

СИСТЕМЫ АНАЛИЗА И СИНТЕЗА ИЗОБРАЖЕНИЙ

УДК 535.4 : 621.391

И. В. ПОЛЯНСКИЙ

(Черновцы)

О СТРУКТУРЕ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ ОТКЛИКОВ
НЕЛИНЕЙНОГО ГОЛОГРАФИЧЕСКОГО ФИЛЬТРА,
РАСПИФРОВЫВАЕМЫХ В ФОРМЕ ИЗОБРАЖЕНИЯ

В [1, 2] исследовалась возможность восстановления изображения объекта по его фрагменту с использованием нелинейно-зарегистрированных внесевых голограмм. Фантомное и сопряженное изображения объекта, восстанавливаемые (наряду с корреляционным пиком) из нелинейной голограммы при считывании ее в режиме фильтрации, представляют собой корреляционные отклики соответственно нулевого и второго порядков. Эти отклики характеризуются не только интегральной яркостью и отношением сигнала к шуму (ОСШ) — параметрами, служащими для оценки эффективности корреляторов с линейными голограммами в качестве фильтров [3], но и яркостной тонопередачей по полю изображения, и контрастом. Яркостные характеристики откликов, расшифровываемых в форме изображений, обсуждались в [2]. Данная статья посвящена исследованию зависимости контраста корреляционных откликов от относительной величины части объекта, поле которой поступает на вход фильтра. Теоретическое рассмотрение проводится с учетом квадратичного дифракционного эффекта, характеризующего нелинейную голограмму, а экспериментальное определение контраста изображений — с использованием дифрактометрической методики.

Расчет контраста в корреляционном отклике второго порядка. Рассмотрим процесс фильтрации на нелинейно-зарегистрированной голограмме объектного поля

$$G = \sum_{q=1}^N a_q \exp \{-ik(r_0 - \rho_q)\} \quad (1)$$

с опорным полем $\Omega = a_0 \exp \{-ikr_0\}$, где a_q — комплексные амплитуды сигналов оптических ретрансляторов (ОР), ансамблем которых представляется рассеивающий объект; ρ_q — радиус-векторы ОР относительно опорного источника; r_0 — радиус-вектор опорного источника относительно центра голограммы. Из общего оператора нелинейной голограммы [4, 5]

$$\sum_{l=0,1,2,\dots} T_l (|G + \Omega|^2)^l,$$

где $T_l = c_l t^l$ (c_l — коэффициенты разложения амплитудного пропускания по степеням экспозиции, t — время экспозиции), выделим парциальный оператор $\{T_2(G^* \Omega)^2\}$, которому соответствует набор векторов решеток

$$F_{qp} = \frac{1}{2} R_{0q} - R_{qp}, \quad (2)$$

где

$$R_{0q} = \frac{\lambda L}{|\rho_q|} n_{0q}, \quad R_{qp} = \frac{\lambda L}{|\rho_q - \rho_p|} n_{qp},$$

L — расстояние от объекта до голограммы; \mathbf{n}_{0q} и \mathbf{n}_{qr} — единичные векторы, направленные вдоль осей, соединяющих q -й ОР с опорным источником и ОР с индексами q и p . Квазигармонические распределения, характеризуемые векторами (2), представляют собой квадратичные (при $q = p$, причем $\mathbf{n}_{qq} \equiv 0$) и комбинационные пространственно-частотные составляющие структуры нелинейной голограммы, дифракция на которых всего поля (1) либо его части приводит к формированию корреляционного отклика второго порядка.

Оператору $\{T_2(G^*\Omega)^2\}$ соответствует тот же набор векторов решеток, что и оператору $\{G_1^*G_{-1}\}$, где G_1 и G_{-1} — изображения объекта в первых относительно опорного источника порядках дифракции, на основе которого в [2] была показана инвариантность распределения яркостей в сопряженном изображении относительно величины считываемой части объекта-эталона. От рассматривавшегося в [2] оператора $\{G_2^*\Omega\}$, характеризующегося только квадратичными составляющими, оператор $\{T_2(G^*\Omega)^2\}$ отличается тем, что вместо распределения комплексных амплитуд, соответствующего виртуальному изображению объекта во втором порядке, в него входит автосвертка комплексного сопряжения объектного поля. Поскольку во вторых порядках дифракции нелинейной голограммы рассеивающего объекта, считываемой полем опорного источника, восстанавливаются именно автосвертки [4, 6], адекватным (полным) является описание ее структуры, включающее не только квадратичные, но и комбинационные пространственно-частотные составляющие. Поэтому расчет контраста сопряженного изображения выполнен с учетом всего набора векторов решеток (2).

