

доводки с необходимым развитием, во многом оказалось применимым для быстродействующего лазерного ГИ. В первую очередь это относится к программам растризации, калибровки, коррекции данных, которые имеют наибольший объем среди всех программ [9]. Разумеется, запово разработаны управляющие, тестовые и диагностические программы.

Авторы признательны академику А. А. Логунову, профессору Л. Д. Соловьеву, профессору В. А. Ярбе, профессору Н. Е. Тюрину за постоянный интерес к данной работе.

Авторы также выражают искреннюю благодарность всем сотрудникам ИФВЭ, оказавшим помощь при создании быстродействующего лазерного генератора изображений и в процессе его опытной эксплуатации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Donahus Joseph P. Laser pattern generator for printed-circuit board artwork generation // Proc. Soc. Photo-Opt. Instr. Eng.— 1979.— 200.— P. 179.
2. Мачулка Г. А., Стельмах М. Ф., Уладинов А. Б. Лазерная технология в производстве плат печатного монтажа // Радиотехника.— 1985.— № 2.
3. Kenville R. F. Fifteen years of laser recording— where we've been and where we are going // Opt. Eng.— 1981.— 20, N 3.— P. 330.
4. Денисенко А. А., Дунайцев А. Ф., Иванов А. А. и др. Лазерный графопостроитель растрового типа ИФВЭ // Тез. докл. IV Всесоюз. сесс. по автоматизации исследований в ядерной физике и смежных областях.— Протвино: ИФВЭ, 1986.
5. Иванов А. А., Морозов А. Ф., Печев Ю. С. и др. Кодирование устройств в лазерной установке записи считывания графической информации // ПТЭ.— 1985.— № 6.
6. Детиненко Н. Е., Иванов А. А., Печев Ю. С. и др. Устройство управления зеркальным дефлектором в лазерной установке записи-считывания графической информации // ПТЭ.— 1986.— № 2.
7. Буфан А. М., Иванов А. А., Иванов А. А. и др. Блок расширения памяти для микроЭВМ «Электроника 60».— Серпухов, 1989.— (Препр./ИФВЭ): 89—52).
8. Иванов А. А., Максимов Г. М., Печев Ю. С. и др. Об организации управления лазерным графопостроителем. Серпухов, 1985.— (Препр./ИФВЭ): 85—131).
9. Иванов А. А., Максимов Г. М., Печев Ю. С. Подготовка входной информации для лазерного графопостроителя растрового типа.— Серпухов, 1984.— (Препр./ИФВЭ): 84—144).

Поступила в редакцию 2 ноября 1989 г.

УДК 681.3

И. Ф. СИВЕРГИНА, Л. П. ЯРОСЛАВСКИЙ
(Москва)

ТЕКСТУРЫ, ИГРА «ЖИЗНЬ» И НЕЛИНЕЙНЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

Мир беспорядочно уссея
упорядоченными формами.

П. Валери

Введение. Одной из важнейших задач анализа изображений является так называемый текстурный анализ. В последнее время в связи с быстрым развитием машинной графики значительную актуальность получила также проблема синтеза текстурных изображений. Понятие текстуры не имеет пока общепринятого формального определения, хотя широко используется в конкретных прикладных задачах, где оно объясняется, как правило, с помощью примеров или слов-синонимов, таких, как зернистость, шероховатость, трещиноватость и т. д. Во многих областях науки и техники при обучении специалистов пользуются специальными альбомами текстурных изображений типа альбома Бродатца [1]. Эти неформальные качественные представления были достаточны, пока речь шла об обучении визуальному анализу изображений. Однако машинный

анализ и синтез неизбежно требуют формализации понятия текстурного изображения. Известен ряд попыток такой формализации (обзор некоторых из них можно найти, например, в [2—5]). Но общего подхода, пригодного как для задач синтеза, так и для задач анализа текстур, на наш взгляд, до сих пор не найдено. В [6] сформулирован так называемый алгоритмический подход к синтезу и анализу текстур, который, как представляется, обладает требуемой общностью. Он вытекает из представления о том, что отнесение изображения к классу текстурных или нетекстурных определяется критерием обработки, задаваемым окончательным пользователем информации, заключенной в изображении. В [7] описаны понятия критерия и соответственно изображения текстурного и детального типов, а в [8] — соответствующие этим понятиям понятие текстурной и детальной избыточности изображений. Изображение обладает текстурной избыточностью, если оно может быть удовлетворительно с точки зрения пользователя реконструировано путем параметрического преобразования произвольной реализации некоторого стандартного случайного поля, причем количество задаваемых при этом параметров преобразования, т. е. текстурных признаков, существенно меньше количества отсчетов (элементов) изображения. Из этих представлений и вытекает обсуждаемый алгоритмический подход.

Согласно этому подходу, текстурное изображение рассматривается как результат прохождения стандартного порождающего случайного поля через некоторую систему, которая строится из фиксированного набора стандартных элементов (блоков), соединенных между собой по заданным правилам. Определенному набору и способу соединения блоков, реализованному в данной системе, соответствуют текстурные изображения одного класса, тождественные с точки зрения пользователя, и наоборот, текстурным изображениям, которые относятся к одному классу, соответствует определенная схема синтеза. Тем самым задача синтеза текстурных изображений сводится к выбору структуры системы, а задача анализа — к задаче идентификации системы. В [6] предложен следующий набор стандартных блоков системы: линейный фильтр, блок поэлементного нелинейного преобразования, множительное и суммирующее звенья, коммутатор, логические фильтры. Все эти элементы допускают достаточно простую параметризацию. В качестве способа соединения блоков в системах можно использовать последовательное и параллельное соединения. Построенные таким образом алгоритмические модели подробно рассмотрены в [9], где показано, что с их помощью можно синтезировать и анализировать многие натуральные текстуры. Если ввести в стандартный набор блоков элемент задержки (элемент памяти), число способов соединения можно расширить, добавив обратную связь. Так мы приходим к эволюционным моделям текстурных изображений. Они описываются итерационным уравнением вида

$$A^{(t+1)} = F(A^{(t)}). \quad (1)$$

Дискретное время t — дополнительная степень свободы, характерная для эволюционных моделей по сравнению с алгоритмическими моделями без обратной связи. Поэтому представляет интерес выявление основных закономерностей поведения текстурных эволюционных моделей во времени.

Если оператор преобразования F является линейным, т. е. описывается соотношением свертки

$$A^{(t+1)} = f * A^{(t)}, \quad (2)$$

где f — ядро оператора F , исследование поведения эволюционных моделей не вызывает затруднений. Текстуры, порождаемые такой моделью на t -м шаге, полностью описываются характеристиками оператора $f^{(t)} = (*)^t f$, являющегося t -кратной сверткой ядра оператора F .

Ситуация существенно усложняется, если оператор преобразования F включает нелинейное звено.

Интересным и нетривиальным примером эволюционной модели с нелинейным оператором преобразования может служить модель, построенная на основе математической игры Дж. Конвея «Жизнь». В классическом варианте игры, описанном в [10, 11], изображение $A^{(t)}$ представляет собой двумерную функцию $\{a_{k,l}^{(t)}\}$ целочисленных аргументов, принимающую в каждой точке раstra (k, l) бесконечной плоскости одно из двух значений: 0 или 1. При этом точки образуют ортогональный растр, так что каждая точка (k, l) имеет восемь ближайших соседей с координатами $(k-1, l-1)$, $(k-1, l)$, $(k-1, l+1)$, $(k, l-1)$, $(k, l+1)$, $(k+1, l-1)$, $(k+1, l+1)$, $(k+1, l)$. В качестве начального изображения $A^{(0)}$ задают произвольные фиксированные конфигурации единичных элементов. Оператор F игры «Жизнь» определяется соотношением

$$a_{k,l}^{(t+1)} = a_{k,l}^{(t)} \delta(S_8^{(t)} - 2) + \delta(S_8^{(t)} - 3), \quad (3)$$

где $a_{k,l} = 0, 1$, $S_8^{(t)}$ — сумма значений на t -м такте в восьми точках, соседствующих в растре с точкой (k, l) , а $\delta(\cdot)$ — символ Кронекера:

$$\delta(x) = 0^x.$$

В данной работе исследуется поведение эволюционной алгоритмической модели текстур, построенной на основе этой игры, а также поведение некоторых естественных обобщений модели на случай значений элементов изображения в диапазоне $[0, 1]$ [12]. Поскольку правила Конвея, как они определены в [10, 11], предполагают неограниченность поля, при формулировке эволюционных алгоритмических моделей приходится их дополнить правилами преобразований граничных элементов. Нами рассматривались в основном два варианта дополнения: детерминированный и стохастический.

