и последующего интегрирования во времени получаем выходной сигнал, равный

$$U(\omega_x, \omega_y) \sim \int_0^T |E_{\Phi1} + E_{\Phi2}|^2 dt =$$

$$= \{|\Phi_1(\omega_y)|^2 + |\Phi_2(\omega_x)|^2 + 2\,\mathrm{Re}\left[\Phi_1(\omega_y)\Phi_2^*(\omega_x)\exp(jC\omega_y)\right]\} \int_0^T |s(t)|^2 dt,$$

где T — время накопления сигнала. За счет вторичной обработки можно выделить последний член суммы

$$U_3(\omega_x, \omega_y) \sim 2\mathrm{Re}\,[\Phi_1(\omega_y)\Phi_2(\omega_x)\exp(jC\omega_y)] \int_0^T |s(t)|^2 dt.$$

Положение максимума двумерного распределения $U_3(\omega_x, \omega_y)$ соответствует положению источника сигнала в зоне обзора, две угловые координаты которого могут быть определены.

При наличии нескольких источников сигналов в выходной плоскости имеется несколько максимумов распределения $U_3(\omega_x, \omega_y)$, что позволяет, используя соответствующую вычислительную технику, в реальном масштабе времени определять координаты этих источников.

Следует отметить, что при этом появляются дополнительные, ложные максимумы, находящиеся на пересечении диаграмм направленности двух антенн от разных источников сигналов. Однако величина этих максимумов, пропорциональная кросс-корреляции сигналов, существенно меньше величины основных максимумов, пропорциональных автокорреляциям сигналов.

Нами проводилось теоретическое исследование таких параметров устройства, как динамический диапазон и отношение сигнал/шум. Было показано, что динамический диапазон данной схемы выше, чем у известных схем с интегрированием во времени из-за локализации на поверхности фотоприемника максимумов, соответствующих разным сигналам. Увеличивается также и отношение сигнал/шум по сравнению с одноканальными схемами, что связано с когерентным сложением сигналов от всех каналов модуляторов при некогерентном сложении шумов.

Таким образом, рассмотренная система может быть использована для обработки сигналов ортогональных антенных решеток, позволяя осуществлять в реальном масштабе времени обзор пространства по двум координатам.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Воскресенский Д. И., Гринев А. Ю., Воронин Е. Н.** Радиооптические антенные решетки.— М.: Радио и связь, 1986.
2. **Катков Б. Г., Сипегубов Н. Н.** Отношение сигнал/шум на выходе акустооптоэлектронного корреляционного процессора обработки сигналов многоэлементных антенных решеток // Радиоэлектроника.— 1990.— № 1.
3. **Высоцкий М. Г., Каасик В. П., Рогов С. А.** Многоэлементные акустооптоэлектронные устройства с пространственно-временным интегрированием для обработки сигналов антенных решеток // Тез. докл. Всесоюз. конф. «Оптико-электронные измерительные устройства и системы».— Томск: Радио и связь, 1989.— Ч. II.
4. **Ламберт, Арм, Аймет.** Электронно-оптическая обработка сигналов в фазированных антенных решетках // Зарубеж. радиоэлектрон.— 1968.— № 8.

Поступило в редакцию 17 августа 1990 г.

УДК 534.282

В. К. СЕМЕНЫЧЕВ, А. Н. ТЫРСИН

(Куйбышев)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ИСПЫТАТЕЛЬНЫХ ГАРМОНИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ НА ОСНОВЕ РАЗНОСТНЫХ СХЕМ

При анализе дефектов линейных и линеаризуемых динамических, в частности механических, систем широко используют испытательный гармонический сигнал [1—3]. Измеряя отношение амплитуд и фазовый сдвиг сигналов отклика и воздействия в анализируемом диапазоне частот, оценивают амплитудно-частотную (АЧХ) и фазочастотную (ФЧХ) характеристики систем.

Определение параметров сигналов известными аппаратными и программными средствами недостаточно эффективно по точности и быстродействию [1—5]. Так, измерение амплитуд и фазового сдвига сигналов (последнее обычно использует моменты прохождения нулевого уровня) затруднено в условиях, имеющих часто место на практике, полиномиальных, гармонических и высокочастотных помех. За исключением довольно сложных и недостаточно точных методов [4, 5], ограничено также и быстродействие определения параметров сигналов. После подачи гармонического воздействия на исследуемую систему в течение нескольких периодов колебаний ожидают выхода отклика на установившийся режим. Затем также на нескольких периодах колебаний производят определение параметров сигналов.

