5. Красовский А. А., Белоглазов И. П., Чигин Г. П. Теория корреляционно-экстремальных систем.—М.: Наука, 1979.
6. Дмитриев С. П. Высокоточная морская навигация.—Л.: Судостроение, 1990.
7. Степанов О. А. Предельно достижимая точность совмещения гауссовых изображений // Автометрия.—1990.—№ 5.
8. Степанов О. А. Предельно достижимая точность совмещения гауссовых процессов в корреляционно-экстремальных системах // АиТ.—1991.—№ 3.
9. Hahn W. R., Tretter S. A. Optimum processing for delay-vector estimation in passive signal arrays // Trans. IEEE.—1973.—IT-19, N 5.—P. 608.
10. Kwapp C. H., Carter G. C. The generalized correlation method for estimation of time delay // Trans. IEEE.—1976.—ASSP-24, N 4.—P. 320.
11. Буймов А. Г. Корреляционно-экстремальная обработка изображений.—Томск: ТГУ, 1987.

Поступила в редакцию 17 июля 1990 г.

УДК 517

О. Е. Трофимов

(Новосибирск)

К ЗАДАЧЕ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ФУНКЦИИ ТРЕХ ПЕРЕМЕННЫХ ПО ЕЕ ИНТЕГРАЛАМ ВДОЛЬ ПРЯМЫХ, ПЕРЕСЕКАЮЩИХ ЗАДАННУЮ КРИВУЮ

Рассматривается задача трехмерной томографической реконструкции (задача восстановления функции трех переменных по ее интегралам вдоль прямых, пересекающих заданную пространственную кривую). Для функции, входящей в формулу обращения Кириллова — Туя, дано выражение в виде свертки, позволяющее строить эффективные численные алгоритмы.

В компьютерной рентгеновской томографии трехмерный объект представляется обычно в виде набора тонких срезов. Для восстановления плотности среза решается задача обращения двумерного преобразования Радона. Для исследования ряда объектов более естественной является другая схема, когда источник излучения движется по некоторой пространственной кривой. Каждой точке кривой соответствует конус лучей, проходящих через эту точку. Исходными данными являются данные об ослаблении излучения при прохождении через объект. Математически задача ставится как задача восстановления функции трех переменных по интегралам вдоль прямых, проходящих через заданную кривую. Решению этой задачи для различных классов функций и для различных типов кривых посвящены работы [1—6].

В [2] получена формула обращения для функций, имеющих финитный носитель, и для кривых, удовлетворяющих определенным условиям. Главным в этих условиях является то, что любая плоскость, пересекающая объект, пересекает кривую, по которой движется источник. Пример кривой, удовлетворяющей условиям [2], — совокупность двух единичных окружностей, лежащих во взаимно перпендикулярных плоскостях. Однако построение численных алгоритмов непосредственно на основании формулы, приведенной в [2], затруднительно (см. [9], с. 201). Дело, в частности, в том, что формула обращения основана на преобразовании Фурье от функции, получаемой из исходных данных, причем преобразование Фурье понимается в смысле обобщенных функций, а преобразование Фурье в обычном смысле может не существовать. В настоящей работе приводятся выражения для используемого преобразования Фурье, позволяющие при построении численных алгоритмов применять метод, предложенный в [8—11]. Устанавливаются также некоторые соотношения

$$g(\alpha, \lambda) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\Phi(\lambda) + t\alpha)dt = \frac{1}{|\alpha|}\int_{-\infty}^{\infty} f\left(\varphi(\lambda) + t\frac{\alpha}{|\alpha|}\right) dt. \tag{1}$$

Функция $g(\alpha, \lambda)$ есть интеграл от функции $f(x)$ вдоль прямой, проходящей через точку $\Phi(\lambda) = (\Phi_1(\lambda), \Phi_2(\lambda), \Phi_3(\lambda))$ в направлении вектора $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$.