Набор N^2 векторов решеток \mathbf{F}_{qr} удобно представить в виде матрицы

$$\begin{pmatrix} F_{11} & F_{12} & \dots & F_{1q} & \dots & F_{1N} \\ F_{21} & F_{22} & \dots & F_{2q} & \dots & F_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ F_{q1} & F_{q2} & \dots & F_{qq} & \dots & F_{qN} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ F_{N1} & F_{N2} & \dots & F_{Nq} & \dots & F_{NN} \end{pmatrix} \quad (3)$$

Строка, содержащая элемент F_{mq} , описывает N векторов решеток, дифракция на которых сигнала q -го ОР приводит к восстановлению сопряженного изображения объекта-эталона. Дифракция сигнала данного ОР на всех прочих $N(N-1)$ решетках обуславливает наличие ореола в области этого изображения.

Пространственное распределение различных элементов ореола и их влияние на структуру отклика могут быть рассмотрены на основе построения, аналогичного построению обобщенной функции Паттерсона, которое осуществлялось в [7] для анализа структуры поля на выходе считываемой полем квазиточечного источника безонорной голограммы. Если в [7] построение основывалось на векторах интермодуляционных решеток \mathbf{R}_{qr} , то в нашем случае — на векторах \mathbf{F}_{qr} . Такое построение показывает, что ореол расщепляется на два компонента, один из которых накладывается на изображение, «зашумляя» его и обуславливая снижение контраста (соответствующие решетки будем называть «шумящими»), а второй описывает распределение поля за пределами изображения и не приводит к искажению отклика.

В случае одномерного объекта «шумящие» решетки описываются векторами, выделенными в матрице (3) пунктиром. Общее их число равно

$$\frac{N(N-3)}{2} + q(N-q+1), \quad (4)$$

т. е. является функцией q с максимумом при $q \approx N/2$. В первом приближении можем оперировать средним числом «шумящих» решеток:

$$\frac{1}{N} \sum_{q=1}^N \left[\frac{N(N-3)}{2} + q(N-q+1) \right] = \frac{2N^2 - 3N + 1}{3}. \quad (5)$$

Среднее число «шумящих» решеток в практически важном случае двумерного объекта находится как произведение двух функций вида (5). При этом число «шумящих» решеток, отнесенное к общему числу решеток, дифракция на которых сигнала считывающего ОР приводит к формированию ореола, в среднем составляет 4/9.

Рассчитаем интенсивность шума в области сопряженного изображения при считывании голограммы полем M ОР. Согласно теории фильтрации на нелинейной голограмме [2], каждый считывающий ОР восстанавливает во втором порядке автосвертку объекта, в которой сопряженное изображение не выделено по яркости. Если на вход фильтра поступают сигналы $M > 1$ ОР, то восстанавливаемые ими автосвертки сдвинуты друг относительно друга соответственно локализации считывающих ОР. При выполнении условия пространственного резонанса структуры голограммы и объектного поля компоненты M автосверток, соответствующие сопряженному изображению объекта-эталола, совпадают по локализации и фазе. Вследствие синфазного сложения парциальных сопряженных изображений интенсивность корреляционного отклика второго порядка квадратично возрастает с увеличением M и происходит его выделение из ореола, образованного сверткой считывающего фрагмента и автосверткой объекта.

