УДК 621.391

В. С. КИРИЧУК, А. И. ПУСТОВСКИХ
(Новосибирск)

К ВОПРОСУ ОЦЕНИВАНИЯ СТАЦИОНАРНОЙ ЧАСТИ ФОНА

В [1] предложены два способа прецизионного (с точностью выше пространственного дискрета) оценивания фона по серии изображений для частного случая геометрических искажений — сдвига по координатам X, Y. В данной работе рассмотрена более общая модель, в которой допускаются сдвиг, малый поворот и малое изменение масштаба.

Пусть заданы n изображений $D_1, \ldots, D_n$ одной и той же сцены, полученные со смещением координат, поворотом и изменением масштаба относительно базового n-го изображения:

$$D_l(x_l(i, j), y_l(i, j)) = F(x_l(i, j), y_l(i, j)) + Z_l(i, j), \quad l = 1, n-1, \quad (1)$$
$$D_n(i, j) = F(i, j) + W(i, j) + Z_n(i, j),$$
$$x_l(i, j) = \varepsilon_l + i + p_l i - q_l j,$$
$$y_l(i, j) = \delta_l + j + p_l j + q_l i,$$

где F — стационарная часть сигнала; ε_l, δ_l — смещение l-го кадра в момент регистрации; $p_l = m_l \cos\varphi_l - 1$; $q_l = m_l \sin\varphi_l$; m_l — масштаб; φ_l — угол поворота; Z — шумы, сопровождающие измерения; W — функция отличий последнего кадра серии. В качестве оценки фона используем полученный по $n-1$ изображениям $D_1, D_2, \ldots, D_{n-1}$ линейный прогноз изображения D_n:

$$\widehat{D}_n(i, j) = \sum_{l}^{n-1} \sum_{k,m \in \Omega_l} \beta_{lkm}(i, j) D_l(i+k, j+m) + a(i, j). \quad (2)$$

В (2) каждая точка изображения $D_n(i, j)$ представлена в виде линейной комбинации точек изображений D_l, выбираемых из некоторых подобластей Ω_l вокруг центров (i, j).

В предположении стационарности случайного поля F (фоновой компоненты), постоянства масштаба и отсутствия поворота между кадрами ($\varphi_l = 0$, $m_l = 1$, $l = 1, n-1$) зависимость коэффициентов β от координат отсутствует и оптимальный линейный прогноз D_n определяется соотношением

$$\widehat{\mathring{D}}_n(i, j) = \sum_{l}^{n-1} \sum_{k,m \in \Omega} \beta_{lkm} \mathring{D}_l(i+k, j+m), \quad (3)$$

где $\mathring{D}$ — центрированные по амплитуде изображения, а коэффициенты β_{lkm} находятся как решение системы линейных уравнений [1], полученной при поиске минимума функции

$$M\left\{\sum_{i,j}\left\{\mathring{D}_n(i, j) - \sum_{l}\sum_{km} \beta_{lkm} D_l(i+k, j+m)\right\}^2\right\}, \quad (4)$$

где M — операция математического ожидания.

Наличие геометрических искажений не дает возможности воспользоваться соотношением (3) в силу зависимости корреляционных соотношений между D_l от координат. В данной ситуации возможны два подхода: либо определение параметров в модели (1), (2), что приведет к системам уравнений порядка числа точек в изображении, либо поиск приближенного, но более простого решения.

Будем восстанавливать изображения D_l ($l = 1, \ldots, n-1$) в узлах решетки изображения D_n с последующим использованием соотношения (4). Пусть $D_l^*(i, j)$ — значения изображения D_l в узлах решетки базового изображения. Применяя линейную интерполяцию и используя (1), получим

$$D_l^*(i, j) \approx F(i, j) \approx D_l(i, j) + D'_{lx}(i, j)(p_l i - q_l j) + D'_{ly}(i, j)(p_l j + q_l i), \quad (5)$$