В работе [2] дается формула для восстановления функции $f(x)$ по функции $g(\alpha)$:

$$f(x) = \int_0^{2\pi}\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos\varphi \frac{1}{2i\pi(\Phi'(\lambda), \beta)} \frac{\partial G(\beta, \lambda)}{\partial\lambda} d\varphi d\theta, \tag{2}$$

где $\beta = (\cos\theta \cdot \cos\varphi, \sin\theta \cdot \cos\varphi, \sin\varphi)$, а λ такое, что скалярное произведение (β, x) равно $(\beta, \varphi(\lambda))$ и $(\beta, \Phi'(\lambda))$ не равно нулю. Предполагается, что такое λ существует для любого x, принадлежащего носителю функции $f(x)$. Функция $G(\beta, \lambda)$ есть трехмерное преобразование Фурье от функции $g(\alpha, \lambda)$ по переменной α. Однако из равенства (1) следует, что преобразование Фурье от функции $g(\alpha, \lambda)$, понимаемое в обычном смысле:

$$G(\xi, \lambda) = \int_{R^3} g(\alpha, \lambda)e^{-2i\pi(\alpha, \xi)}d\alpha,$$

может не существовать, так как на бесконечности $g(\alpha, \lambda)$ имеет порядок $1/|\alpha|$. Это связано с переходом от исходных данных, заданных на поверхности $|\alpha| = 1$, к однородной функции, заданной во всем пространстве. В [2] преобразование Фурье понимается в смысле обобщенных функций [12], т. е. G_λ — преобразование Фурье от $g(\alpha, \lambda)$ — такой функционал, что его действие на $\Psi(\xi)$ совпадает с действием $g(\alpha, \lambda)$ на преобразование Фурье от $\Psi(\xi)$:

$$\langle G_\lambda, \Psi(\xi)\rangle = \langle g(\alpha, \lambda), \widetilde{\Psi}(\alpha)\rangle = \int g(\alpha, \lambda)\widetilde{\Psi}(\alpha)d\alpha.$$

Здесь Ψ — любая бесконечно дифференцируемая функция, убывающая на бесконечности быстрее любой степени $1/|\xi|$, например гауссоида. Ее пребразование Фурье $\widetilde{\Psi}$ обладает теми же свойствами, и последний интеграл сходится в обычном смысле. Для того чтобы понимать в формуле (2) интеграл в обычном смысле, нужно найти регулярную функцию $G(\xi, \lambda)$, которой задается функционал G_λ, т. е. функцию, удовлетворяющую равенству

$$\langle G_\lambda, \Psi(\xi)\rangle = \int G(\xi, \lambda)\Psi(\xi)d\xi.$$

Отметим, что не любой функционал над рассматриваемым пространством задается регулярной функцией, наиболее известный пример подобного рода — δ-функция. В [2] дается выражение, позволяющее вычислить $G(\xi, \lambda)$ при ξ, отличном от нуля, но оно использует искомую функцию $f(x)$.

Итак, перейдем к нахождению $G(\xi, \lambda)$. Сначала будут приведены рассуждения, в которых символ интеграла используется формально, без обсуждения вопросов существования и уточнения смысла, в котором понимается интеграл. Затем будет дано более строгое доказательство, использующее результаты [3]. Пусть $G(\xi)$ есть преобразование Фурье от $g(\alpha)$ (параметр λ пока опускаем):

$$G(\xi) = \int g(\alpha)e^{-2i\pi(\alpha,\,\xi)}d\alpha.$$

Переходя к сферическим координатам, получаем

$$G(\xi) = \int\limits_0^{2\pi} \int\limits_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos\varphi \int\limits_0^{\infty} \rho^2 g(\rho\beta)e^{-2i\pi\rho(\beta,\,\xi)}d\rho d\varphi d\theta,$$

где $\beta = \beta(\varphi, \theta) = (\cos\theta\cdot\cos\varphi, \sin\theta\cdot\cos\varphi, \sin\varphi)$, $\varphi \in [-\pi/2, \pi/2]$, $\theta \in [0, \pi]$. Выделим при интегрировании по φ интервал $[-\pi/2, 0]$, т. е. рассмотрим интеграл

$$I = \int\limits_0^{2\pi} \int\limits_{-\pi/2}^{0} \cos\varphi \int\limits_0^{\infty} \rho^2 g(\rho\beta)e^{-2i\pi\rho(\beta,\,\xi)}d\rho d\varphi d\theta.$$

