генерации // V Всесоюз. конф. «Фотометрия и ее метрологическое обеспечение»: Тез. докл.— М.: ВНИИОФИ, 1984.

5. **Тюшкевич Б. Н., Окушко В. А.** Динамика записи голограмм на фототермопластический носитель рубиновым лазером в свободном режиме генерации // Оптическая запись и обработка информации: Сб. науч. трудов.— Куйбышев: КуАИ, 1986.
6. **Находкин Н. Г., Новоселец М. К.** Некоторые шумы и нелинейности ТП сред в голографии // Фундаментальные основы оптической памяти и среды.— 1977.— Вып. 8.
7. **Находкин Н. Г., Кувшинский Н. Г.** Термопластические среды для регистрации голограмм // Пространственные модуляторы света.— Л.: Наука, 1977.

Поступило в редакцию 7 февраля 1990 г.

УДК 681.3.06

А. М. КОВАЛЕВ, Ю. В. ТАРНОПОЛЬСКИЙ

(Новосибирск)

ПРОЕКТИВНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ТРИАНГУЛИРОВАННЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

При создании высокопроизводительных систем синтеза визуальной обстановки (ССВО) с применением векторно-конвейерных процессоров [1] актуальной становится разработка легко векторизуемых алгоритмов преобразования трехмерных плоских многоугольников в объектном пространстве.

В традиционных алгоритмах [2, 3] не поддается векторизации процесс клиппирования многоугольников относительно плоскостей пирамиды видимости. Как правило, известные алгоритмы клиппирования [4] являются повторно-входными с контекстными переключениями или многочисленными ветвлениями.

В ряде алгоритмов клиппирование переносят в пространство изображения [5, 6]. Известны системы, например Pixel Plane [7], в которых предварительное клиппирование не является обязательным. В таких системах проекция многоугольника на плоскость изображения задается пересечением полуплоскостей, ограниченных прямыми линиями, а в объектном пространстве достаточно определить лишь уравнения этих линий вида

$$Ax + By + C = 0, \tag{1}$$

где x, y — координаты пиксела в плоскости изображения.

В современных ССВО для повышения реализма изображений широко используется текстурирование поверхностей объектов [8, 9]. При этом, в частности, необходимо линейно интерполировать некоторые координаты текстурного рисунка вдоль плоскости многоугольника в объектном пространстве. Способы интерполяции параметров в пространстве изображения, обычно используемые для таких параметров, как яркость или цвет [10, 11], не пригодны для текстуры из-за визуальных искажений текстурного рисунка при эволюции объектов или наблюдателя в пространстве.

Показано, что в плоскости изображения координаты текстурного рисунка определяются отношением двух линейных функций [12] вида

$$f = (Ax + By + C)/(Dx + Ey + F), \tag{2}$$

где A, B, C — коэффициенты линейных функций текстурных координат в объектном пространстве; D, E, F — компоненты нормали к плоскости многоугольника.

Ясно, что выражение (2) может быть применено для интерполяции и других параметров, таких, как яркость, цвет, полупрозрачность и т. д.

В настоящей работе рассматривается проективное преобразование в объектном пространстве при следующих ограничениях:

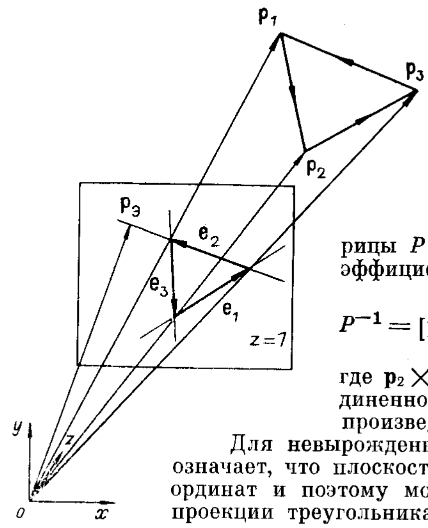
1) исходное описание поверхностей объектов составлено из треугольников, заданных трехмерными координатами вершин и набором параметров при этих вершинах;

2) результирующее описание поверхностей объектов, спроецированных на плоскость изображения, содержит коэффициенты «реберных» линий треугольников согласно (1) и коэффициенты линейных функций для вычисления параметров согласно (2).