Рассматриваемое в статье решение использует дискретно совпадающие модели сигналов в виде разностных схем и может быть интерпретировано как модификация методов обработки данных на основе моделей авторегрессии [6—8].

Начнем с наиболее простого, «классического» случая воздействия в виде синусоиды с амплитудой A, частотой ω и фазой φ на момент начала анализа

$$x(t) = A \sin(\omega t + \varphi) \tag{1}$$

и установившегося отклика с амплитудой B и фазой ψ

$$y(t) = B \sin(\omega t + \psi). \tag{2}$$

Для равномерно дискретизированных отсчетов $x_k = x(k\Delta)$ сигнала (1) справедлива, как легко показать, разностная схема

$$x_k = \lambda_1 x_{k-1} - x_{k-2}, \tag{3}$$

где $\lambda_1 = 2\cos\omega\Delta$; $k > 1$; Δ — период дискретизации.

Определив по трем отсчетам x_k из соотношения (3) коэффициент λ_1, частоту ω вычислим по формуле

$$\omega = \frac{1}{\Delta} \arccos \frac{\lambda_1}{2}. \tag{4}$$

Запишем далее отсчеты сигнала (1) в виде

$$x_k = A_1 \sin \omega k\Delta + A_2 \cos \omega k\Delta. \tag{5}$$

Здесь $A_1 = A\cos\varphi$, $A_2 = A\sin\varphi$.

Информативные параметры A, φ выразим из (5) через коэффициенты A_1, A_2 по формулам

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}, \tag{6}$$

$$\varphi = \operatorname{sign}\left(\arcsin\frac{A_2}{A}\right) \arccos\frac{A_1}{A}. \tag{7}$$

Из формул (5)—(7) видим, что определение амплитуды A и фазы φ предполагает задание в (5) не менее двух различных моментов времени $k\Delta$ для расчета коэффициентов A_1 и A_2 из соответствующей системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) 2-го порядка.

Аналогично вычислим амплитуду B и фазу ψ сигнала (2), после чего найдем значения АЧХ и ФЧХ анализируемой системы на частоте ω [9].

Практически важна возможность учета неслучайных типов помех, например аддитивной полиномиальной помехи, т. е. рассмотрение сигнала

$$y_k = B\sin(\omega k\Delta + \psi) + \sum_{n=0}^{M} a_n (k\Delta)^n. \tag{8}$$

Легко показать, что для сигнала, моделируемого выражением (8), будет справедлива разностная схема (3), но записанная не для отсчетов y_k, а для их разностей $(M+1)$-го порядка. По аналогии с предыдущим для определения параметров B, ψ составляется СЛАУ, но уже $(M+3)$-го порядка, неизвестными коэффициентами в которой являются $B_1 = B\cos\psi$, $B_2 = B\sin\psi$, a_n, $n = 0, 1, \ldots, M$.

Другая распространенная аддитивная помеха — синусоида с амплитудой C, начальной фазой γ и частотой ν. При этом анализируется сигнал вида

$$y_k = B\sin(\omega k\Delta + \psi) + C\sin(\nu k\Delta + \gamma), \tag{9}$$

для которого справедливо уравнение

$$y_k = \lambda_2(y_{k-1} + y_{k-3}) - \lambda_3 y_{k-2} - y_{k-4}, \tag{10}$$

где $\lambda_2 = 2(\cos\omega\Delta + \cos\nu\Delta)$, $\lambda_3 = 2 + 4\cos\omega\Delta\cos\nu\Delta$, $k > 3$.

При этом область допустимых значений коэффициентов λ_2, λ_3 в разностной схеме (10) удовлетворяет следующей системе неравенств:

$$\begin{cases} -4 < \lambda_2 < 4, \\ -2 < \lambda_3 < 6, \\ \lambda_2^2 < 2\lambda_3 < 4 + \lambda_2^2, \\ 4\lambda_3 - \lambda_2^2 \neq 8. \end{cases} \tag{11}$$

После задания в (10) двух различных значений k, определения коэффициентов λ_2, λ_3 решением соответствующей СЛАУ 2-го порядка вычислим частоты ω, ν по формулам

$$\omega = \frac{1}{\Delta} \arccos \frac{\lambda_2 - \sqrt{\lambda_2^2 - 4\lambda_3 + 8}}{4};$$

$$\nu = \frac{1}{\Delta} \arccos \frac{\lambda_2 + \sqrt{\lambda_2^2 - 4\lambda_3 + 8}}{4}.$$

При добавлении в (9) полиномиального тренда M-й степени можно воспользоваться разностной схемой (10) в разностях $(M+1)$-го порядка отсчетов y_k. Аналогична предыдущему и возможность определения параметров B, ψ после подстановки рассчитанных значений ω и ν в модель (9).