В детерминированном варианте граничные элементы доопределяются посредством четного продолжения сигнала. Такие граничные условия назовем зеркальными.

В стохастическом варианте граничные элементы определяются как реализации независимых случайных величин с заданным распределением. Данное правило, как представляется, лучше соответствует ситуации, характерной для бесконечного поля.

Частным, но представляющим самостоятельный интерес случаем этой модели является ситуация, когда элементы на границе принимают равные и фиксированные, не меняющиеся от такта к такту значения.

Бинарная эволюционная алгоритмическая модель. Опшнем характерные свойства эволюционной алгоритмической модели с оператором преобразования (3). Начальное поле $A^{(0)}$ определим как реализацию независимых случайных бинарных величин 0 и 1, которые будем характеризовать вероятностью $P\{a_{k,l}^{(0)} = 1\} = p_0$; $0 \leq p_0 \leq 1$.

Рассмотрение начнем с анализа полученных экспериментальных результатов. Установлено, что при постоянных нулевых значениях граничных элементов в процессе эволюции происходит локализация единичных элементов в изолированные группы (конфигурации) $A_i^{(t)}$, $A^{(t)} = \bigcup_i A_i^{(t)}$,

каждую из которых можно отнести к одному из двух типов (рис. 1). Во-первых, это конфигурации (назовем их устойчивыми), являющиеся неподвижными (с точностью до сдвига) состояниями некоторой степени s , $s \geq 1$, оператора Конвея F (3), т. е.

$$F(F \dots F(A_i^{(t)}(k, l) \dots)) = A_i^{(t)}(k + K, l + L).$$

Здесь i — номер конфигурации; k, l — пространственные координаты; K, L — целочисленные параметры сдвига, линейно связанные с t начиная с момента t_0 рождения i -й конфигурации. Во-вторых, это конфигура-

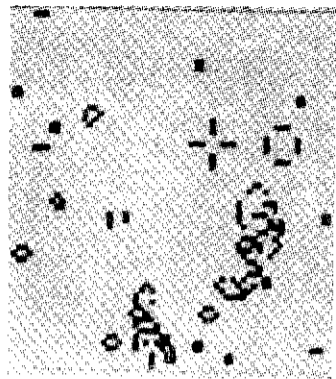


Рис. 1

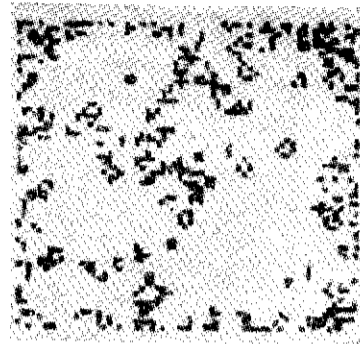


Рис. 2

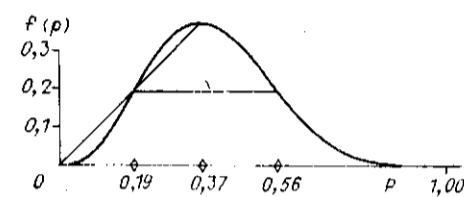


Рис. 3

Рис. 4

дн с однородной по полю зрения частотой появления единичных элементов, не меняющейся в течение длительного промежутка времени и примерно равной 0,4. Из них, с одной стороны, развиваются устойчивые конфигурации, а с другой стороны, они поддерживаются распадающимися под их влиянием или под влиянием граничных условий установившимися к этому времени устойчивыми конфигурациями. После достаточно большого числа итераций конфигурации второго типа исчезают. Таково же поведение модели при зеркальных граничных условиях. Если граничные элементы принимают случайные значения и при этом $p_0 \in (0,2, 0,6)$, то конфигурации второго типа присутствуют на поле постоянно (рис. 2).

Эксперименты показали, что для всех значений p_0 из интервала $(0,2, 0,6)$ поведение модели после некоторого промежутка времени не зависит от p_0 . Значения $p_0 < 0,2$ и $p_0 > 0,6$ независимо от характера граничных условий приводит к вырождению поля, либо на поле остаются только устойчивые конфигурации (рис. 3).

Указанные закономерности можно обосновать следующими простыми соображениями.

Предположим, что элементы $a_{k,l}^{(t)}$ конфигураций второго типа являются реализациями бинарных случайных величин $A_{k,l}^{(t)}$. Поскольку существующие к моменту t устойчивые конфигурации, взаимодействующие с элементами конфигураций второго типа, равно как и граничные элементы, являются внешними независимыми для них условиями, случайные величины $A_{k,l}^{(t)}$ будем считать независимыми. Приняв гипотезу о равномерности появления ненулевых элементов в пределах всей конфигурации, положим $P\{A_{k,l}^{(t)} = 1\} = p_t$. Тогда

$$P\{A_{k,l}^{(t+1)} = 1\} = p_t(c_s^2 p_t^2 (1-p_t)^6 + c_s^3 p_t^3 (1-p_t)^5) + (1-p_t)c_s^3 p_t^3 (1-p_t)^5 \equiv p_{t+1}$$

или после упрощения выражения

$$p_{t+1} = 28p_t^3(1-p_t)^5(3-p_t) \equiv f(p_t). \quad (4)$$

Анализируя график функции $f(p)$ (рис. 4), видим, что уравнение $f(p) = p$ имеет два устойчивых корня $p = 0$ и $p = 0,37$, а также один неустойчивый — $p = 0,19$. Также обнаруживаем, что для всех $p_0 \in (0,19, 0,55)$ процесс (4) сходится к $p_\infty = 0,37$, а при прочих стают наблюдаемым в эксперименте частотам единичных элементов: $p_\infty = 0$ в вырожденном состоянии и $p_\infty = 0,37$ в жизнеспособном состоянии конфигураций второго типа. Это позволяет заключить, что рекуррентное уравнение (4) является моделью распределения вероятностей случайных величин $A_{k,l}^{(t)}$ — элементов конфигураций второго типа.

Отметим в заключение, что аналогичные результаты наблюдаются для бинарной модели, заданной на гексагональном растре (шесть соседей у каждого элемента).

Эволюционная алгоритмическая модель текстур с вещественными значениями. Выше было показано, как игра «Жизнь» порождает эволюционную алгоритмическую модель бинарных текстур. Эту модель можно обобщить на случай непрерывных значений поля в диапазоне $(0,1)$ и тем самым перейти к синтезу полутонных текстур. Ниже предлагается одно из возможных обобщений и исследуются свойства изображений, генерируемых в соответствующей эволюционной модели.

Пусть $a_{k,l}$ — функция целочисленных аргументов k и l , заданная в ограниченной области $0 \leq k, l \leq N$ и принимающая значения из интервала $[0, 1]$. Рассмотрим отображения вида

$$a_{k,l}^{(t+1)} = a_{k,l}^{(t)} D_1(Q_{k,l}^{(t)}) + D_2(Q_{k,l}^{(t)}). \quad (5)$$

$\{a_{k,l}^{(0)}\}$ — реализация независимых равномерно распределенных на отрезке $[0, 1]$ псевдослучайных чисел. Структурно выражение в правой части (5) идентично оператору в бинарной игре Конвея (3). Здесь функции D_i также определяются значениями элементов изображения A в некоторой окрестности Q точки (k, l) , но принимают произвольные значения из интервала $(0, 1)$. Естественным обобщением δ -функций в операторе Конвея являются непрерывные одномодовые функции, такие, что δ -функции могут рассматриваться как предельные при стремлении их протяженности к нулю. В наших экспериментах использовались функции двух типов:

$$D_r^I(q) = 0,5 \exp[-(S_q^{k,l} + \beta a_{k,l}^t + \gamma_r)^2]; \quad (6)$$

$$D_r^{II}(q) = \frac{1}{2R} \Psi_R(S_q^{k,l} + \beta a_{k,l}^t + \gamma_r); \quad r = 1, 2. \quad (7)$$

Здесь

$$\Psi_R(x) = \begin{cases} R - |x|, & \text{если } -R \leq x \leq R; \\ 0 & \text{в противном случае;} \end{cases} \quad (8)$$

$\beta = 0; 1$ и $\gamma_r \leq 0$ — числовые параметры; $S_q^{k,l}$ — сумма значений элементов поля A из окрестности точки (k, l) , исключая саму эту точку.