Предполагая одинаковыми амплитуды ОР объекта и, следовательно, эффективности N^2 решеток, описываемых элементами матрицы (3), для относительных значений общей интенсивности I излучения, дифрагирующего во второй порядок при считывании голограммы полем M ОР, интенсивностей I_c отклика, I_* — ореола и $I_{ш}$ — шума запишем выражения

$$I = MN^2, \quad I_c = M^2N, \quad I_* = MN(N-M), \quad I_{ш} = \frac{4}{9} I_*. \quad (6)$$

Тогда

$$\text{ОСШ} = \frac{4M}{4(N-M)}. \quad (7)$$

Графики зависимостей I , I_c , $I_{ш}$ и ОСШ от отношения M/N , описываемых формулами (6), (7), приведены на рис. 1.

Обсудим физический смысл выражений (6), (7). Вследствие квадратичной зависимости относительной интенсивности корреляционного отклика от числа считывающих ОР и закона сохранения энергии при увеличении M происходит перераспределение интенсивности дифрагирующего во второй порядок излучения между шумом и сигналом в пользу последнего. При увеличении M до $N/2$ интенсивность шума возрастает медленнее, чем по линейному закону, а при дальнейшем росте M даже убывает, так что при $M=N$ вся энергия излучения, дифрагирующего на составляющей нелинейного фильтра $\{T_2(G^* \Omega)^2\}$, идет на формирование сопряженного изображения. При этом контраст изображения должен возрастать до значения, характеризующего объект-эталон.

Скорость возрастания контраста сопряженного изображения с увеличением отношения M/N определяется конкретной структурой объ-

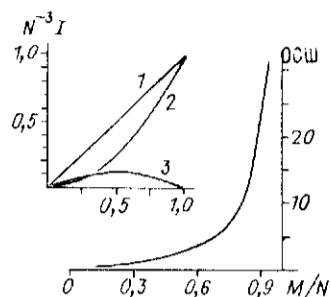


Рис. 1. Зависимости яркостных параметров корреляционного отклика изображения от размеров считывающей части второго порядка и ОСШ от размеров считывающей части объекта:
1 — I , 2 — I_c , 3 — $I_{ш}$

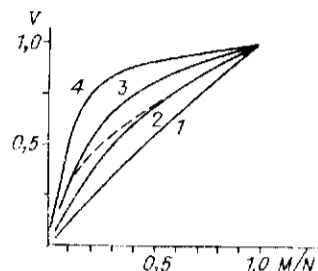


Рис. 2. Зависимость контраста сопряженного изображения от размеров считывающей части для бинарных объектов с различной величиной отношения S_c/S_0 :
1 — 0,9; 2 — 0,5; 3 — 0,25; 4 — 0,1

екта — относительной площадью участков, соответствующих различным градациям шкалы яркостей. Для бинарного объекта с площадью S_0 , ОР которого сосредоточены на площади S_c , контраст сопряженного изображения описывается выражением

$$V = \frac{(I_c/S_c + I_{ш}/S_0) - I_{ш}/S_0}{(I_c/S_c + I_{ш}/S_0) + I_{ш}/S_0} = \frac{9M/N}{8S_c/S_0 + (9 - 8S_c/S_0)M/N}. \quad (8)$$

На рис. 2 приведены графики зависимости контраста от относительной мощности подансамбля ОР для нескольких значений отношения S_c/S_0 . Зависимость V от M/N для бинарного объекта с равновеликими площадями светлых и темных участков, которой соответствует кривая 2 рис. 2, в широком интервале значений аргумента может быть аппроксимирована функцией $V = \sqrt{M/N}$, показанной пунктиром. Такая аппроксимация неудовлетворительна лишь при малых M , когда использованное при выводе (8) усреднение (5) неэффективно: при малых M число «шумящих» решеток, а значит, и контраст изображения существенно зависят от локализации ОР, сигналы которых поступают на вход фильтра.