Для получения разностных схем (3), (10) и других, рассматриваемых ниже, применялось z-преобразование к отсчетам данных, группировка подобных членов в области изображения и последующий возврат в область оригиналов [7].

Целесообразно рассмотрение и распространенных мультипликативных помех таких, как гармоническая и амплитудная модуляция. При гармонической модуляции процесс $y(t)$ имеет вид

$$y_k = B \sin(\omega k\Delta + \psi) \sin(\nu k\Delta + \gamma), \tag{12}$$

а при полиномиальной модуляции сигнал $y(t)$ задается как

$$y_k = (B + Ck\Delta) \sin(\omega k\Delta + \psi). \tag{13}$$

Можно показать справедливость разностной схемы (10) для моделей (12), (13), причем для модели (12) коэффициенты λ_2, λ_3 равны:

$$\lambda_2 = 2[\cos(\omega - \nu)\Delta + \cos(\omega + \nu)\Delta],$$

$$\lambda_3 = 2 + 4\cos(\omega - \nu)\Delta \cos(\omega + \nu)\Delta,$$

а для модели (13) они определяются формулами

$$\lambda_2 = 4\cos\omega\Delta, \ \lambda_3 = 2 + 4\cos^2\omega\Delta.$$

Область допустимых значений коэффициентов λ_2, λ_3 модели (12) та же, что и для модели (9), т. е. эти модели не могут быть расклассифицированы по значениям коэффициентов λ_2, λ_3 и следует использовать априорные сведения о физическом характере помехи.

Для модели (13) коэффициенты разностной схемы удовлетворяют системе неравенств

$$\begin{cases} -4 < \lambda_2 < 4, \\ 2 < \lambda_3 < 6, \\ 4\lambda_3 - \lambda_2^2 = 8. \end{cases} \tag{14}$$

Видим, что области допустимых значений коэффициентов λ_2, λ_3, удовлетворяющие системам неравенств (11), (14), не пересекаются, поэтому по ним можно осуществлять классификацию моделей (9), (12) и (13).

На той же теоретической основе возможен учет одновременно аддитивной и мультипликативной помех указанных видов и амплитудной модуляции.

Период дискретизации Δ, согласно теореме Котельникова, ограничен половиной периода колебаний T. Задавая его меньше чем $T/2N$ (N — количество отсчетов, используемых при вычислении параметров сигнала), получим возможность реализации метода на доле периода колебаний.

Итак, информативные параметры могут быть определены на доле периода колебаний и без привязки к переходу сигналов через нулевое значение, как в [4, 5], или к амплитудному значению.

При необходимости дальнейшего повышения быстродействия метода можно использовать переходный режим в анализируемой линейной или линеаризуемой динамической системе с показателем затухания α и резонансной частотой ω_p. В этом случае имеем отклик

$$y_k = B \sin(\omega k\Delta + \psi) + De^{-\alpha k\Delta} \sin(\omega_p k\Delta + \beta), \tag{15}$$

которому соответствует разностная схема

$$y_k = \lambda_4 y_{k-1} - \lambda_5 y_{k-2} + \lambda_6 y_{k-3} - \lambda_7 y_{k-4}, \tag{16}$$

где $\lambda_4 = 2(\cos\omega\Delta + e^{-\alpha\Delta}\cos\omega_p\Delta)$,

$\lambda_5 = 1 + 4e^{-\alpha\Delta}\cos\omega\Delta\cos\omega_p\Delta + e^{-2\alpha\Delta}$,

$\lambda_6 = 2e^{-\alpha\Delta}(\cos\omega_p\Delta + e^{-\alpha\Delta}\cos\omega\Delta)$,

$\lambda_7 = e^{-2\alpha\Delta}$.