Интервал интегрирования по θ разобьем на два: $[0, \pi]$ и $[\pi, 2\pi]$. Пусть I_1 и I_2 — соответствующие интегралы:

$$I_1 = \int\limits_0^{\pi} \int\limits_{-\pi/2}^{0} \cos\varphi \int\limits_0^{\infty} \rho^2 g(\rho\beta)e^{-2i\pi\rho(\beta,\,\xi)}d\rho d\varphi d\theta.$$

Сделав в I_1 замену переменных $\varphi_1 = -\varphi$ и $\theta_1 = \theta + \pi$, с учетом того, что $\beta(\theta, \varphi) = -\beta(\theta_1, \varphi_1)$, получаем

$$I_1 = \int\limits_{\pi}^{2\pi} \int\limits_0^{\pi/2} \cos\varphi_1 \int\limits_0^{\infty} \rho^2 g(-\rho\beta)e^{-2i\pi(-\rho(\beta,\,\xi))}d\rho d\varphi_1 d\theta_1.$$

Сделав еще раз замену $\rho = -r$, получаем

$$I_1 = \int\limits_{\pi}^{2\pi} \int\limits_0^{\pi/2} \cos\varphi_1 \int\limits_{-\infty}^{0} r^2 g(r\beta)e^{-2i\pi(r(\beta,\,\xi))}dr d\varphi_1 d\theta_1,$$

где $\beta = \beta(\varphi_1, \theta_1) = (\cos\theta_1\cdot\cos\varphi_1, \sin\theta_1\cdot\cos\varphi_1, \sin\varphi_1)$.

Аналогичным образом после замены $\varphi_1 = \varphi$, $\theta_1 = \theta - \pi$, $\rho = -r$ находим

$$I_2 = \int\limits_0^{\pi} \int\limits_0^{\pi/2} \cos\varphi_1 \int\limits_0^{\infty} r^2 g(r\beta)e^{-2i\pi(r(\beta,\,\xi))}dr d\varphi_1 d\theta_1.$$

Учитывая полученные выражения для I_1 и I_2, можно записать

$$G(\xi) = \int\limits_0^{2\pi} \int\limits_0^{\pi/2} \cos\varphi \int\limits_{-\infty}^{\infty} \rho^2 g(\rho\beta)e^{-2i\pi\rho(\beta,\,\xi)}d\rho d\varphi d\theta.$$

Из равенства (1) следует, что $g(\rho\beta) = g(\beta)/|\rho|$. Учитывая, что $\rho^2/|\rho| = |\rho|$, приходим к равенству

$$G(\xi) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \cos\varphi g(\beta) \int_{-\infty}^{\infty} |\rho| e^{-2i\pi\rho(\beta,\, \xi)} d\rho d\varphi d\theta. \qquad (3)$$

Внутренний интеграл по ρ есть преобразование Фурье от $|\rho|$. В [12, с. 446] приводится формула

$$\int |\rho|^{\sigma} e^{i\rho\gamma} d\rho = -2\sin(\sigma\pi/2)\, \Gamma(\sigma+1) |\gamma|^{-\sigma-1}.$$

Равенство понимается в смысле обобщенных функций. Полагая $\sigma = 1$ и $\gamma = -2\pi(\beta, \xi)$, из (3) получаем

$$G(\xi, \lambda) = -\frac{1}{2\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \cos\varphi \frac{g(\beta, \lambda)}{(\beta, \xi)^2} d\varphi d\theta, \qquad (4)$$

где $\beta = \beta(\varphi, \theta) = (\cos\theta \cdot \cos\varphi,\ \sin\theta \cdot \cos\varphi,\ \sin\varphi)$.

