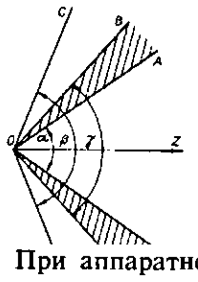

пирамид видимости, подкачки, чистки показано на рис. 3 (AOA' — пирамида видимости, BOB' — пирамида подкачки, COC' — пирамида чистки).

Рассмотренный принцип динамического регулирования позволяет обеспечить загрузку локальной памяти данных необходимой в данный момент информацией, реализовать наиболее полную загрузку памяти, уменьшить поток данных от НМД. В частном случае, если объем локальной памяти данных превышает объем всей базы

При аппаратной реализации принципа возникает вопрос о динамическом распределении памяти данных. Однако рассмотрение этого вопроса выходит за рамки статьи.

ВЫВОД

Повышение производительности ССВО требует качественно нового подхода к взаимодействию с базами данных, а именно: применения специализированного сценарного процессора и введения локальной базы данных с эффективным механизмом ее поддержки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Ковалев А. М., Талныкин Э. А.** Машинный синтез визуальной обстановки // Автометрия.—1984.—№ 4.
2. **Долговесов Б. С.** Архитектура системы отображения трехмерных объектов в реальном времени широкого назначения // Программа и тез. докл. V всесоюз. конф. «Машинная графика 89».— Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1989.
3. **Гусев А. В., Ивашин С. Л., Талныкин Э. А.** Математические модели сцен в синтезирующих системах визуализации реального времени // Автометрия.—1985.—№ 4.
4. **Гусев А. В., Талныкин Э. А.** SDL — язык описания трехмерных сцен в системах динамической машинной графики // Автометрия.—1986.—№ 4.

Поступила в редакцию 15 ноября 1990 г.

УДК 519.219 : 519.237.5

О. А. Степанов

(Ленинград)

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ СТРУКТУРЫ РАЗЛИЧНЫХ АЛГОРИТМОВ СОВМЕЩЕНИЯ ГАУССОВЫХ ПРОЦЕССОВ И ПОЛЕЙ

Рассмотрена структура алгоритма решения общей задачи совмещения зашумленных реализаций гауссовых процессов и полей, основанная на методе максимума функции правдоподобия. Установлена взаимосвязь этого алгоритма с алгоритмами, полученными в предположении наличия точного эталона, и алгоритмами, вытекающими из так называемого метода обобщенной корреляции. Предложен механизм адекватного учета неидеальности эталона при решении задачи совмещения.

Введение. В наиболее общей постановке задача совмещения реализаций процессов может быть сформулирована следующим образом: требуется оценить неизвестный сдвиг Δ по измерениям вида

$$
\begin{aligned}
y(t) &= \psi(t) + \nu(t), \ t \in J_1 = [-T_1, T_1], \\
z(\tau) &= \psi(\tau + \Delta) + \xi(\tau), \ \tau \in J_2 = [-T, T].
\end{aligned}
\tag{1}
$$

В этих соотношениях $\psi(\cdot)$ представляет собой полезный сигнал, определяемый на множествах J_1, J_2; $\nu(\cdot), \xi(\cdot)$ описывают ошибки его измерения, задаваемые, как правило, в виде стационарных случайных процессов. Отличительная черта общей задачи совмещения заключается в том, что наличие ошибок измерения предполагается как для опорных ($\nu(t)$, $t \in J_1$), так и для текущих ($z(\tau), \tau \in J_2$) измерений, т. е., по сути

$$I(\Delta) = \int_{-\infty} w(\Delta - s)\hat{r}_{yz}(s)ds, \tag{2}$$

где $w(\Delta - s)$ — весовая функция, которой соответствует частотная характеристика $H_w(j\omega)$;

$$\hat{r}_{yz}(s) = \frac{1}{2T}\int_{-T}^{T} y(u + s)z(u)du \tag{3}$$

— выборочная взаимно корреляционная функция. Многочисленные варианты алгоритмов, предложенные в рамках метода обобщенной корреляции, порождены различным видом частотных характеристик $H_w(j\omega)$ [1—3]. Существенно, что выбор этих характеристик осуществляется, исходя из стремления снизить влияние на точность определения Δ ошибок как $\nu(t)$, так и $\xi(\tau)$. При этом руководствуются различного рода интуитивными соображениями. Так, например, если полагать ψ стационарным процессом и поставить задачу максимизировать отношение математического ожидания квадрата экстремального значения $I(\Delta)$ к величине дисперсии $I(\Delta)$, то в этом случае, как показано в [2], H_w определяется в виде

$$H_w(j\omega) = \frac{S_\psi(\omega)}{S_y(\omega)S_z(\omega) - S_\psi^2(\omega)}, \tag{4}$$