Составляя и решая соответствующую (16) СЛАУ, найдем коэффициенты λ_4, λ_5, λ_6, λ_7 и определим информативные параметры ω, α, ω_p по формулам

$$\omega := \frac{1}{\Delta} \arccos \frac{\lambda_6 - \lambda_4}{2(\lambda_7 - 1)},$$

$$\alpha = -\frac{1}{2\Delta} \ln \lambda_7,$$

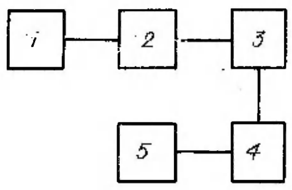
$$\omega_p = \frac{1}{\Delta} \arccos \frac{\lambda_4 \lambda_7 - \lambda_6}{2\sqrt{\lambda_7}(\lambda_7 - 1)}.$$

Затем, подставляя найденные значения параметров ω, α, ω_p в формулу (15), получим аналогично предыдущему СЛАУ для определения B и ψ.

Учет гармонической или полиномиальной помехи в этом случае увеличивает порядок СЛАУ, соответствующих формулам (15), (16), до шестого, подводя метод, как показали исследования, к границе вычислительной устойчивости.

Выше в качестве помех были рассмотрены типовые детерминированные сигналы. В реальных условиях, наряду с ними, в анализируемом процессе присутствует высокочастотный шум за счет измерительного тракта и возможная нестабильность параметров полезного сигнала. Эффективным средством повышения помехоустойчивости полученных решений в этом случае является, как показано в [7], энергетическое (среднеквадратическое) приближение отсчетов заданной моделью при определении коэффициентов соответствующих разностных схем и параметров моделей.

Работоспособность полученных решений была проверена на испытательном стенде в отраслевой лаборатории «Вибрационная прочность и надежность авиационных изделий» Куйбышевского авиационного института. Функциональная схема стенда изображена на рисунке. Стенд состоит из вибрационной электродинамической установки УВЭ-10/5000 *1*, одномассовой линейной механической системы *2*, датчика *3*, закрепленного на механической системе, модуля ввода сигналов *4* в ЭВМ и мини-ЭВМ СМ-1 *5*. Вибрационная установка возбуждает гармоническое воздействие на механическую систему, отклик которой поступает в ЭВМ, где вычисляются искомые информативные характеристики по программам, реализующим рассмотренные в статье решения.



При построении на основе соотношений (1)—(7) АЧХ и ФЧХ анализируемой механической системы при длительности каждой из реализаций процессов $x(t)$, $y(t)$, не превышающей двух-трех периодов колебаний, относительная погрешность определения частоты и амплитуды не превышает соответственно 1 и 2,5 %. Для случая переходного процесса, моделируемого формулой (15), при длительности реализации колебаний $t = 0{,}04$ с. периоде дискретизации $\Delta = 0{,}0008$ с погрешности определения частоты и амплитуды не превышают соответственно 1,8 и 3,7 %.

ВЫВОДЫ

Разработан и экспериментально апробирован метод оперативного определения параметров испытательных гармонических сигналов.

Метод позволяет учитывать ряд типовых мультипликативных и аддитивных помех, обеспечивая тем самым большую помехозащищенность измерения параметров.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Добрынин С. А., Фельдман М. С., Фирсов Г. И.** Методы автоматизированного исследования вибрации машин.— М.: Машиностроение, 1987.
2. **Ленк А., Ренитц Ю.** Механические испытания приборов и аппаратов.— М.. Машиностроение, 1976.
3. **Деч А. М.** Методы идентификации динамических объектов.— М.: Энергия, 1979.
4. **Угольков В. Н., Коршунова И. Д.** Погрешности определения фазового сдвига гармонических сигналов по дискретно-квантовым выборкам за время менее периода // Метрология.— 1983.— № 12.
5. **Угольков В. Н., Мешков В. П.** Методы измерения амплитуды гармонического сигнала за время менее периода // Метрология.— 1984.— № 8.
6. **Пандит, Сузуки, Канг.** Использование систем, определяемых наблюдаемыми данными, для диагностического анализа вибраций // Тр. Амер. об-ва инженеров-механиков. Сер. Конструирование и технология машиностроения.— 1980.— 102, № 2.
7. **Семенычев В. К.** Оценка параметров импульса Берлаге на основе разностных схем // Дефектоскопия.— 1988.- № 5.
8. **Семенычев В. К., Зотеев В. Е.** Определение параметров затухающих колебаний на основе разностных схем // Проблемы прочности.— 1988.— № 12.
9. **Семенычев В. К., Тырсин А. Н.** Способ определения динамических характеристик лопаток ГТД на переходных режимах // Вибрационная прочность и надежность двигателей и систем летательных аппаратов.— Куйбышев: Куйб. авиац. ин-т, 1989.

Поступило в редакцию 6 февраля 1990 г.