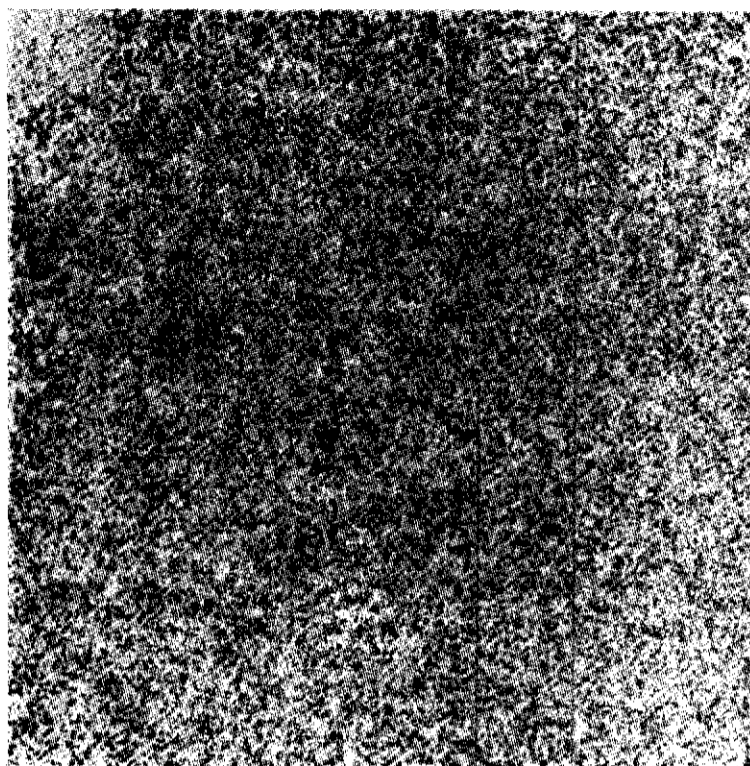
Экспериментальное исследование этой модели при различных значениях параметров показывает, что она обладает большим разнообразием типов поведения, в которых выделяются три главные особенности. Их условно можно назвать так: стабильный хаос, упорядочивание хаоса и перерождение хаоса.

Поведение типа «стабильный хаос» проявляется в том, что в продолжение гистограммы распределения значений: из практически равномерной она становится резко модовой. При этом происходит даже вырождение отдельных значений яркости.

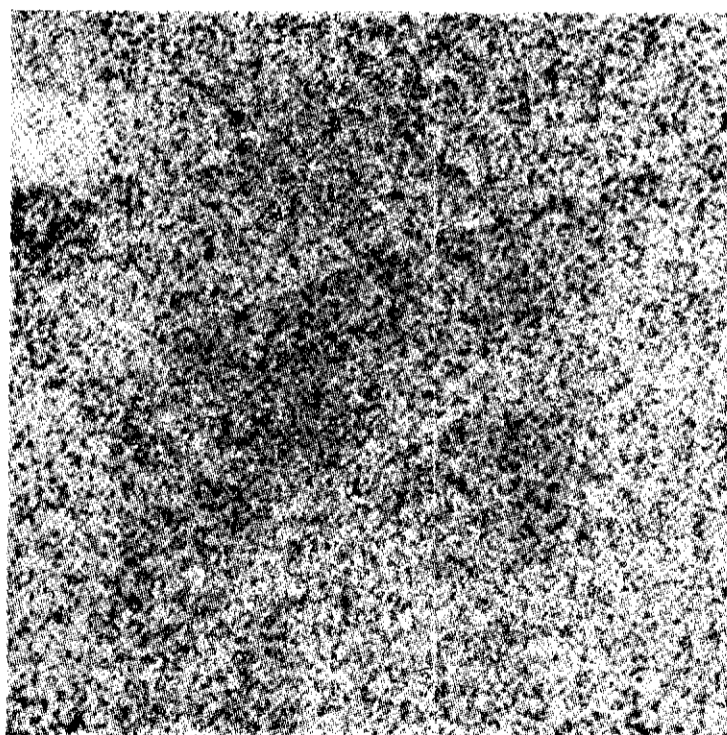
Поведение типа «упорядочивание хаоса» характеризуется постепенным в процессе итераций вырождением исходной хаотической картины (рис. 9—12). Очевидно, что при этом в конце концов достигается стабильная точка итерационного уравнения, описывающего модель. Тривиальной стабильной точкой является поле, равное константе — корню итерационного уравнения, рассматриваемого не для всего поля, а только в одной его точке. Это уравнение может иметь несколько корней. Тогда текстура вырождается в циклически мерцающие чистые поля (см. рис. 11). Но итерационное уравнение для всего поля может иметь решения в виде довольно сложных пространственных распределений, как, например, на рис. 12, которые выглядят, если их наблюдать кинематографически, как мерцающие звезды. Наличие стабильных точек в модели с зеркальными или константными границами не удивительно. Однако, как мы видим, они появляются также в модели со случайными границами, причем при наличии циклов поле меняется целиком независимо от того, что реализуется на границе. Это значит, что влияние граничных точек на соседние элементы поля как бы блокируется.

Самым сложным и разнообразным является поведение типа «перерождение хаоса». Основная черта поведения этого типа — быстрое вырождение первоначального псевдослучайного узора в константу или созвездие, после чего наступает зарождение нового хаотического узора (рис. 13—25). Можно отметить три варианта зарождения пространственного хаоса после вырождения: рождение от границ для варианта случайных значений поля на границах; рождение от «центров зарождения», остающихся на поле после вырождения исходной картины, рождение от подвижных фигур, которые, в свою очередь, зарождаются на случайных границах. Можно наблюдать различные способы зарождения от границ. На рис. 13 показано распространение случайных узоров, вырастающих из граничных случайных значений наподобие солнечных протуберанцев. При других параметрах модели эти протуберанцы промодулированы пространственными волнами, параллельными границам (см. рис. 14). На границах могут зарождаться растущие, как кристаллы, структуры, постепенно по мере роста заполняющие все поле (см. рис. 15—25). В качестве центров зарождения выступают, как правило, кристаллоподобные структуры, растущие от итерации к итерации (см. рис. 15—17). Форма этих кристаллов явно зависит от вида окрестности взаимодействия, заложенной в определение модели. Так, для рис. 16 окрестность состоит из восьми элементов на прямоугольном растре (в квадрате 3×3 элемента), рис. 17, 18 иллюстрируют эволюцию модели с окрестностью из четырех элементов (вертикальный крест в квадрате 3×3), рис. 19, 20 получены для модели с одномерной окрестностью в два элемента, расположенные по диагонали в квадрате 3×3 . Рост кристаллов может сопровождаться распространением от границ волн, параллельных направлению границ (см. рис. 18, 20). Пространственные волны в установленном режиме могут образовывать причудливые пространственные узоры типа лабиринтов (см. рис. 20, а также рис. 21, на котором показан один

* Здесь и на всех последующих рисунках показаны по 64 кадра эволюции в порядке следования сверху вниз, слева направо (левый верхний квадрат — кадр 1, правый нижний — кадр 64).