Для согласования с формулой (2) здесь введен параметр λ, который ранее мы опускали. В соответствии с формулой (1) при любом λ функция $g(\alpha, \lambda)$ задана для всех α, таких, что $|\alpha| = 1$, или, что то же самое, для всех β. Это позволяет вычислить $G(\xi, \lambda)$ для всех ξ, отличных от нуля, в частности, для таких, которые удовлетворяют равенству $|\xi| = 1$ и используются в формуле (2). Отметим, что знаменатель в (4) понимается в смысле обобщенных функций. О том, как использовать эту формулу при построении численных алгоритмов, будет сообщено ниже.

Доказательство формулы (4), приведенное выше, основано на формальном использовании символа интеграла. Другое, более строгое доказательство, можно получить, используя результаты работ [2, 3]. Пусть

$$G_m(\xi, \lambda) = \int_0^m \rho \tilde{f}(\rho\xi) e^{i2\pi\rho(\Phi(\lambda), \xi)} d\rho.$$

В [2] показано, что для действия на любую $\Psi(\xi)$ из пространства основных справедливо равенство

$$\langle G(\xi, \lambda), \Psi(\xi) \rangle = \lim_{m \to \infty} \langle G_m(\xi, \lambda), \Psi(\xi) \rangle. \qquad (5)$$

Для функционала $G(\xi, \lambda)$ в [2] приводится равенство

$$G(\xi, \lambda) = \int_0^{\infty} \rho \tilde{f}(\rho\xi) e^{i2\pi\rho(\Phi(\lambda), \xi)} d\rho. \qquad (6)$$

В [2] подчеркивается, что в равенстве (6) знак интеграла понимается формально, интеграл в правой части (6) может не существовать. Точный смысл формулы (6) задается равенством (5). Однако если функция $\tilde{f}(\rho\xi)$ достаточно быстро убывает при $\rho \to \infty$ ($f(x)$ достаточно гладкая, например, имеет третью интегрируемую производную), то интеграл в правой части равенства (6) сходится в обычном смысле при любом ξ, отличном от нуля. В этом случае функционал G_λ задается регулярной функцией, т. е.

$$\langle G_\lambda, \Psi(\xi) \rangle = \int G(\xi, \lambda) \Psi(\xi) d\xi.$$

Как отмечалось выше, для того чтобы по формулам, использующим функцию $G(\xi, \lambda)$, можно было находить $f(x)$, нужно иметь выражения для $G(\xi, \lambda)$ не через $\widetilde{f}(\xi)$, а через $g(\alpha, \lambda)$ — исходные данные интегралов вдоль прямых. При определенных условиях, связанных с гладкостью $f(x)$, такие выражения можно получить. Одним из них является формула (4). Способ восстановления $f(x)$, отличный от формулы (2), предложен в [3]. Перейдем к более строгому выводу формулы (4), который устанавливает связь между результатами работ [2, 3].

Функция $g(\alpha, \lambda)$ симметрична ($g(\alpha, \lambda) = g(-\alpha, \lambda)$), следовательно, ее преобразование Фурье $G(\xi, \lambda)$ является действительной функцией. Если функция $f(x)$ действительна, то ее преобразование Фурье удовлетворяет условию $\widetilde{f}(\xi) = \widetilde{f}^{*}(-\xi)$, здесь $*$ — знак комплексного сопряжения. Следовательно, равенство (6) можно переписать в виде

$$G(\xi, \lambda) = \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty} |\rho| \widetilde{f}(\rho\xi) e^{i2\pi\rho(\Phi(\lambda), \xi)} d\rho. \tag{7}$$

В правой части равенства (7) — преобразование Фурье от функции $|\rho|\widetilde{f}(\rho\xi)$ по переменной ρ. От преобразования Фурье произведения перейдем к свертке преобразований Фурье сомножителей. Согласно известным соотношениям, между преобразованиями Фурье и Радона [12, с. 19] $\widetilde{f}(\rho\xi)$ как функция переменной ρ при любом фиксированном ξ есть преобразование Фурье по r от $\widehat{f}(\xi, r)$ — преобразования Радона функции $f(x)$:

$$\widehat{f}(\xi, r) = \int f(x)\delta(r - (\xi, x))dx.$$

Функция $|\rho|$ есть преобразование Фурье в смысле обобщенных функций от $\dfrac{-1}{2\pi^2 r^2}$ [7, с. 446]. Используя символ интеграла для обозначения свертки обобщенных функций, получаем

$$G(\xi, \lambda) = \frac{-1}{4\pi^2}\int \frac{\widehat{f}(\xi, r)}{(r - (\varphi(\lambda), \xi))^2} dr. \tag{8}$$