Если реализуются условия экспонирования и фотохимической обработки фильтра, при которых дифракционная эффективность его пространственно-частотных составляющих второго порядка и яркость сопряженного изображения максимальны, то при оценке качества корреляционного отклика второго порядка необходимо учитывать нелинейные эффекты высших порядков. Алгоритм расчета влияния таких эффектов следующий. Из парциального оператора нелинейной голограммы l -го порядка $\{T_l(|G + \Omega|^2)^l\}$ выделяются слагаемые, пропорциональные $(G * \Omega)^2$. Слагаемые с действительными коэффициентами дают вклад в сопряженное изображение с амплитудными множителями T_l , которые могут быть найдены по таблицам функций Бесселя при известном (например, максимальном) T_2 . Слагаемые с комплексными коэффициентами описывают ореолы, распределенные по площади $4^{(l-1)}S_0$, зная которую можно оценить среднюю амплитуду шума, внесенного на изображение. ОСШ находится как отношение квадратов модулей амплитуд изображения и шума, а контраст — по формуле

$$V = \frac{I_c}{I_c + 2I_{ш}(S_c/S_0)} = (1 + \text{ОСШ})^{-1}. \quad (9)$$

Расчет, выполненный с учетом кубического дифракционного эффекта, показывает, что максимальный контраст сопряженного изображения бинарного объекта, для которого $S_c/S_0 = 1/2$, достигаемый при $M/N = 1$, составляет 0,93.

Фильтрация на нелинейной голограмме периодического объекта. С целью обоснования выбора объекта-эталоны для дифрактометрического

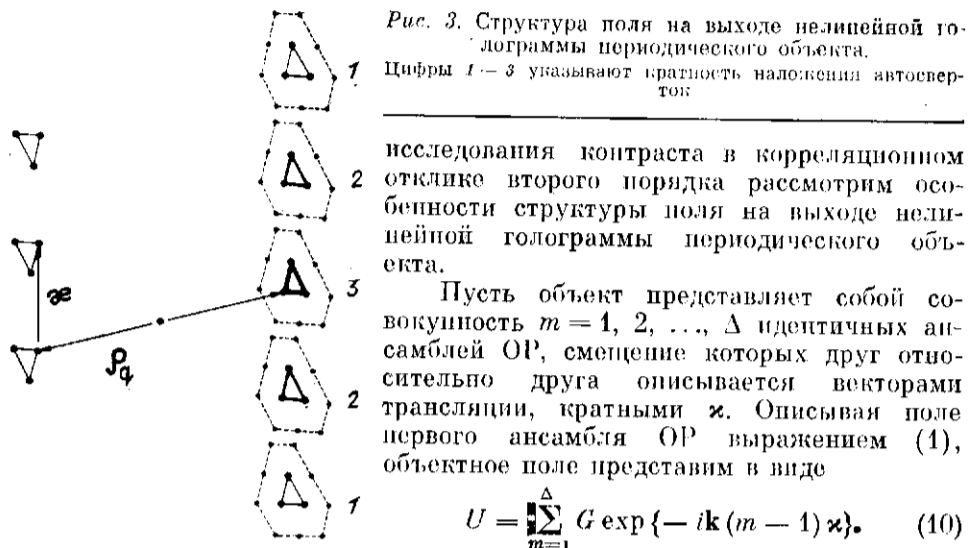


Рис. 3. Структура поля на выходе нелинейной голограммы периодического объекта. Цифры 1-3 указывают кратность наложения автовертов.

исследования контраста в корреляционном отклике второго порядка рассмотрим особенности структуры поля на выходе нелинейной голограммы периодического объекта.

Пусть объект представляет собой совокупность $m = 1, 2, \dots, \Delta$ идентичных ансамблей ОР, смещение которых друг относительно друга описывается векторами трансляции, кратными κ . Описывая поле первого ансамбля ОР выражением (1), объектное поле представим в виде

$$U = \sum_{m=1}^{\Delta} G \exp \{-ik(m-1)\kappa\}. \quad (10)$$

Воздействуя оператором $(T_2(U^*\Omega)^2)$ на поле M ОР ансамбля с индексом s , на выходе фильтра получим

$$T_2\Omega^2 \left[\sum_{j=1}^M |a_j|^2 U^* + \sum_{m \neq s-1}^{\Delta} \sum_{t=1}^{\Delta} \sum_{q \neq j=1}^N \sum_{p=1}^N \sum_{j=1}^M a_j \times \right. \\ \left. \times a_j a_q^* a_p^* \exp \{ik(\rho_0 + \rho_q + \rho_p - \rho_j + (m+t-s-1)\kappa)\} \right] \quad (11)$$

— набор распределений комплексных амплитуд, Δ из которых представляют собой сопряженное изображение объекта-эталона.