Puc. 5



Puc. 6

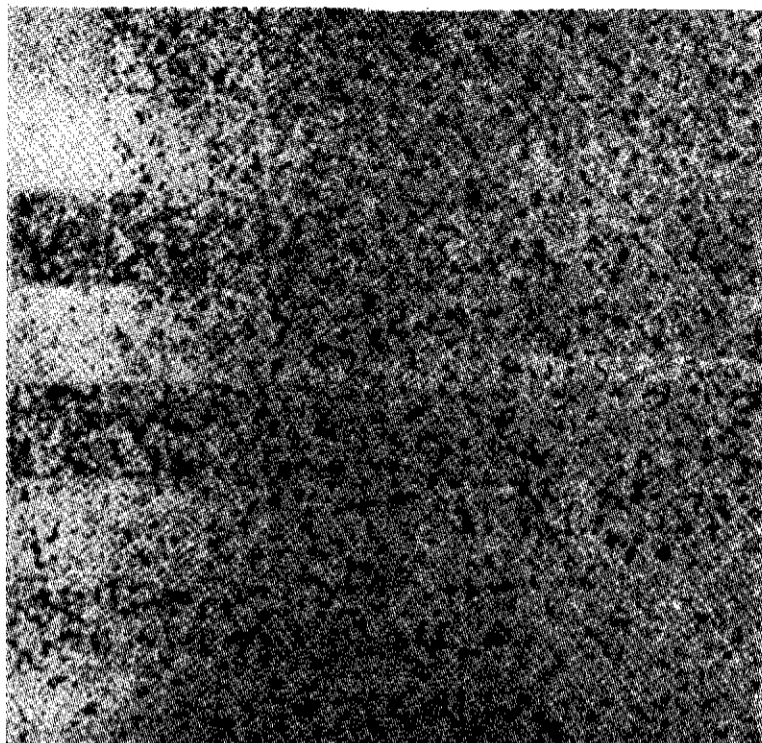


Рис. 7

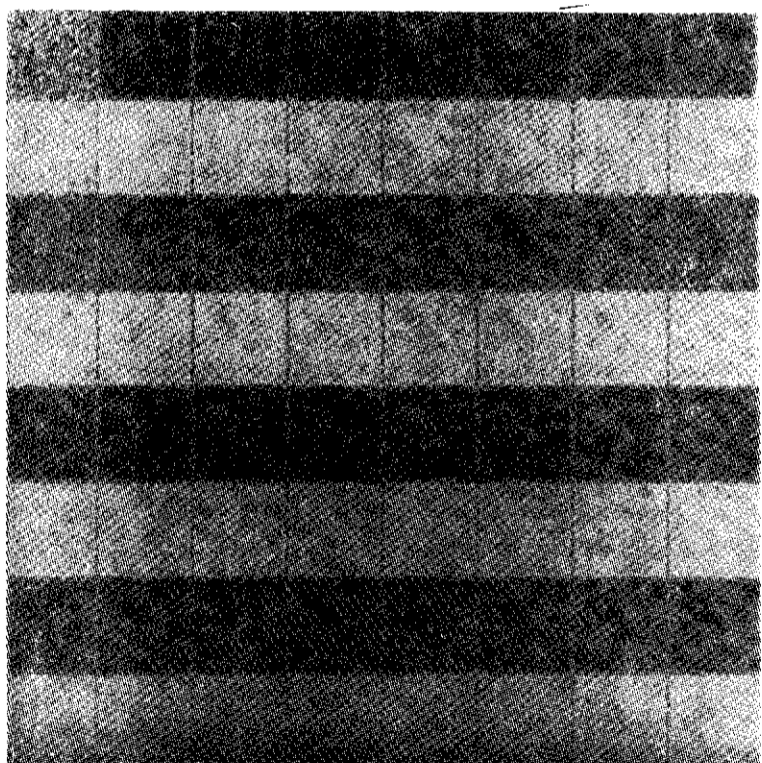
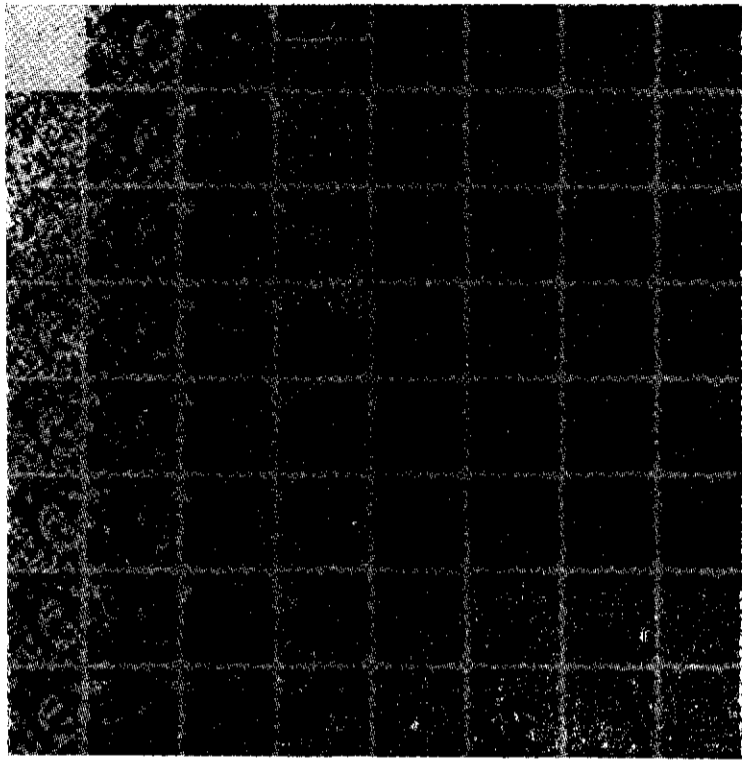
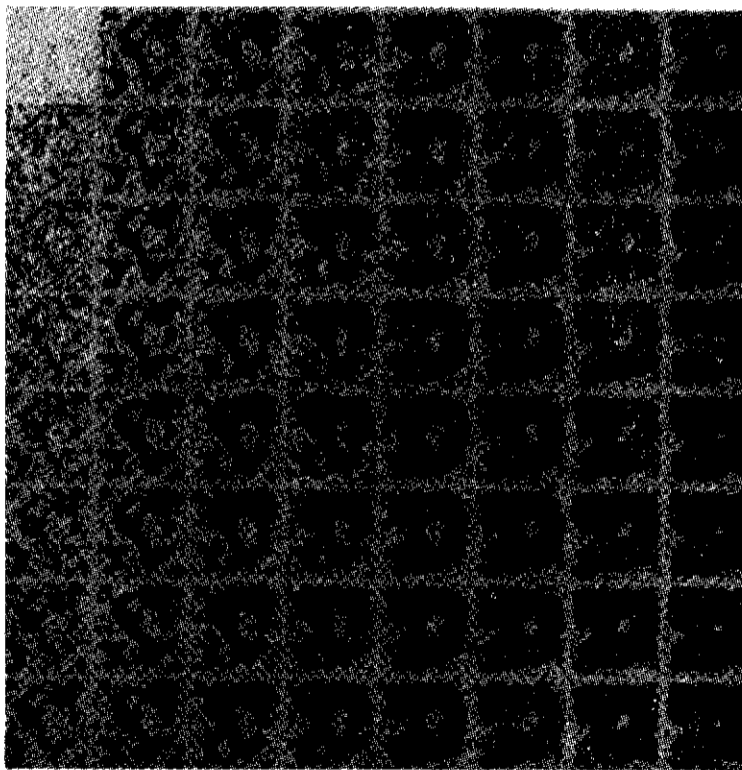