Уравнения реберных линий проекции треугольника. Пусть

$$P = P_0 M = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_1 \\ \mathbf{p}_2 \\ \mathbf{p}_3 \end{bmatrix} \tag{3}$$

— матрица координат вершин треугольника в системе координат наблюдателя, где P_0 — исходная матрица координат вершин в базе данных; M — матрица преобразова-



ния, переводящая треугольник в систему наблюдателя; $\mathbf{p}_i$ ($i = 1, 2, 3$) — радиусы-векторы вершин треугольника.

Пусть плоскость $z = 1$ в системе координат наблюдателя $oxyz$ является плоскостью изображения, глаз наблюдателя расположен в начале координат, направление наблюдения совпадает с направлением оси z (см. рисунок).

Покажем, что для невырожденной матрицы P обратная матрица P^{-1} содержит искомые коэффициенты уравнений реберных линий:

$$P^{-1} = [\mathbf{p}_2 \times \mathbf{p}_3 \ \ \mathbf{p}_3 \times \mathbf{p}_1 \ \ \mathbf{p}_1 \times \mathbf{p}_2]/\det(P) = [\mathbf{e}_1\mathbf{e}_2\mathbf{e}_3], \quad (4)$$

где $\mathbf{p}_2 \times \mathbf{p}_3$, $\mathbf{p}_3 \times \mathbf{p}_1$, $\mathbf{p}_1 \times \mathbf{p}_2$ — векторы-столбцы присоединенной к P матрицы, полученные путем векторного произведения соответствующих пар векторов.

Для невырожденной матрицы P определитель $\det(P) \neq 0$. Это означает, что плоскость треугольника не проходит через начало координат и поэтому может быть видимой. Каждая реберная линия проекции треугольника лежит, во-первых, в плоскости изображения и, во-вторых, в плоскости, проходящей через начало координат и пару вершин треугольника. Из условий компланарности троек векторов $\mathbf{p}_э\mathbf{p}_2\mathbf{p}_3$, $\mathbf{p}_э\mathbf{p}_3\mathbf{p}_1$, $\mathbf{p}_э\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2$, гре $\mathbf{p}_э = [xy1]$ — радиус-вектор точки на плоскости изображения, и с учетом (4) следует, что $\mathbf{p}_э\mathbf{e}_i = 0$ есть уравнения реберных линий в плоскости изображения, а P^{-1} содержит их коэффициенты.

Линейные функции параметров. Пусть при каждой вершине треугольника задан набор параметров, который образует матрицу

$$f = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_1 \\ \mathbf{f}_2 \\ \mathbf{f}_3 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

где $\mathbf{f}_i$ при $i = 1, 2, 3$ — вектор параметров при вершине.

В [13] показано, что линейная интерполяция параметров вдоль плоскости треугольника в объектном пространстве вида

$$f(\mathbf{p}) = \mathbf{p}F, \quad (6)$$

где $\mathbf{p} = [xyz]$ — произвольная точка объектного пространства, достигается, если матрица коэффициентов F получена в результате произведения матриц

$$F = P^{-1}f. \quad (7)$$

Нетрудно заметить, что проективное преобразование

$$\mathbf{p}_э = \mathbf{p}/z \quad (8)$$

переводит произвольную точку $\mathbf{p}$ объектного пространства в точку $\mathbf{p}_э$ на плоскости изображения. С учетом (8) выражение (6) примет вид

$$f(\mathbf{p}_э) = (\mathbf{p}_эF)z(\mathbf{p}_э). \quad (9)$$

Зависимость $z(\mathbf{p}_э)$ найдем из уравнения плоскости треугольника. Легко показать, что его можно записать в виде

$$\mathbf{p}\mathbf{N} - 1 = 0, \quad (10)$$

где $\mathbf{N} = P^{-1}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ — нормаль плоскости.

Из (10) с учетом (8) получим

$$z(\mathbf{p}_э) = 1/(\mathbf{p}_э\mathbf{N}). \quad (11)$$

Подставляя (11) в (9), получим выражение, аналогичное (2):

$$f(\mathbf{p}_э) = (\mathbf{p}_эF)/(\mathbf{p}_э\mathbf{N}). \quad (12)$$

Таким образом, если дополнить исходную матрицу параметров f единичным столбцом, то с помощью (7) можно вычислить коэффициенты F и $\mathbf{N}$ для интерполяции параметров в соответствии с (2).