В работе [3] рассматривается функция

$$(S_x f)(\xi) = \int \frac{\widehat{f}(\xi, r)}{(r - (x, \xi))^2} dr.$$

С учетом этого обозначения равенство (8) можно записать в виде

$$G(\xi, \lambda) = \frac{-1}{4\pi^2}(S_{\varphi(\lambda)} f)(\xi). \tag{9}$$

В [3] доказано равенство

$$(S_x f)(\xi) = \int_{|a|=1} \frac{(R_1 f)(x, a)}{(a, \xi)^2} d^2 a,$$

где $d^2 a$ — усреднение по всем единичным векторам. Напомним, что точки и векторы принадлежат трехмерному пространству R_3. Функция $R_1 f$ в [3] задается равенством

$$(R_1 f)(x, a) = \int f(x + ta)dt,$$

т. е. $g(\alpha, \lambda) = (R_1 f)(\varphi(\lambda), \alpha)$. Таким образом, получаем равенство

$$G(\xi, \lambda) = \frac{-1}{4\pi^2} \int\limits_{|a|=1} \frac{(R_1 f)(\varphi(\lambda), a)}{(a, \xi)^2} d^2 a = \frac{-1}{4\pi^2} \int\limits_{|a|=1} \frac{g(\alpha, \lambda)}{(a, \xi)^2} d^2 a. \qquad (10)$$

Равенство (10) есть другая запись равенства (4). Отличие в множителях объясняется тем, что в (9) интегрирование ведется по всей сфере, а в (4) — по половине, так как учтена симметричность функции $g(\alpha, \lambda)$. В приведенных выше доказательствах формул (4) и (10) учитывалось, что функция $g(\alpha, \lambda)$ задает лучевые данные, т. е. интегралы по прямым от некоторой функции. Однако связь, выражаемая формулами (4) и (10), является более общей, она задает соотношение между значениями на единичной сфере однородной обобщенной функции и ее преобразования Фурье ([13, формула (6)]). Интеграл в этой формуле, сводящейся при $n = 3$ и $\lambda = -1$ к формуле (10), понимается в смысле аналитического продолжения. О построении численных алгоритмов по подобным формулам будет сообщено ниже.

В работе [3] получены формулы для нахождения по функции S преобразования Радона функции f, затем по известным формулам можно восстановить саму функцию f. Другой способ заключается в использовании формул (2) и (4) или (10).

Напомним, как задается действие обобщенной функции $1/x^2$ на основную [7, с. 74]:

$$\langle 1/x^2, \varphi(x)\rangle = \int \frac{\varphi(x) + \varphi(-x) - 2\varphi(0)}{x^2} dx. \qquad (11)$$

В работах [10—12] для построения численных алгоритмов обращения двумерного преобразования Радона используется способ, суть которого заключается в том, что по исходным данным, известным на дискретной решетке, строится аппроксимация, для которой сходится интеграл в правой части равенства (11). Численные эксперименты и обработка реальных данных показывают высокую точность подобных алгоритмов. Этот прием может быть применен и при восстановлении функции трех переменных по интегралам вдоль пространственных прямых, если используются формулы (2) и (4) или (10). Для этого формулу (4) нужно преобразовать к виду, аналогичному формуле (11). Введем обозначения:

$$g(\beta(\varphi, \theta), \lambda) = q(\varphi, \theta, \lambda),$$

$$Q(\varphi, \lambda) = -\frac{1}{2\pi} \int\limits_0^{2\pi} q(\varphi, \theta, \lambda) d\theta.$$