Обобщенная функция Паттерсона, соответствующая распределению (11), строится с учетом трансляционного члена на основе векторов решеток вида

$$F_{qp} + \frac{\lambda J_s}{(m+t-s-1)|\kappa|} \mathbf{n}\kappa. \quad (12)$$

Результат такого построения показан на рис. 3 для случая, когда число ОР в ансамбле $N=3$, число ансамблей $\Delta=3$, считывание производится ансамблем с индексом $s=1$. Видно, что во втором относительно объекта-эталона порядке восстанавливается Δ^2 автовертов объекта, смещенных друг относительно друга с векторами, кратными κ . Часть автовертов совпадает по локализации, так что общее число элементов в данном порядке равно $2\Delta-1$. Из выражений (11), (12) и рис. 3 видно, что во втором порядке дифракции отображается периодичность структуры объекта-эталона, причем не только сопряженное изображение, но и ореол характеризуется периодической с исходной пространственно-частотной структурой.

Выполнив несколько более громоздкие расчеты, можно показать, что вывод о сохранении периодичности в области сопряженного изображения остается справедливым и в том случае, когда на распределение поля в области объекта наложено более слабое, чем предполагавшееся

выше, условие $\rho_0^{(m)} = \rho_0^{(1)} + (m-1)\kappa$, где $\rho_0^{(m)} = \sum_{q=1}^{N_m} \rho_q^{(m)} / N_m$ — радиус-вектор геометрического центра элемента объекта с индексом m относительно опорного источника, а локализации, амплитуды и фазы, а также число N_m ОР в пределах каждого из Δ элементов могут быть произвольными. Примером такого объекта служит подсвечиваемая сквозь диффузор решетка.

Полученный результат обобщает известное положение о том, что автокорреляционная функция периодического процесса также является

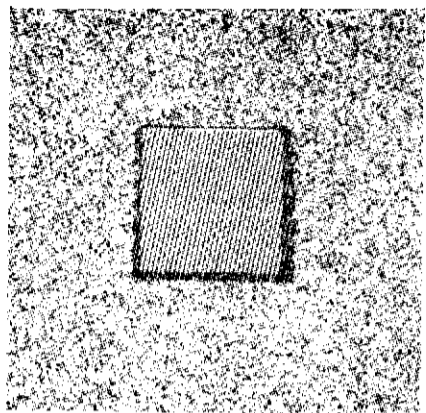


Рис. 4. Объект-эталон для исследования контраста сопряженного изображения

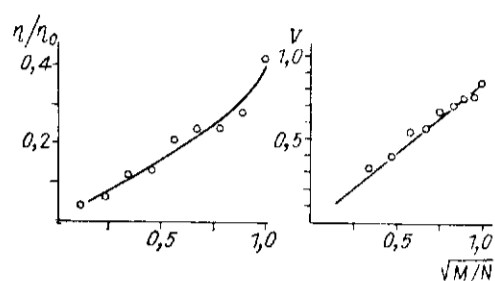


Рис. 5. Зависимости относительной интенсивности излучения, дифрагирующего на фотографии сопряженного изображения (η/η_0) и контраста (V) от мощности набора считывающих ОР

ся периодической [8]. Отображение периодики с исходной пространственно-частотной структурой в автокорреляциях и автосвертках высших порядков случайного поля с «медленной» периодической модуляцией, восстанавливаемых в соответствующих порядках дифракции нелинейной голограммы, — следствие наличия комбинационных составляющих такой голограммы. Качественно этот вывод подтверждается экспериментальными результатами [6].