где S_i, $i = \psi, y, z$, — спектральные плотности, соответствующие процессам $\psi(\cdot)$, $y(\cdot)$, $z(\cdot)$.

Задача совмещения процессов легко обобщается и на случай совмещения двумерных полей, при этом также используется метод обобщенной корреляции [3, 4]. В целях упрощения основное изложение материала настоящей работы осуществляется применительно к задаче совмещения процессов, и в заключение обсуждаются достаточно очевидные обобщения на случай совмещения двумерных полей.

Помимо рассмотренного класса задач совмещения зашумленных реализаций процессов и полей, существует другая группа задач. Отличительная особенность ее заключается в том, что вместо измерений (1) предполагается наличие идеального опорного измерения (эталона), описывающего поведение поля или процесса в интересующей нас области.

Такое предположение характерно для ряда навигационных задач, и здесь широкое распространение получили методы определения Δ, вытекающие из теории статистического оценивания и опирающиеся на понятия апостериорной плотности и функции правдоподобия [3, 5, 6]. Основой использования этих методов служит предположение об известной зависимости $\psi(t)$, причем учитывается ее в общем случае нелинейный характер. Очевидно, что такие задачи являются частным случаем задачи совмещения двух зашумленных реализаций в предположении $\nu(t) = 0$.

Несмотря на отмеченную связь между двумя группами задач, соотношение между используемыми для их решения алгоритмами должным образом не исследованы. В тех же работах, где предпринимались такие попытки, как правило, при установлении взаимосвязи пренебрегали основным отличием задач, связанным с неидеальностью эталона [3, 5].

В связи с этим представляется целесообразным, опираясь на теорию статистического оценивания, установить связь между алгоритмами, полученными в предположении идеального эталона, и алгоритмами, вытекающими из задачи совмещения зашумленных реализаций, в частности алгоритмами, основанными на методе обобщенной корреляции. Предлагаемая работа посвящена данной проблеме и является продолжением исследований, представленных в [7, 8], где проблема алгоритмов совмещения не затрагивается, а проводится анализ потенциальной точности оценивания Δ.

Анализ структуры алгоритма совмещения, основанного на методе максимума функции правдоподобия. В настоящей работе будем ориентироваться на алгоритм совмещения, соответствующий максимуму функции правдоподобия. Считаем в дальнейшем, что $\psi(\cdot)$, $\nu(\cdot)$, $\xi(\cdot)$ представляют собой центрированные независимые между собой стационарные гауссовы процессы с известными корреляционными функциями $r_l(\cdot)$, $l = \psi, \nu, \xi$. Опираясь на результаты работ [7, 8], нетрудно показать, что для случая дискретных измерений функция правдоподобия может быть представлена в виде

$$f(\bar{z}/\,\bar{y}, \Delta) = \frac{\exp\left\{-\frac{1}{2}\sum_{\nu=-m}^{m}\sum_{j=-m}^{m}(z_j - \hat{\psi}(\tau_j+\Delta))q_{j\nu}(\Delta)(z_\nu - \hat{\psi}(\tau_\nu+\Delta))\right\}}{\left|R_\Sigma(\Delta)\right|^{1/2}}, \quad (5)$$

где

$$\bar{y}^T = \left\{y(t_i)\right\},\ \bar{z}^T = \left\{z(\tau_j)\right\},\ j = -\overline{m, m},\ i = -\overline{n, n};$$