Если $\xi = (0, 0, 1)$, то формулу (4) можно переписать в виде

$$G((0, 0, 1), \lambda) = \int\limits_0^{\pi/2} \frac{\cos\varphi \, Q(\varphi, \lambda)}{(\sin\varphi)^2} d\varphi. \qquad (12)$$

При произвольном ξ для получения формулы типа (12) нужно перейти к сферической системе координат, в которой полюсом является точка ξ. Через $q(\xi, \varphi, \theta, \lambda)$ будем обозначать функцию $q(\varphi, \theta, \lambda)$ в такой системе координат, а через $-2\pi Q(\xi, \varphi, \lambda)$ — ее интеграл по θ, т. е. интеграл от функции $q(\varphi, \theta, \lambda)$ по окружности, лежащей на единичной сфере и в плоскости, перпендикулярной вектору ξ, отстоящей от начала координат на расстояние $\sin\varphi$. В указанных обозначениях формула (4) приводится к виду

$$G(\xi, \lambda) = \int_0^{\pi/2} \frac{\cos\varphi Q(\xi, \varphi, \lambda)}{(\sin\varphi)^2} d\varphi. \tag{13}$$

$$\left\langle \frac{1}{(\sin\varphi)^2}, \alpha(\varphi) \right\rangle = \int_0^{\pi/2} \left(\frac{\alpha(\varphi) + \alpha(-\varphi)}{(\sin\varphi)^2} - \frac{2\alpha(0)}{\varphi^2} \right) d\varphi. \tag{14}$$

Так как $g(\alpha, \lambda) = g(-\alpha, \lambda)$, то $Q(\xi, \varphi, \lambda) = Q(\xi, -\varphi, \lambda)$ и равенство (13) можно записать в виде

$$G(\xi, \lambda) = \frac{1}{2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{\cos\varphi\, Q(\xi, \varphi, \lambda)}{(\sin\varphi)^2} d\varphi.$$

Используя (14), получаем

$$G(\xi, \lambda) = \int_0^{\pi/2} \left[\frac{\cos\varphi\, Q(\xi, \varphi, \lambda)}{(\sin\varphi)^2} - \frac{Q(\xi, 0, \lambda)}{\varphi^2} \right] d\varphi. \tag{15}$$

Различие между равенствами (13) и (15) заключается в том, что в (13) интеграл понимается в смысле аналитического продолжения или обобщенных функций, а интеграл в (15) для достаточно гладких функций Q сходится в обычном смысле, что позволяет его вычислять по дискретным данным. Для построения численных алгоритмов необходимы формулы, связывающие функцию $q(\xi, \theta, \varphi, \lambda)$ с функцией $q(\theta, \varphi, \lambda)$ и вектором ξ.

Пусть D — декартова система координат, задаваемая векторами (1, 0, 0); (0, 1, 0); (0, 0, 1), пусть S — согласованная с D сферическая система. Координаты (ρ, φ, θ) и (x, y, z) связаны соотношениями $x = \rho\cos\theta \cdot \cos\varphi$, $y = \rho\sin\theta \cdot \cos\varphi$, $z = \rho\sin\varphi$, $0 \le \theta \le 2\pi$, $-\pi/2 \le \varphi \le \pi/2$. (Вместо φ часто используют $\varphi_0 = \pi/2 - \varphi$, но в [2] взят угол φ.) Пусть $\xi = (\xi_1, \xi_2, \xi_3)$ — вектор на единичной сфере такой, что $R_{12} = \xi_1^2 + \xi_2^2 = r \ne 0$. Пусть D_ξ — декартова система координат, порожденная векторами $(\xi_1/r, -\xi_2/r, 0)$; $(\xi_3\xi_1/r, \xi_3\xi_2/r, -r)$; (ξ_1, ξ_2, ξ_3). Непосредственной проверкой можно убедиться, что эти векторы образуют правостороннюю прямоугольную систему. Пусть S_ξ — сферическая система, согласованная с D_ξ, $(r_\xi(a), \theta_\xi(a), \varphi_\xi(a))$ — координаты точки a в этой системе. Для любой точки a на единичной сфере $(a, \xi) = \sin\varphi_\xi(a)$, что позволяет формулу (10) записать в виде (13). Для вычисления функции $q(\xi, \varphi, \theta, \lambda)$ по функции $q(\varphi, \theta, \lambda)$ нужно от системы S_ξ перейти к системе D_ξ, т. е. вычислить величины $x = \cos\theta \cdot \cos\varphi$, $y = \sin\theta \cdot \cos\varphi$, $z = \sin\varphi$, затем от системы D_ξ перейти к системе D по формулам