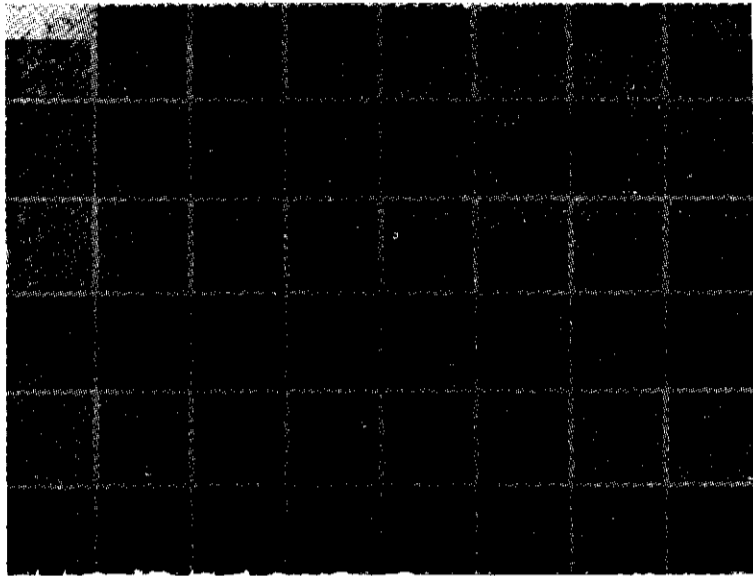
Рис. 8



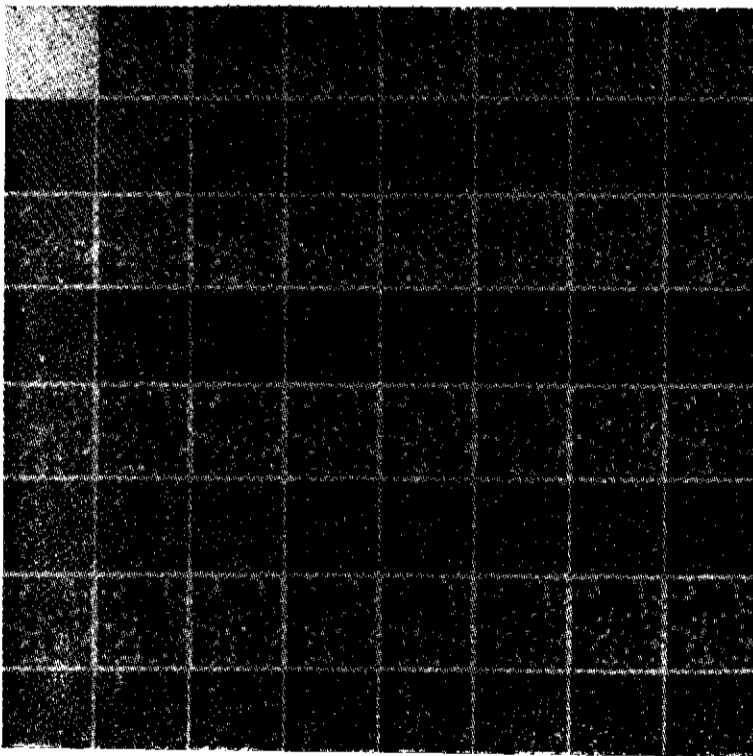
Puc. 9



Puc. 10

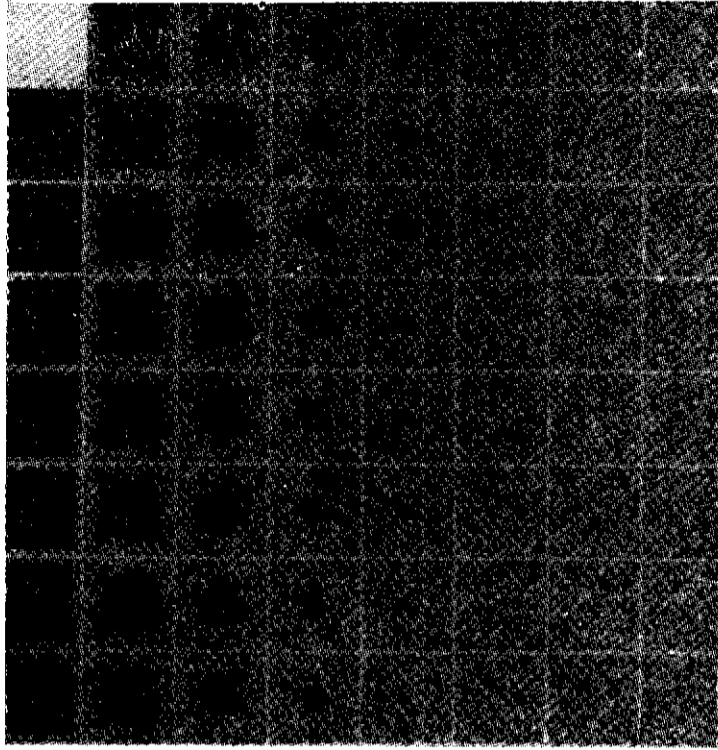


Puc. 11

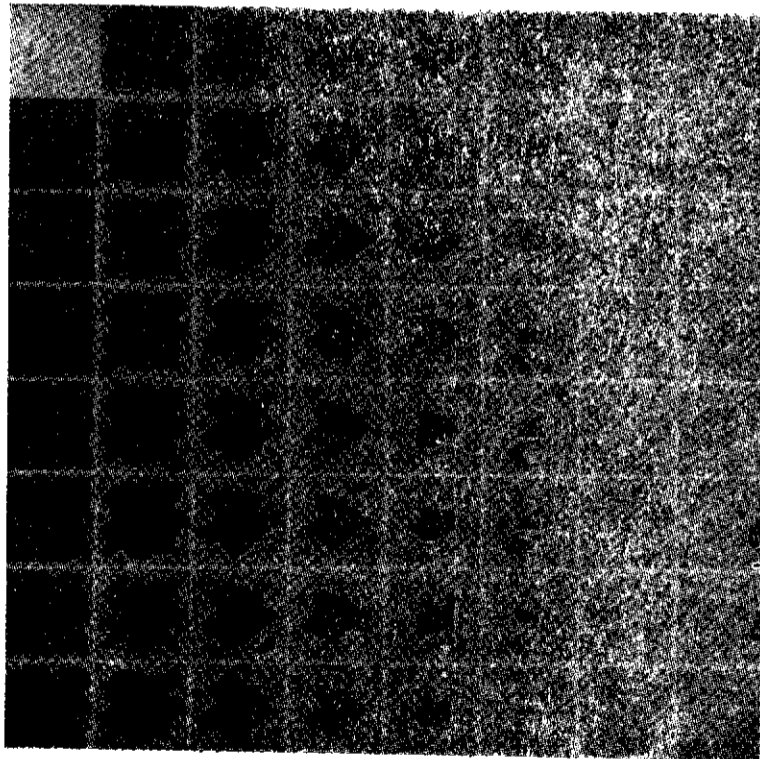


Puc. 12

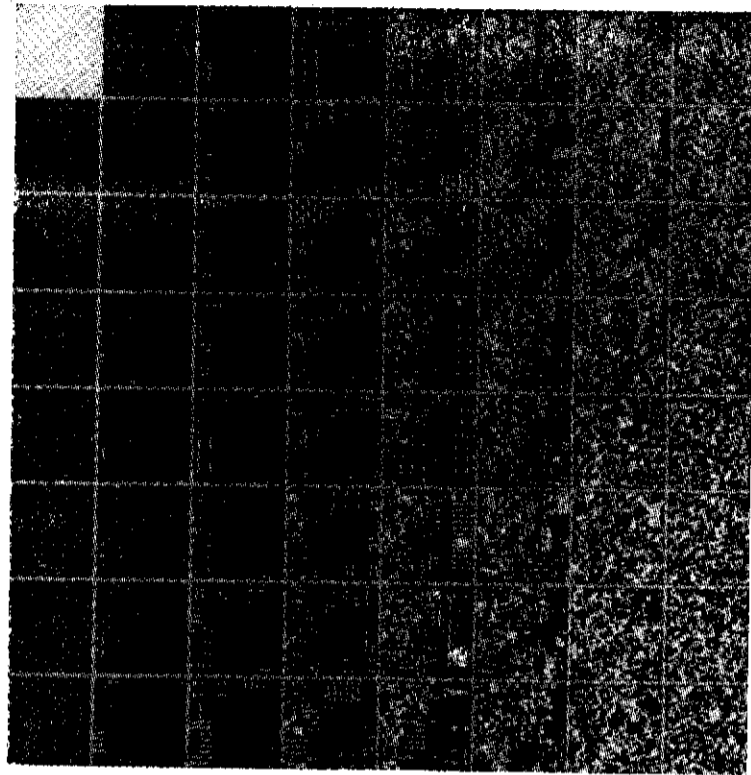
✓



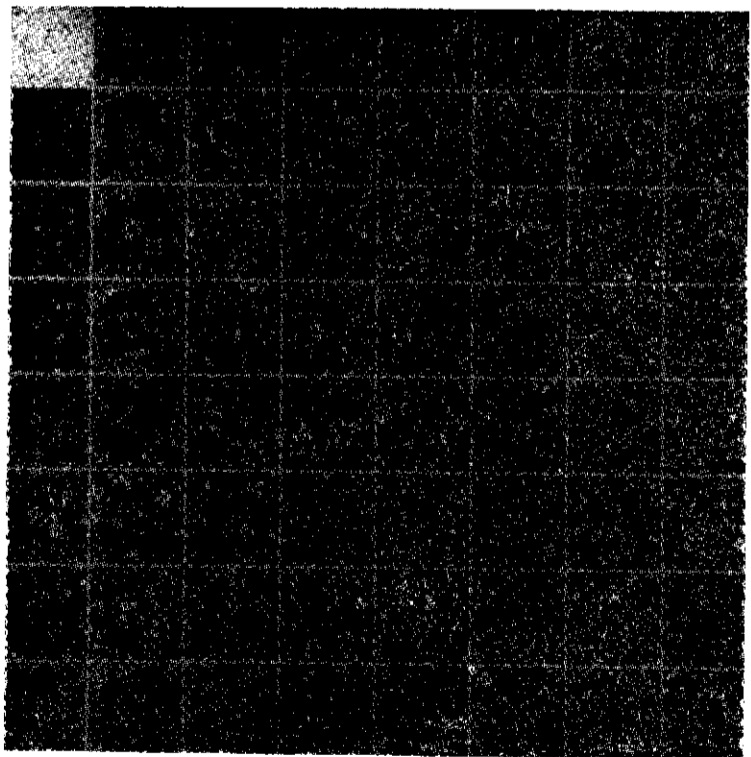
Puc. 13



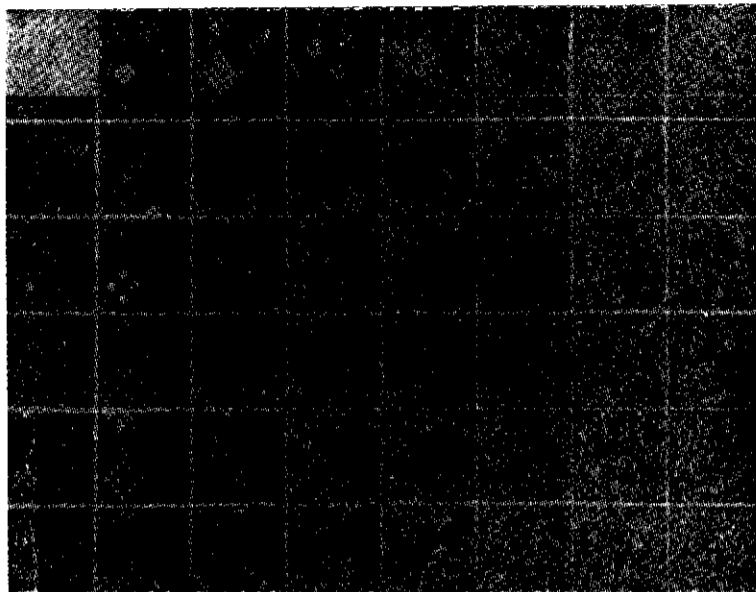
Puc. 14



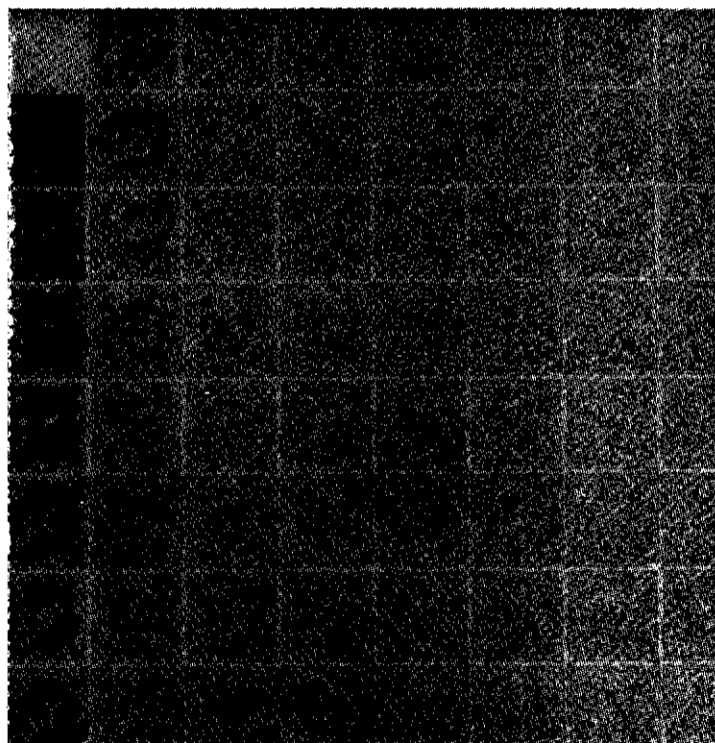
Puc. 15



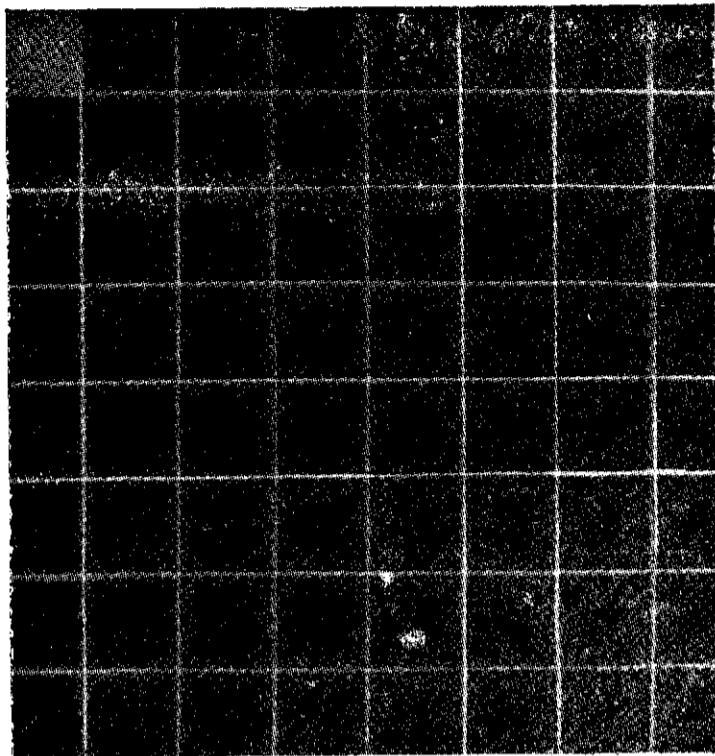
Puc. 16



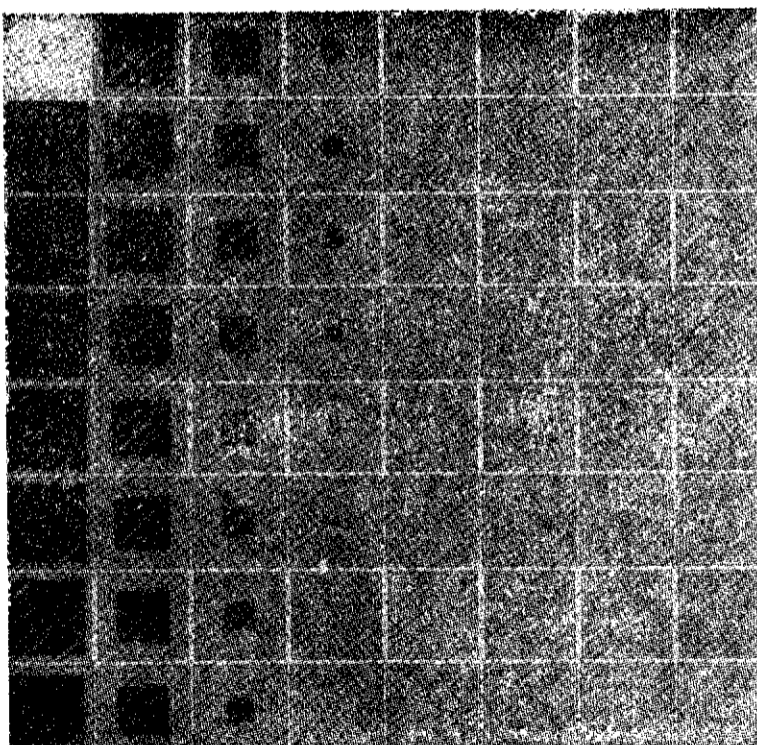
Puc. 17



Puc. 18



Puc. 19



Puc. 20

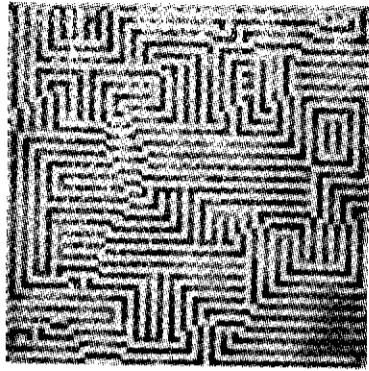


Рис. 21

называемые скутеры — конфигурации, не растущие, как кристаллы, симметрично от исходного центра зарождения, а движущиеся по полю в процессе