$\hat{\psi}(\tau_j + \Delta)$, $j = -\overline{m, m}$, — оптимальная оценка $\psi(\tau_j + \Delta)$ по измерениям $\bar{y}$ при фиксированном Δ; $q_{j\nu}(\Delta)$ — элементы матрицы, обратной $R_\Sigma(\Delta)$, определяемой как

$$R_\Sigma(\Delta) = R_\xi + P(\Delta), \quad (6)$$

$$R_\xi = \left\{r_\xi(\tau_j - \tau_\nu)\right\},\ j, \nu = -\overline{m, m}, \quad (7)$$

$P(\Delta)$ — матрица ковариаций ошибок оптимального оценивания:

$$\varepsilon(\tau_j + \Delta) = \psi(\tau_j + \Delta) - \hat{\psi}(\tau_j + \Delta). \quad (8)$$

Поскольку нас интересует взаимосвязь алгоритмов, вытекающих из теории статистического оценивания, с корреляционными алгоритмами, будем при переходе к непрерывным измерениям полагать выполненными традиционно используемые в рамках метода обобщенной корреляции предположения о малости интервалов корреляции по сравнению с интервалами наблюдения [1, 2], т. е.

$$\tau_l << T,\ T_1,\ l = \psi, \xi, \nu. \tag{9}$$

В этих условиях в случае, когда истинное положение текущего фрагмента располагается внутри области задания опорного фрагмента, можно считать, что свойства ошибки $\varepsilon(\tau + \Delta)$ от Δ не зависят. Отсюда с использованием результатов работы [8] нетрудно показать, что максимизация критерия (5) для случая непрерывных измерений будет эквивалентна максимизации критерия вида

$$I(\Delta) = -\int_{-T}^{T}\int_{-T}^{T}(z(\tau)-\hat{\psi}(\tau + \Delta))\, q(\tau, \tau')(z(\tau')-\hat{\psi}(\tau' + \Delta))\, d\tau d\tau', \tag{10}$$

где оптимальная оценка $\hat{\psi}(t)$ определяется соотношением

$$\hat{\psi}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h_\psi(t-t')y(t')\, dt', \tag{11}$$

в котором импульсная характеристика $h_\psi(t-t')$ удовлетворяет уравнению

$$r_\psi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h_\psi(t-t')\,(r_\psi(t') + r_\nu(t'))\, dt'. \tag{12}$$

Функция $q(\tau, \tau')$ в выражении (10), в свою очередь, задается уравнением

$$\int_{-T}^{T} q(\tau, \tau') r_\Sigma(\tau' - u) d\tau' = \delta(\tau - u), \tag{13}$$

где

$$r_\Sigma(\tau) = r_\xi(\tau) + r_\varepsilon(\tau), \tag{14}$$

$$r_\varepsilon(\tau) = r_\psi(\tau) - \int_{-\infty}^{\infty} h_\psi(\tau - t) r_\psi(t) dt. \tag{15}$$

Выражение (15) определяет корреляционную функцию ошибки оптимального оценивания $\varepsilon(\tau)$. Наличие предположений (9) позволяет в (10) функцию $q(\tau, \tau')$ в области значений $\tau, \tau' \in J_2$ заменить ее аппроксимацией $q(\tau - \tau')$, которая получается как решение уравнения (13) при $T = \infty$. В этом случае можно показать, что для преобразования Фурье $S_q(\omega)$ для функции $q(\tau)$ будет справедливо выражение

$$S_q(\omega) = \frac{S_\psi(\omega) + S_\nu(\omega)}{S_\xi(\omega)(S_\psi(\omega) + S_\nu(\omega)) + S_\nu(\omega) S_\psi(\omega)}. \tag{16}$$

Представим измерения z в виде

$$z(\tau) = \hat{\psi}(\tau + \Delta) + \Sigma(\tau). \tag{17}$$

Здесь

$$\Sigma(\tau) = \varepsilon(\tau) + \xi(\tau).$$

Анализ соотношений (10), (17) показывает, что процедуру совмещения двух зашумленных реализаций, основанную на методе максимума правдоподобия, можно условно разделить на два этапа. На первом этапе формируется «эталон» в виде оптимальной оценки $\hat{\psi}(\tau + \Delta)$ и определяются свойства ошибки оптимального оценивания, задаваемые с помощью $r_\varepsilon(\tau)$. Второй этап совмещения сводится непосредственно к определению Δ по измерениям (17) путем отыскания Δ, максимизирующего критерий (10). Отсюда также становится понятной связь алгоритмов совмещения зашумленных реализаций с алгоритмами, получаемыми в предположении идеального эталона. Действительно, в случае идеального эталона, т. е. при $\nu(t) = 0$, следует в измерениях (17) заменить $\hat{\psi}(\tau + \Delta)$ на $\psi(\tau + \Delta)$, положить $\varepsilon(\tau) = 0$, а в критерии (10) подставить функцию $q(\tau, \tau')$ или $q(\tau - \tau')$, удовлетворяющую уравнению (13) при $r_\varepsilon = 0$.

