## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ


1. **Ярославский Л. П.** Введение в цифровую обработку изображений.— М.: Сов. радио, 1979.
2. **Кузнецов Ю. А., Шилин В. А.** Микросхемотехника БИС на приборах с зарядовой связью.— М.: Радио и связь, 1988.
3. **Прэтт У.** Цифровая обработка изображений: Пер. с англ.— М.: Мир, 1982.
4. **Hicks Eby.** Signal processing techniques in commercially available high-speed optical character reading equipment // SPIE.— V. 180: Real-Time Signal Proces.— 1979.— **11.**— P. 212.
5. **Козлов А. И., Кляус Х. И., Черепов Е. И.** Пятиточечный аналоговый свертыватель на приборах с зарядовой связью. Распределенная обработка информации // Тез. докл. Третьего регионального семинара.— Улан-Удэ, июль 1989.
6. **Приборы** с зарядовой связью/Под ред. М. Хоувза и Д. Моргана: Пер. с англ.— М.: Энергоиздат, 1981.
7. **А. с. 913563 СССР.** Программируемый трансверсальный фильтр/Х. И. Кляус, И. И. Ли, В. В. Филиппова, Е. И. Черепов.— Опубл. 15.03.82. Бюл. 10.
8. Gradl D. A. CCD sampling of high-frequency broad-band signals // IEEE J. of Solid-



УДК 621.397.2 : 519.65



**Ф. Д. МЕЖОВ**

*(Ленинград)*


# ВЕСОВАЯ ФУНКЦИЯ ИНТЕРПОЛЯТОРА ДЛЯ ТЕЛЕВИЗИОННЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

В последнее время широкое распространение в качестве интерполяционных функций получили кубические сплайны различных типов. В частности, для массива отсчетов $\mathbf{U} = \{u_k\}$, $k = \overline{1; N}$, заданного на равномерной сетке $x_1 < x_2 < \ldots < x_N$ с шагом $x_{k+1} - x_k = h_1$ для всех $k$, применяется сплайн

$$S(x) = \sum_{k=1}^{N} A_k B_k(x), \quad x \in [x_1; x_N],$$

где $B(x)$ — кубический $B$-сплайн [1].

Свойства $B$-сплайна таковы, что для каждого интервала $[x_k; x_{k+1}]$ интерполяционная формула имеет вид

$$S(x_k + h_1\xi) = \sum_{r=k-1}^{k+2} c_r b_r(\xi), \quad \xi \in [0; 1], \tag{1}$$

где $\xi = (x - x_k)/h_1$, $b_r(\xi) = 6h_1 B_r(\xi)$, $c_r = A_r/6h_1$.

Требование совпадения в узлах сетки значений сплайна и интерполируемой функции приводит к системе уравнений относительно неизвестных коэффициентов $c_r$:

$$\mathbf{CL} = \mathbf{U}, \tag{2}$$

где $\mathbf{C} = \{c_k\}$, $k = \overline{1; N}$; $\mathbf{L}$ — трехдиагональная матрица размером $N \times N$. Элементы главной диагонали этой матрицы равны четырем, а элементы побочных диагоналей — единице.

Решать систему (2) обычно рекомендуется методом прогонки [1]. Однако удобнее в интерполяционной формуле (1) использовать матрицу $\mathbf{L}^{-1}$, обратную матрице $\mathbf{L}$. Поскольку

$$\mathbf{L}^{-1} = \mathbf{Q}/\Delta(N),$$

где $Q = \{q_{ik}\}$ — матрица, присоединенная к матрице $L$, а $\Delta(N)$ — определитель матрицы $\mathbf{L}$, то из (2) следует, что

$$c_r = \frac{1}{\Delta(N)} \sum_{m=1}^{N} u_m q_{mk},$$

и сплайн (1) можно представить как отклик линейной системы на входной сигнал $\{u_m\}$:

$$S(x_k + h_1\xi) = \frac{1}{\Delta(N)} \sum_{m=1}^{N} u_m \alpha_{k-m}(\xi), \tag{3}$$

причем дискретная весовая функция $\alpha_{k-m}(\xi)$ для конкретного $\xi$ имеет вид

$$\alpha_{k-m}(\xi) = \sum_{r=k-1}^{k+2} q_{mr} b_r(\xi). \tag{4}$$

Функции $b_r(\xi)$ определяются выражениями

$$\begin{gathered} b_{k-1} = (1-\xi)^3, \quad b_k = 4 - 6\xi^2 + 3\xi^3, \\ b_{k+1} = 1 + 3\xi + 3\xi^2 - 3\xi^3, \quad b_{k+2} = \xi^3. \end{gathered} \tag{5}$$