эволюции модели. Если таких подвижных конфигураций достаточно много, они сталкиваются и в столкновениях рождается облако новых узоров, постепенно распространяющихся на все поле. Оказалось, что описываемые подвижные центры после столкновения не разрушаются, а невредимыми проходят сквозь рожденное ими облако, двигаясь в прежнем направлении. Это свидетельствует о том, что они ведут себя как солитоны — известные в теории нелинейных динамических систем импульсообразные уединенные волны ([13]).

Кристаллы, скутеры-солитоны, волны от границ — все это в известном смысле пространственные циклы в поведении модели. Но это также и временные циклы, если следить за их поведением во времени по итерациям (см. рис. 24, 25). Циклы — известное характерное явление для

из этапов эволюции для модели ($D' = S_8 - a_{h,t} - 1,0 (1,5)$). Полосы на этих узорах чередуются от такта к такту, но структура в целом остается устойчивой. Правильная форма кристаллов имеет место не всегда. Иногда центры зарождения из кристаллов быстро вырождаются в амeboподобные фигуры, как на рис. 22, где параллельно с зарождением текстуры от центров зарождения также наблюдаются волны от границ.

Пожалуй, самым замечательным способом зарождения текстуры является показанное на рис. 23 зарождение текстуры от подвижных центров зарождения. Их аналог в бинарной модели Коппса — так

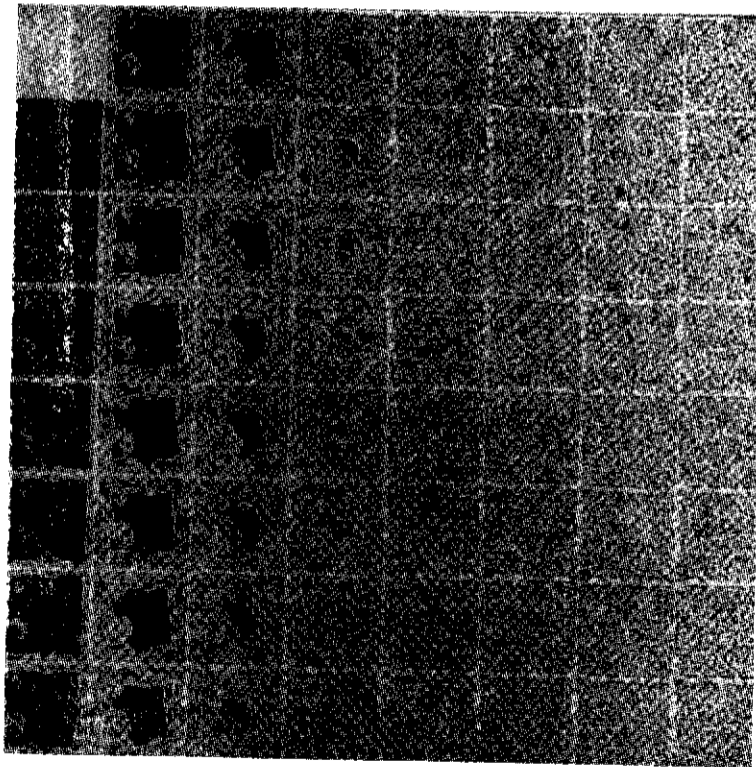
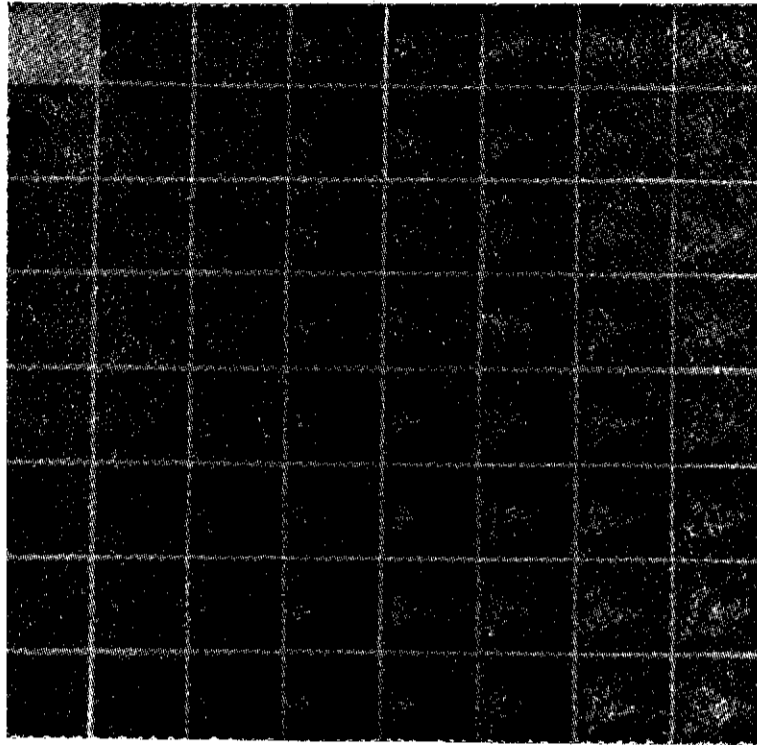
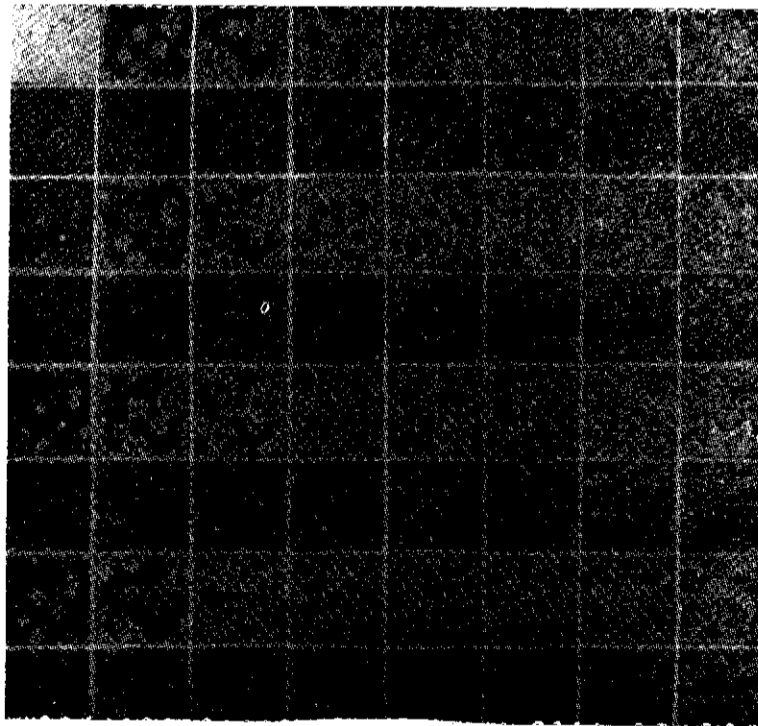