$$x(\xi) = x\xi_2/r + y\xi_1\xi_3/r + z\xi_1,$$

$$y(\xi) = -x\xi_1/r + y\xi_2\xi_3/r + z\xi_2,$$

$$z(\xi) = -yr + z\xi_3.$$

И наконец, от системы D перейти к системе S по формулам

$$\rho^2(\xi) = x^2(\xi) + y^2(\xi) + z^2(\xi); \theta(\xi) = \arcsin(z(\xi)/\rho(\xi));$$

$$\varphi(\xi) = \operatorname{arctg}(y(\xi)/x(\xi)) \text{ при } x(\xi) \neq 0,$$

$$\text{если } x(\xi) = 0, \text{ то } \varphi(\xi) = \pi/2 \text{ при } y(\xi) > 0 \text{ и } \varphi(\xi) = 3\pi/2 \text{ при } y(\xi) < 0.$$

Используя равенство $q(\xi, \varphi, \theta, \lambda) = q(\varphi(\xi), \theta(\xi), \lambda)$ и интегрируя $q(\xi, \varphi, \theta, \lambda)$, получаем функцию $Q(\xi, \varphi, \lambda)$, входящую в равенства (13) и (15).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кириллов А. А. Об одной задаче И. М. Гельфанда // ДАН СССР.—1961.—137, № 2.
2. Tuy H. K. An inversion formula for cone-beam reconstruction& SIAM // J. Appl. Math.—1983.—43, N 3.—P. 546.
3. Гельфанд И. М., Гончаров А. Б. Восстановление финитной функции, исходя из ее интегралов по прямым, пересекающим данное множество точек в пространстве // ДАН СССР.—1986.—290, № 5.
4. Орлов С. С. Теория трехмерной реконструкции. Оператор восстановления // Кристаллография.—1975.—20, № 4.
5. Аниконов Ю. Е. Некоторые методы исследования многомерных обратных задач для дифференциальных уравнений.—Новосибирск: Наука, 1978.
6. Благовещенский А. С. О восстановлении функции по известным интегралам от нее, взятым вдоль линейных многообразий // Мат. заметки.—1986.—39, № 6.
7. Гельфанд И. М., Шилов Г. Е. Обобщенные функции.—М.: Физматгиз, 1959.—Вып. 1: Обобщенные функции и действия над ними.
8. Гельфанд И. М., Граев М. Н., Виленкин Н. Я. Обобщенные функции.—М.: Физматгиз, 1962.—Вып. 5: Интегральная геометрия и связанные с ней вопросы теории представлений
9. Наттерер Ф. Математические аспекты компьютерной томографии.—М.: Мир, 1990.
10. Смирнов К. К., Трофимов О. Е. Восстановление функции по ее интегралам на прямых // Всесоюз. конф. «Автоматизация научных исследований на основе применения ЭВМ»: Тез. докл.—Новосибирск: ИАиЭ СО АН СССР, 1979.
11. Жирнов В. Т., Смирнов К. К., Трофимов О. Е. О численных методах решения задач томографии // Методы и средства обработки изображений.—Новосибирск: ИАиЭ СО АН СССР, 1982.
12. Трофимов О. Е., Тюренкова Л. В. Об одном способе численного восстановления изображения по многоракурсной томограмме.—Новосибирск, 1989.—(Препр. АН СССР, Сиб. отд-ние, ИАиЭ; 440).
13. Семянистый В. И. Однородные функции и некоторые задачи интегральной геометрии в пространствах постоянной кривизны // ДАН СССР.—1961.—136, № 2.

Поступила в редакцию 26 декабря 1990 г.