Из изложенного следует, что определение зависимости контраста корреляционного отклика второго порядка от относительного числа считывающих ОР с применением периодических тест-объектов привело бы к результату, превышающему сравнительно с тем, какой реализуется для объектов со случайным амплитудно-фазовым распределением. Даже в предельном случае $M=1$, когда отклик не выделен по яркости из автосвертки, контраст в изображении периодической составляющей объекта не снижается до нуля, а при выполнении условия $\kappa^2 > 2(p_q - p_p) \times$ для любых $q, p=1, 2, \dots, N$ остается единичным при всех значениях M/N .

Эксперимент. Для экспериментального исследования зависимости контраста от величины отношения M/N нами использовался объект, изображенный на рис. 4, — подсвечиваемый сквозь шлифованное стекло амплитудный транспарант, центральный участок которого — решетка, а периферический — фотограмма спекл-структуры. На вход нелинейной голограммы такого объекта подается поле одного, двух и т. д. квадрантов его части со случайным распределением. При этом на сопряженное изображение решетки накладывается иррегулярный шум, обусловленный дифракцией считывающего поля на составляющих структуры голограммы, соответствующих интерференции сигналов ОР периферической части объекта. Вследствие статистической локализации считывающих ОР в изображении решетки реализуется зависимость контраста от величины M/N , близкая к той, которая имеет место при использовании объектов со случайной структурой.

Нелинейная голограмма описанного объекта-эталона регистрировалась в схеме безлинзовой фурье-голографии. Полевой угол объекта составлял $5,5 \cdot 10^{-2}$, решетки — $1,8 \cdot 10^{-2}$; угол между осями опорного и объектного полей — $1,3 \cdot 10^{-1}$. Голограммы записывались на фотопластинках «Микрат ЛОИ-2» и обрабатывались проявителем ГИ-2 с последующим фиксированием. Сопряженные изображения, восстанавливаемые частью объекта, а также изображение объекта-эталона, полученное в аналогичных геометрических условиях в отсутствие фильтра, регистрировались на пленке КН-2, причем обеспечивалось постоянство величины экспозиции.

На рис. 5 приведены результаты дифрактометрирования фотограмм центральных участков сопряженных изображений и зависимость контраста в корреляционном отклике второго порядка от мощности подансамбля считывающих ОР: $\alpha = I_0/I_1$, где I_0, I_1 — интенсивности излу-

$$V = \frac{4 \sqrt{I_0 I_1}}{I_0 + 4I_1}.$$

Линейная зависимость V от величины $\sqrt{M/N}$ подтверждает результаты расчета и адекватность предложенной модели фильтрации на нелинейной голограмме. Максимальный контраст в корреляционном отклике второго порядка (0,85) оказывается ниже контраста объекта-эталона (0,99) лишь на 14%, что свидетельствует о высоком качестве сопряженного изображения, восстанавливаемого в режиме фильтрации, и умеренном влиянии на него таких, не учитывавшихся при расчетах факторов, как шум зернистости фотослоя [3], фазовая неоднородность подложки голограммы [2, 9], неточность установки фильтра в исходное положение.

Аналогичная зависимость контраста от мощности считывающего подансамбля ОР объекта установлена и для корреляционного отклика нулевого порядка, однако максимальный контраст в фактомном изображении составил в данном случае всего 0,38. Значительно более низкий контраст в корреляционном отклике нулевого порядка объясняется зашумленным изображением решетки центрированными относительно считывающих ОР автокорреляциями объектного поля высших порядков $\sum_{l=2,3,\dots} (|G|^2)^l$.

ВЫВОДЫ

В результате выполненного исследования установлена зависимость контраста корреляционных откликов нелинейного голографического фильтра, расшифровываемых в форме изображения, от относительной величины считывающего фрагмента и от величины отношения площадей светлых и темных участков объекта-эталона. В частности, для бинарного объекта с равными площадями светлых и темных участков реализуется зависимость, близкая к $V \sim \sqrt{M/N}$, что подтверждено экспериментально. С учетом результатов [2] видим, что $V \sim \sqrt[3]{I_0}$; в широком интервале значений отношения M/N сохраняется высокое качество корреляционного отклика.