Рис. 22



Puc. 23



Puc. 24

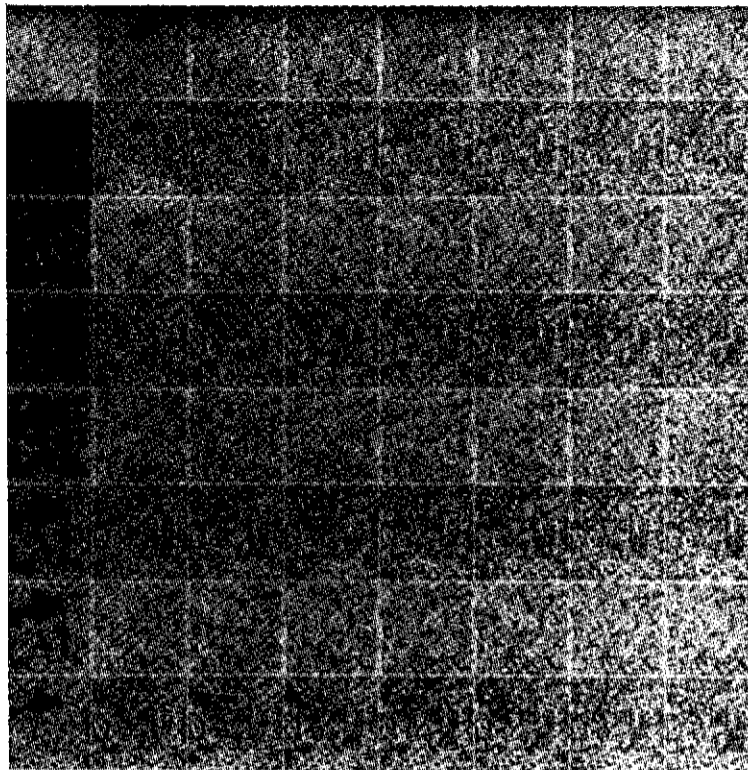


Рис. 25

одномерных нелинейных динамических систем. Пространственно-временная цикличность двумерной модели свидетельствует о том, что по отношению к этому свойству цикличности поведение модели следует рассматривать в системе координат пространство — время, не выделяя особо временную координату. Действительно, пространственные связи в пределах окрестности, задаваемые моделью, в этой системе координат вполне эквивалентны временной связи, задаваемой формой итерационного уравнения.

Во всех описываемых экспериментах, естественно, выполнялось конечное число итераций. Для контроля выхода модели в установившийся режим использовалось измерение некоторых простейших статистических характеристик поля на каждом шаге итерации: среднего значения, стандартного отклонения и гистограммы распределения значений поля. Показателем стохастической стабилизации поля служила стабилизация среднего значения и стандартного отклонения. Что касается гистограммы распределения значений, то характерной особенностью ее поведения во всех экспериментах было уже упоминавшееся вырождение из примерно равномерной в модальную.

Между режимами «упорядочивания хаоса» и «перерождения хаоса» имеется промежуточный режим — «эволюция вблизи порога зарождения хаоса». В этом режиме также от границ зарождаются протуберанцы, волны, кристаллы, скутеры, но, удаляясь от границ достаточно далеко, они гибнут, и полного заполнения поля не происходит.

Заключение. Рассмотренная алгоритмическая эволюционная модель текстур и полученные результаты выходят за рамки проблемы текстурного анализа и синтеза в обработке изображений. Весьма сходные результаты получались в работах по нелинейной динамике, и в частности по исследованию оптических систем с обратной связью [14, 17, 18]. Так, в [17] игра «Жизнь» в том варианте, в котором ее предложил Конвей, рассматривается как дискретная модель нелинейных диссипативных сред.

В [19] описаны эксперименты с оптической системой с нелинейной обратной связью, результаты которых во многом сходны с нашими. Это подтверждает важный вывод, который следует также из наших экспериментов с двумя видами нелинейности, о том, что точный вид нелинейности в обратной связи слабо влияет на микроскопическое эволюционное поведение системы. Отметим также, что авторы [19] среди возможных применений исследовавшейся ими системы упоминают синтез текстурных изображений. Еще одна важная аналогия в поведении рассматриваемой модели связана с явлениями так называемых автоволновых процессов в химии и биофизике, в частности с волнами возбуждения сердечной мышцы ([20]). И наконец, совершенно очевидна связь рассматриваемой модели с проблемой нейроподобных сетей. Данная модель может рассматриваться как модель нейронной сети со связями в окрестности 3×3 и с нелинейной обратной связью.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Brodat P. Texture: A Photograph Album for Artists and Designers.— N. Y.: Dover, 1956.
2. Haralick R. M. Statistical and structural approaches to texture // Proc. IEEE.— 1979.— 67.— P. 786.
3. Pratt W. K. Digital Image Processing // A Wiley Interscience Publication.— N. Y.: John Wiley and Sons, 1978.
4. Magnat-Thalmann N., Thalmann D. Image synthesis // Theory and Practice.— Berlin, Heidelberg: Springer Verlag, 1987.
5. Прэтт У. К., Фожра О. Д., Гагалович А. Применение моделей стохастических текстур для обработки изображений // ТИИЭР.— 1981.— 69, № 5.
6. Любарский В. В., Ярославский Л. П. Алгоритмические модели текстурных изображений // ОИДИ-87.— Новосибирск, 1987.
7. Ярославский Л. П. Цифровая обработка сигналов в оптике и голографии.— М.: Радио и связь, 1987.
8. Ovseevich I. A., Yaroslavsky L. P. Some methodological issues in picture processing and the design of general-purpose picture processing computers // Computers and Artificial Intelligence.— 1987.— 6, N 1.— P. 35.
9. Любарский В. В., Ярославский Л. П. Линейные алгоритмические модели текстурных изображений // Цифровая оптика. Обработка изображений в экспериментальных исследованиях.— М.: Наука, 1989.
10. Gardner N. Mathematical Puzzles and Diversions.— N. Y.: Penguin, 1974.
11. Gardner M. The fantastic combinations of John Conway's new solitaire game «Life» // Scientific American.— 1979.— 223, N 4.
12. Любарский В. В., Сивергина П. Ф., Ярославский Л. П. Игра Конвея и эволюционная алгоритмическая модель текстурных изображений // Методы и средства обработки сложной графической информации: Тез. докл.— Горький: ГГН, 1988.— Ч. 1.
13. Скотт А., Чжу Ф., Маклафин Д. Солитон — новое понятие в прикладных науках // ТИИЭР.— 1973.— 61, № 10.
14. Курдюмов С. П., Малинецкий Г. Г., Самарский А. А. и др. Структуры в нелинейных средах // Компьютеры и нелинейные явления.— М.: Наука, 1988.
15. Халатый А., Векслер Д. Качественная теория импульсных систем.— М.: Мир, 1971.
16. Шапиро А. П., Луинов С. П. Рекуррентные уравнения в теории популяционной биологии.— М.: Наука, 1983.
17. Häusler G., Seckmeyer G., Weiss T. Chaos and cooperation in nonlinear pictorial feedback systems. 1—3: Experiments, stability. Quantized feedback systems // Appl. Opt.— 1986.— 25, N 4.— P. 4656.
18. Крицкий В. И., Медведицкий А. Б., Павфилов А. В. Эволюция автоволновых вихрей (волны в сердце).— М.: Знание, 1986.

Поступила в редакцию 19 июля 1989 г.