Связь с алгоритмами метода обобщенной корреляции. Полагая $q(\tau, \tau') \approx q(\tau-\tau')$, с учетом симметричности $q(\tau - \tau')$ нетрудно показать, что максимизация критерия (10) будет эквивалентна максимизации выражения

$$I_1(\Delta) = \frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}\int_{-T}^{T} z(\tau)q(\tau - \tau')\hat{\psi}(\tau' + \Delta)d\tau d\tau'.$$

Введем

$$\tilde{\psi}(\tau + \Delta) \triangleq \int_{-\infty}^{\infty} q(\tau + \Delta - u)\hat{\psi}(u). \quad (18)$$

Будем полагать, что при сделанных предположениях справедливо приближение

$$\int_{-T}^{T} q(\tau - \tau')\hat{\psi}(\tau' + \Delta)d\tau' \approx \tilde{\psi}(\tau + \Delta), \quad (19)$$

тогда для $I_1(\Delta)$ можно записать

$$I_1(\Delta) \approx \frac{1}{2T}\int_{-T}^{T} \tilde{\psi}(\tau + \Delta)z(\tau)d\tau. \quad (20)$$

С учетом выражений (11), (19) имеем

$$\tilde{\psi}(\tau + \Delta) = \int_{-\infty}^{\infty} \chi(\tau + \Delta - \nu)y(\nu)d\nu, \quad (21)$$

где

$$\chi(\tau + \Delta - \nu) = \int_{-\infty}^{\infty} h_\psi(u - \nu)q(\tau + \Delta - u)du =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} h_\psi(s)q(\tau + \Delta - u - s)ds. \quad (22)$$

Принимая во внимание соотношения (21), (22), с помощью замены переменных и изменения порядка интегрирования представление (20) для $I_1(\Delta)$ может быть записано в виде

$$I_1(\Delta) = \int_{-\infty}^{\infty} \chi(\Delta - s)\hat{r}_{yz}(s)ds, \tag{23}$$

$\hat{r}_{yz}(s)$ задается выражением (3).

С учетом соотношений (12), (16), (22) частотная характеристика, соответствующая функции $\chi(\cdot)$, будет определяться следующим образом:

$$H_\chi(j\omega) = \frac{S_\psi(\omega)}{S_\psi(\omega)(S_\xi(\omega) + S_\nu(\omega)) + S_\xi(\omega)S_\nu(\omega)}. \tag{24}$$

Сравнение выражений (2) и (23) показывает, что критерий (23) совпадает по форме с критерием метода обобщенной корреляции. Если $H_w(j\omega)$ удовлетворяет соотношению (4), то в этой ситуации имеем полное совпадение критериев.

Следует заметить, что факт совпадения одного из алгоритмов метода обобщенной корреляции с алгоритмом, соответствующим максимуму функции правдоподобия, ранее уже был установлен [9, 10]. При получении этого результата в [9, 10] осуществлялся переход от исходных измерений к их преобразованиям по Фурье. Здесь этот переход не требуется, что позволяет не только установить сам факт совпадения, но и выявить связь с другими алгоритмами, предполагающими обработку исходных, а не преобразованных измерений.