Замечание. Поскольку $f(\mathbf{p}_э)$ представляет собой отношение линейных функций, то результат не изменится, если при вычислении F и $\mathbf{N}$ использовать не обратную матрицу P^{-1}, а присоединенную к P матрицу $P^{-1}\det(\mathbf{P})$. Очевидно, что и при определении уравнений реберных линий можно пользоваться присоединенной матрицей. Это значительно облегчает практическую реализацию алгоритма, поскольку исключает операцию деления в объектном пространстве. Операция деления необходима в пространстве изображения, где вычисляются параметры. Один из важнейших параметров грани — ее дальность z. При использовании присоединенной матрицы дальность (11) должна быть умножена на определитель $\det(P)$.

Удаление невидимых треугольников. В объектном пространстве можно удалять треугольники двух типов: 1) так называемые «задние», составляющие невидимые задние поверхности видимого объекта, и 2) лежащие полностью вне поля зрения.

В левой системе координат наблюдателя и направлении обхода вершин против часовой стрелки, что показано на рисунке, треугольник является задним, либо его плоскость проходит через начало координат, если определитель

$$\det(P) = \mathbf{p}_1(\mathbf{p}_2 \times \mathbf{p}_3) \leqslant 0. \qquad (13)$$

Для отбраковки треугольников, лежащих полностью вне пирамиды видимости, потребуется известный тест Коэна — Сазерленда [14], проверяющий, находятся ли вершины треугольника внутри пирамиды видимости.

Заключение. Предлагаемое преобразование триангулированных поверхностей в объектном пространстве содержит в основном операции векторного и матричного умножения. При реализации такого преобразования на специализированном многопотоковом конвейере, содержащем векторные и матричные умножители, можно получить предельную скорость преобразования — один треугольник за один конвейерный такт.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Ковалев А. М., Талнынин Э. А.** Машинный синтез визуальной обстановки // Автометрия.— 1984.— № 4.
2. **Фоли Дж., Вэн Дэм А.** Основы интерактивной машинной графики.— М.: Мир, 1985.— Кн. 1.
3. **Clark J. H.** The geometry engine: a VLSI geometry system for graphics // Comput. Graph.— 1982.— **16**, N 3.
4. **Sutherland I. E., Hodgman G. W.** Reentrant poligon clipping // CACM.— 1974, January.
5. **Page I., Niehaus J.** The flex architecture, a high-speed graphics processor/Computer Architecture News.— 1988.— **16**, N 4.
6. **Айдемиров И. А., Воробьев Ю. Д., Лагиева М. М., Хачумов В. М.** Программно-аппаратные средства клиппирования в синтезирующей конвейерной графической системе // Автометрия.— 1990.— № 6.
7. **Fuch H. e. a.** Fast spheres, shadows, textures, transparencies and image enhancements in Pixel-Planes // Comput. Graph.— 1985.— **19**, N 3.
8. **Economy R., Bunker M.** Advanced video object simulation // Proc. IEEE National Aerosp. and Electron. Conf.— Dayton Convention Center, 1984.— V. 2.
9. **Pat. 4615013 US.** Method and apparatus for texture generation/J. K. Yan, N. S. Scabo, L. Y. Chen.— Publ. 30.IX.86.
10. **Gouraud N.** Computer display of curved surfaces // IEEE Trans.— 1971.— **C-20**, June.
11. **Bui Tuong Phong.** Illumination for computer generated pictures // CACM.— 1975.— N 6.
12. **Ковалев А. М., Тарасов Ю. В.** Текстура на произвольно ориентированных плоских поверхностях // Автометрия.— 1988.— № 6.
13. **Low R. J.** Vector interpolation for surface normal calculation // The Visual Computer.— 1989.— N 5.— P. 158.
14. **Ньюмен У., Спрулл Р.** Основы интерактивной машинной графики.— М.: Мир, 1976.

Поступило в редакцию 6 августа 1990 г.