Интерполяционная формула (3) обладает определенными преимуществами перед обычной формулой (1). В частности, в отличие от коэффициентов $c_r$, которые зависят от входных отсчетов $u_k$, весовые коэффициенты $\alpha_{k-m}(\xi)$ могут быть вычислены заранее для каждого конкретного $\xi$. Другим достоинством формул (3) и (4) является то, что весовая функция позволяет оценить количество отсчетов, необходимое для формирования интерполированного значения: наибольшее число $k \approx N/2$ можно определить из неравенства

$$[\alpha_{k-1}(0{,}5)/\alpha_0(0{,}5)] \ll 1.$$

Например, при $N = 10$, $k = 5$ отношение $[\alpha_1(0{,}5)/\alpha_0(0{,}5)] < 0{,}004$. Поэтому на практике нет смысла брать $N$ больше, чем 10.

Вычисления по формуле (4) также не представляют трудностей. Матрица $\mathbf{Q}$ симметрична. Абсолютные значения ее элементов не зависят от порядка матрицы, а значение элемента вычисляется по формуле

$$q_{i,\,N-r} = (-1)^{N+r+i}\Delta(i)\Delta(r), \quad N - r \geqslant i.$$

Для определителей $\Delta(k)$ имеет место рекуррентная формула

$$\Delta(k) = 4\Delta(k-1) - \Delta(k-2),$$

причем $\Delta(0) = 1$, $\Delta(1) = 4$.

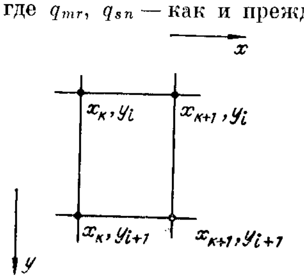
При интерполяции телевизионных изображений естественно ожидать большей эффективности от интерполяционных функций двух переменных. Приведенные рассуждения легко распространить на двумерные массивы, заданные на равномерной прямоугольной сетке $x_1 < x_2 < \ldots < x_N$; $y_1 < y_2 < \ldots < y_N$; $(x_{k+1} - x_k = h_1$, $y_{i+1} - y_i = h_2)$. Двумерный сплайн в этом случае представляется в виде линейной комбинации одномерных кубических $B$-сплайнов. Для прямоугольной области $x \in [x_k;\ x_{k+1}]$, $y \in [y_i;\ y_{i+1}]$ размером $h_1 \times h_2$ двумерный (бикубический) сплайн выражается формулой

$$S(x_k + h_1\xi,\ y_i + h_2\zeta) = \frac{1}{\Delta^2(N)} \sum_{m=1}^{N} \sum_{n=1}^{N} u_{nm}\alpha_{i-n,k-m}(\zeta, \xi). \tag{6}$$

Двумерная дискретная весовая функция имеет вид

$$\alpha_{i-n,k-m}(\zeta, \xi) = \sum_{r=i-1}^{i+2} \sum_{s=k-1}^{k+2} q_{mr} q_{sn} b_r(\zeta)\, b_s(\xi), \tag{7}$$

где $q_{mr}$, $q_{sn}$ — как и прежде, элементы матрицы $Q$, а $b_k(\xi)$ и $b_r(\zeta)$ имеют вид (5).




Работу интерполятора можно представить следующим образом. При четном $N$ индексы $i$ и $k$ в (6) и (7) имеют постоянные значения, равные $N/2$. Они определяют координаты ($i$-я строка в кадре или поле, $k$-й элемент в строке) элемента изображения, расположенного в левом верхнем углу области $x \in [x_k;\ x_{k+1}]$, $y \in [y_i;\ y_{i+1}]$ (см. рисунок). Эта область расположена в центре пространственной апертуры (скользящего «окна»), содержащей $N \times N$ элементов изображения. Для ее формирования нужны $N-1$ задержек на длительность телевизионной строки и $N(N-1)$ задержек на длительность элемента изображения. Отсчеты видеосигнала на выходе этих задержек в совокупности с незадержанным (текущим) отсчетом образуют обрабатываемый массив $N^2$ отсчетов.

Интерполятор, реализующий описанный алгоритм, отличается крайней простотой и хорошим быстродействием.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Завьялов Ю. С., Квасов Б. И., Мирошниченко В. Л.** Методы сплайн-функций.— М.: Наука, 1980.

*Поступило в редакцию 28 ноября 1989 г.*