Обобщение на случай двумерных задач. Как уже отмечалось, полученные результаты легко обобщаются на случай решения задачи совмещения полей. Действительно, пусть осуществляются измерения полей

$$y(t_1, t_2) = \psi(t_1, t_2) + \nu(t_1, t_2), \tag{25}$$

$$z(\tau_1, \tau_2) = \psi(\tau_1 + \Delta_1, \tau_2 + \Delta_2) + \xi(\tau_1, \tau_2), \tag{26}$$

$$t_1, t_2 \in J_1, \quad \tau_1, \tau_2 \in J_2,$$

и по этим измерениям требуется оценить Δ_1, Δ_2. Полагая ψ, ν, ξ — однородными гауссовыми независимыми между собой полями с заданными корреляционными функциями, по аналогии с предыдущим нетрудно показать, что задача оценивания Δ_1, Δ_2 по измерениям (25), (26) эквивалентна задаче оценивания Δ_1, Δ_2 по измерениям

$$z(\tau_1, \tau_2) = \hat{\psi}(\tau_1 + \Delta_1, \tau_2 + \Delta_2) + \varepsilon(\tau_1, \tau_2) + \xi(\tau_1, \tau_2). \tag{27}$$

Здесь оптимальная оценка $\hat{\psi}(\tau_1 + \Delta_1, \tau_2 + \Delta_2)$ задается соотношением

$$\hat{\psi}(\tau_1 + \Delta, \tau_2 + \Delta) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} h_\psi(t_1 - t_1', t_2 - t_2')y(t_1, t_2)dt_1dt_2,$$

в котором частотная характеристика, соответствующая h_ψ, имеет вид

$$H_\psi(\omega_1, \omega_2) = \frac{S_\psi(\omega_1, \omega_2)}{S_\psi(\omega_1, \omega_2) + S_\nu(\omega_1, \omega_2)}.$$

Спектральная плотность ошибки оптимального оценивания определяется следующим образом:

$$S_\varepsilon(\omega_1, \omega_2) = \frac{S_\nu(\omega_1, \omega_2)S_\psi(\omega_1, \omega_2)}{S_\psi(\omega_1, \omega_2) + S_\nu(\omega_1, \omega_2)}.$$

В этих соотношениях ω_1, ω_2 — компоненты вектора пространственных частот.

Нетрудно заметить, что и в этом случае задача совмещения также может быть условно разделена на два этапа: определение характеристик эталона и последующее решение задачи оценивания Δ_1, Δ_2 по измерениям (27). Если отыскивается оценка, соответствующая методу максимума функции правдоподобия, то выражение для минимизируемого критерия будет иметь вид четырехкратного интеграла типа (10). По аналогии с предыдущим нетрудно установить связь этого алгоритма с алгоритмами метода обобщенной корреляции, который применительно к двумерным изображениям используется, например, в [3, 4].

Заключение. Таким образом, в работе проанализирована структура алгоритма решения общей задачи совмещения зашумленных реализаций гауссовых процессов и полей, основанная на использовании метода максимума функции правдоподобия. Показано, что в этом алгоритме можно условно выделить два основных этапа: определение характеристик эталона и последующее решение нелинейной задачи оценивания сдвига по измерениям типа (17), (27). Предложенное разбиение процедуры совмещения позволило выявить механизм адекватного учета неидеальности эталона, т. е. отсутствия известной зависимости $\psi(\tau)$. Сущность этого механизма заключается в том, что при решении задачи оценивания Δ неизвестная функция $\psi(\tau + \Delta)$ заменяется соответствующей зависимостью $\hat{\psi}(\tau + \Delta)$ для оптимальной оценки значений поля, полученной по измерениям y. Факт такой замены учитывается при решении задачи оценивания Δ путем дополнительного введения в выражение для текущих измерений ошибок оптимальных оценок $\varepsilon(\tau)$. Следует заметить, что именно пренебрежение неидеальностью эталона наиболее характерно для ряда работ, в которых без должного на то обоснования при решении общей задачи совмещения используются алгоритмы, разработанные для случая идеального эталона [11].

Полученные результаты позволяют понять место предложенных в [5, 6, 11] алгоритмов в контексте решения общей задачи совмещения зашумленных реализаций. По сути эти алгоритмы направлены на решение второго этапа задачи и обеспечивают строгое ее решение лишь для частного случая идеального эталона. С учетом этого может быть рассмотрен вопрос о возможности использования опыта, накопленного при разработке таких алгоритмов при решении общей задачи совмещения.