где D'_{lx} и D'_{ly} — конечные разности изображения D_l. Коэффициенты линейной комбинации определяются из условия минимума

$$J = M\left\{\sum_{i,j}\left\{\overset{\circ}{D}_n(i,j) - \sum_l \sum_{km} \beta_{lkm}\{\overset{\circ}{D}_l(i+k, j+m) + \right.\right.$$
$$\left.\left. + p_l L_l(i+k, j+m) + q_l N_l(i+k, j+m)\}\right\}^2\right\} \qquad (6)$$

по параметрам β_{lkm}, p_l, q_l, $l=1, n-1$, где L_l и N_l — взвешенные производные:

$$L_l(i,j) = D'_{lx}(i,j)\,i + D'_{ly}(i,j)\,j,$$
$$N_l(i,j) = D'_{ly}(i,j)\,i - D'_{lx}(i,j)\,j.$$

Поиск минимума приводит к системе уравнений порядка $(n-1)\times\times(s+2)$ (s — число точек в множестве Ω), причем $(n-1)s$ уравнений линейны относительно

$$\widehat{\beta} = \{M\{\overset{\circ}{D} + Lp + Nq\}^T\{\overset{\circ}{D} + Lp + Nq\}\}^{-1} M\{\overset{\circ}{D} + Lp + Nq\}^T \overset{\circ}{D}_n,$$

где β — вектор параметров; $\overset{\circ}{D}$, L, N — матрицы, составленные из векторов $\overset{\circ}{D}(i+k, j+m)$, L_l, N_l; p, q — векторы смещений. Для отыскания векторов p и q необходимо решать систему из $2(n-1)$ нелинейных уравнений:

$$\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} = \begin{Bmatrix} \widehat{\beta}^T M\{L^T L\}\widehat{\beta} & \widehat{\beta}^T M\{L^T N\}\widehat{\beta} \\ \widehat{\beta}^T M\{L^T N\}\widehat{\beta} & \widehat{\beta}^T M\{N^T N\}\widehat{\beta} \end{Bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} \widehat{\beta}^T M\{L^T(\overset{\circ}{D}_n - \overset{\circ}{D}_\beta)\} \\ \widehat{\beta}^T M\{N^T(\overset{\circ}{D}_n - \overset{\circ}{D}_\beta)\} \end{Bmatrix}. \qquad (7)$$

Систему нелинейных уравнений (7) можно, введя вектор

$$e^T = \{\beta^T, p_1\beta^T, q_1\beta^T, p_2\beta^T, q_2\beta^T, \ldots\},$$

свести к системе из $3S(n-1)$ линейных уравнений:

$$e = \left\{M\begin{bmatrix} \overset{\circ}{D}{}^T\overset{\circ}{D} & \overset{\circ}{D}{}^T L & \overset{\circ}{D}{}^T N \\ \overset{\circ}{D}{}^T L & L^T L & L^T N \\ \overset{\circ}{D}{}^T N & L^T N & N^T N \end{bmatrix}\right\}^{-1} M\begin{bmatrix} \overset{\circ}{D}\overset{\circ}{D}_n \\ L\overset{\circ}{D}_n \\ N\overset{\circ}{D}_n \end{bmatrix}. \qquad (8)$$

Как и в [1], ковариационные связи в (8) неизвестны и приходится их оценивать непосредственно по обрабатываемой серии изображений.

В заключение сделаем несколько замечаний об области применимости предложенных выше алгоритмов. Практически эти алгоритмы дают приемлемые результаты при высоком отношении фон/шум и малоразмерности динамической компоненты, а также при выполнении условия, что геометрические искажения не приводят к выводу обрабатываемого фрагмента изображения за размеры окрестности Ω, который, в свою очередь, связан с коррелированностью фона.

Проверка методики на реальных и тестовых изображениях показала ее работоспособность и эффективность: уже при 5 % вариации параметров аффинного преобразования остаточная сумма квадратов была примерно в 1,5 раза меньше, чем при использовании методики, учитывающей только сдвиг изображений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Киричук В. С., Пустовских А. И.** Применение статистических методов в задаче оценивания стационарной части фона по серии изображений // Автометрия.— 1988.— № 3.

Поступила в редакцию 26 декабря 1990 г.