \}. \end{aligned} \quad (10)$$

Из (8), (9) вытекает, что при условии $bg = \text{const}$ РС неподвижной прямоугольной апертуры будет максимальна для квадратной апертуры.

На рисунке представлены результаты численных расчетов отношения

$$\frac{\bar{R}_a}{R_a} = \frac{\min\{\nu \geq 0 \mid \varphi_0(\nu) = K\}}{\min\{\nu \geq 0 \mid f_0(\nu) = K\}} \quad (11)$$

в зависимости от ПК для различных отношений b/g : 1 — $\frac{b}{g} = 1$; 2 — 2; 3 — 4. По-

скольку R_a (равно как и \bar{R}_a) в силу (8), (9) (соответственно (6), (10)) обладает симметрией вида

$$R_a\left(\frac{b}{g}\right) = R_a\left(\frac{g}{b}\right),$$

то на рисунке приведены лишь случаи, когда $b \geq g$.

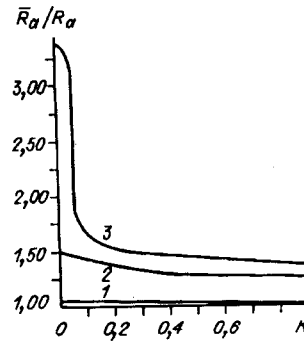
Как следует из данного рисунка, выигрыш по РС от эффекта вращения прямоугольной апертуры во время измерения отсчетов сканируемого изображения возрастает с увеличением отношения b/g и уменьшением ПК. При этом для квадратной апертуры ($b = g$) выигрыш незначительный (несколько процентов), и поэтому ее вращение нецелесообразно. В то же время при соотношении сторон $b/g \geq 2$ выигрыш весьма заметен, особенно при малых значениях ПК.

Полученные в настоящей работе результаты могут быть использованы в радиометрических системах радиационного неразрушающего контроля, предназначенных для обнаружения трещин в изделиях. В этом случае применяются штриховые апертуры детекторов излучения, дискретно сканирующих радиационное изображение за изделием [11]. Кроме того, возможно применение результатов в радиографических и радиоскопических системах контроля, использующих линейный источник излучения. Соответственно при этом во время экспозиции участка изделия необходимо вращать источник относительно оси пучка излучения, а само изделие и радиационный преобразователь сохранять неподвижными.

В заключение автор хотел бы выразить благодарность старшему научному сотруднику НИИ интроскопии ТПИ С. П. Осипову за численные расчеты отношения (11).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Смирнов А. Я., Меньшиков Г. Г. Сканирующие приборы.—Л.: Машиностроение, 1986.
2. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике.—М.: Наука, 1977.
3. Баррет Х. Х., Суиндел У. Аналоговые методы восстановления вида объекта в трансаксиальной томографии // ТИИЭР.—1977.—65, № 1.
4. Удод В. А. О разрешающей способности // Оптика атмосферы.—1989.—2, № 2.
5. Русинов М. М. Вычислительная оптика /Под общ. ред. М. М. Русинова.—Л.: Машиностроение, 1984.
6. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления.—М.: Наука, 1966.—Т. 1.
7. Приборы для неразрушающего контроля материалов и изделий: В 2 кн. /Под ред. В. В. Клюева.—М.: Машиностроение, 1986.—Кн. 1.
8. Завьялкин Ф. М., Удод В. А. Двухапертурное кодирование проекций // Автотметрия.—1990.—№ 2.



9. Двайт Г. Б. Таблица интегралов и другие математические формулы.—М.: Наука, 1978.
10. Фивенский Ю. И. Методы повышения качества аэрокосмических фотоснимков.—М.: Изд-во Моск. ун-та, 1977.
11. Старцева Л. В. Разработка и исследование алгоритмов обнаружения дефектов в радиационной дефектоскопии: Автореф. дис. . . . канд. техн. наук.—Томск, 1981.

Поступило в редакцию 17 апреля 1991 г.

Реклама продукции в нашем журнале — залог Вашего успеха!