Кроме того, в работе без перехода к преобразованным по Фурье измерениям установлена связь алгоритмов, вытекающих из метода обобщенной корреляции, с алгоритмом, основанным на максимизации функции правдоподобия. В частности, показано, что при выполнении ряда предположений эти алгоритмы совпадают. Отсюда следует одно достаточно интересное с точки зрения сопоставления алгоритмов свойств оценок, максимизирующих функцию правдоподобия. Суть его заключается в том, что эти оценки максимизируют отношение квадрата экстремального значения критерия типа (2) к величине его дисперсии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Carter G. C. Time delay estimator for passive sonar signal processing // Trans. IEEE.—1981.—ASSP-29, N 3.—P. 463.
2. Hassab J. C., Boucher R. E. Optimum estimation of time delay by a generalized correlation // Trans. IEEE.—1979.—ASSP-27, N 4.—P. 613.
3. Баклицкий В. К., Бочкарев А. М., Мусьяков М. П. Методы фильтрации сигналов в корреляционно-экстремальных системах навигации.—М.: Радио и связь, 1986.
4. Steding T. L., Smith F. W. Optimum filters for image registration // Trans. IEEE.—1979.—AES-15, N 6.—P. 849.

5. Красовский А. А., Белоглазов И. П., Чигин Г. П. Теория корреляционно-экстремальных систем.—М.: Наука, 1979.
6. Дмитриев С. П. Высокоточная морская навигация.—Л.: Судостроение, 1990.
7. Степанов О. А. Предельно достижимая точность совмещения гауссовых изображений // Автометрия.—1990.—№ 5.
8. Степанов О. А. Предельно достижимая точность совмещения гауссовых процессов в корреляционно-экстремальных системах // АиТ.—1991.—№ 3.
9. Hahn W. R., Tretter S. A. Optimum processing for delay-vector estimation in passive signal arrays // Trans. IEEE.—1973.—IT-19, N 5.—P. 608.
10. Kwapp C. H., Carter G. C. The generalized correlation method for estimation of time delay // Trans. IEEE.—1976.—ASSP-24, N 4.—P. 320.
11. Буймов А. Г. Корреляционно-экстремальная обработка изображений.—Томск: ТГУ, 1987.

Поступила в редакцию 17 июля 1990 г.

УДК 517

О. Е. Трофимов

(Новосибирск)

К ЗАДАЧЕ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ФУНКЦИИ ТРЕХ ПЕРЕМЕННЫХ ПО ЕЕ ИНТЕГРАЛАМ ВДОЛЬ ПРЯМЫХ, ПЕРЕСЕКАЮЩИХ ЗАДАННУЮ КРИВУЮ

Рассматривается задача трехмерной томографической реконструкции (задача восстановления функции трех переменных по ее интегралам вдоль прямых, пересекающих заданную пространственную кривую). Для функции, входящей в формулу обращения Кириллова — Туя, дано выражение в виде свертки, позволяющее строить эффективные численные алгоритмы.

В компьютерной рентгеновской томографии трехмерный объект представляется обычно в виде набора тонких срезов. Для восстановления плотности среза решается задача обращения двумерного преобразования Радона. Для исследования ряда объектов более естественной является другая схема, когда источник излучения движется по некоторой пространственной кривой. Каждой точке кривой соответствует конус лучей, проходящих через эту точку. Исходными данными являются данные об ослаблении излучения при прохождении через объект. Математически задача ставится как задача восстановления функции трех переменных по интегралам вдоль прямых, проходящих через заданную кривую. Решению этой задачи для различных классов функций и для различных типов кривых посвящены работы [1—6].

В [2] получена формула обращения для функций, имеющих финитный носитель, и для кривых, удовлетворяющих определенным условиям. Главным в этих условиях является то, что любая плоскость, пересекающая объект, пересекает кривую, по которой движется источник. Пример кривой, удовлетворяющей условиям [2], — совокупность двух единичных окружностей, лежащих во взаимно перпендикулярных плоскостях. Однако построение численных алгоритмов непосредственно на основании формулы, приведенной в [2], затруднительно (см. [9], с. 201). Дело, в частности, в том, что формула обращения основана на преобразовании Фурье от функции, получаемой из исходных данных, причем преобразование Фурье понимается в смысле обобщенных функций, а преобразование Фурье в обычном смысле может не существовать. В настоящей работе приводятся выражения для используемого преобразования Фурье, позволяющие при построении численных алгоритмов применять метод,