Экспериментально установлено, что описанные закономерности фильтрации на нелинейных голограммах имеют место не только при использовании схемы безызовой фурье-голографии, но и в схеме Вандер Люгта и в случае произвольного взаимного расположения объекта и опорного источника.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Полянский П. В. О формировании сопряженного изображения в схеме обобщенного голографического фильтра // Оптика и спектроскопия. — 1988. — 65, № 2.
2. Полянский П. В. О согласованной фильтрации с использованием нелинейной голограммы // Автометрия. — 1989. — № 5.
3. Оптическая голография/Под ред. Г. Колфида. — М.: Мир, 1982. — Т. 2.
4. Bringdahl O., Lohmann A. Nonlinear effects in holography // JOSA. — 1968. — 58, N 10.

5. Семенов Г. Б. Проблема нелинейности в голографическом изображении.—Л.: ЛИЯФ, 1973.
6. Goodman J. W., Knight G. R. Effects of film nonlinearities on wavefront-reconstruction images of diffuse objects // JOSA.—1968.—58, N 9.
7. Аристов В. В., Броуде В. Л., Ковальский Л. В. и др. О голографии без опорного пучка // ДАН СССР.—1967.—177, № 1.
8. Бендат Дж., Пирсол А. Применения корреляционного и спектрального анализа.—М.: Мир, 1983.
9. Полянский П. В. Влияние фазовой модуляции объектного поля на результат голографической фильтрации // Автометрия.—1989.—№ 1.

Поступила в редакцию 26 октября 1989 г.

УДК 535.317.1

Е. И. ТОЛКОВА
(Горький)

УСЛОВИЯ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЯ СЛАБОСВЕТЯЩЕГОСЯ ОБЪЕКТА МЕТОДОМ ИНТЕРФЕРОМЕТРИИ НА ЗРАЧКЕ

При наземном наблюдении удаленного оптического источника возникает задача построения его изображения, свободного от искажений, вносимых атмосферой в проходящую световую волну. Существуют две группы методов восстановления изображения, одни из которых оперируют спекл-структурами в плоскости изображения (спекл-интерферометрия), другие — интерференционными картинками, локализованными на зрачке [1]. Применение последних основывается на известной теореме Ван Циттерта — Цернике, согласно которой поперечная комплексная функция когерентности (КФК) поля $E(\mathbf{r}, t)$ с волновым числом k , определяемая как

$$\Gamma(\mathbf{R}, \mathbf{r}) = E\left(\mathbf{R} - \frac{\mathbf{r}}{2}\right) \bar{E}\left(\mathbf{R} + \frac{\mathbf{r}}{2}\right),$$

является фурье-спектром интенсивности $O(\beta)$ в плоскости пространственно-некогерентного излучателя, удаленного на расстояние L в однородной среде:

$$\Gamma(\mathbf{R}, \mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi} \exp\left(-ik \frac{\mathbf{R}\mathbf{r}}{L}\right) \iint O(\beta) \exp(ik\mathbf{r}\beta) d\beta.$$

Для построения КФК был предложен прибор, называемый ниже модифицированным интерферометром Майкельсона, создающий интерференционную картину наложением двух изображений входного зрачка, повернутых относительно друг друга на 180° [2]. Интерферометр строит все фурье-компоненты изображения на частотах от 0 до D/λ , где D — диаметр телескопа, λ — длина волны излучения с единичной по модулю оптической передаточной функцией (ОПФ), тогда как модуль ОПФ спекл-интерферометрии падает с увеличением частоты и случаев.

Однако интерферометрия в плоскости зрачка имеет преимущества лишь при наблюдении ярких источников. Для слабосветящегося объекта существенно то обстоятельство, что в каждую точку спекл-изображения телескоп собирает излучение с атмосферной площади когерентности Q , тогда как в точку интерференционной картины приходит излучение лишь от пары точек зрачка. Если q — площадь отсчетной «точки» в интерферограмме, то поступающая в эту точку мощность в $Q/q \gg 1$ раз ниже, а уровень фотонного шума соответственно в $\sqrt{Q/q}$ раз выше, чем в спекл-изображении. В настоящей работе произведен расчет фотонного шума в спектре объекта, построенном с помощью модифицированного интерферометра Майкельсона способом, предлагае-