

Е. Г. СТОЛОВ
(Ленинград)

СИНТЕЗ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫХ ОПТИЧЕСКИХ ПОКРЫТИЙ

В работе [1] изложен новый метод численного решения систем трансцендентных нелинейных уравнений. Он разработан для решения нелинейных уравнений, содержащих сложную суперпозицию функций от неизвестных:

$$F\left(\Phi_1\left(x_{r_1^{(1)}}, \dots, x_{r_{k_1}^{(1)}}\right), \dots, \Phi_c\left(x_{r_1^{(c)}}, \dots, x_{r_{k_c}^{(c)}}\right)\right) = A, \quad (1)$$

где c — число функций; k_i — число неизвестных, входящих в i -ю функцию суперпозиции $1 \leq i \leq c$, и их систем.

Метод позволяет проводить поиск решений нелинейных уравнений на сетке, образованной из точек в Q -мерном пространстве неизвестных, где Q — число неизвестных в уравнении, методом перебора.

Преимущество метода заключается в повышенном быстродействии. Эффект повышения быстродействия достигается за счет исключения дублирования вычислительных операций при анализе разных точек из области изменения неизвестных. В процессе решения уравнения предварительно вычисляются значения функций, входящих в суперпозицию, в ряде точек из области изменения неизвестных. Эти значения вносятся в память ЭВМ под соответствующими номерами. При проверке каждой точки из области изменения неизвестных на соответствие уравнению (1) значения функций, входящих в суперпозицию, не просчитываются заново, а берутся непосредственно из памяти ЭВМ.

В настоящей работе излагаются пути повышения быстродействия вышеуказанного метода.

Предпосылки для развития этого направления на базе разработанной теории поиска на равномерной сетке в пространстве неизвестных заключаются в следующем.

Во-первых, в процессе поиска решений методом перебора производится обработка больших массивов информации, а используется лишь незначительная часть ее. Например, при решении задачи синтеза интерференционных покрытий по вышеописанной методике выполняется расчет коэффициентов пропускания t^{2m+1} конструкций покрытий на f длинах волн, а в результате определяется лишь одна конструкция покрытия, имеющая оптические характеристики, наиболее близкие к требуемым в данной конкретной задаче, хотя вся эта информация может быть использована многократно при решении других задач.

Во-вторых, в рамках разработанной схемы синтеза каждой конструкции покрытия присваивается свой номер N , что позволяет осуществлять компактную запись информации о ней.

В-третьих, имеется возможность с помощью современных оптических систем, связанных с ЭВМ, быстро находить пересечения множеств значений, записанных на нескольких оптических носителях.

Для эффективного развития этого направления необходимо решить два основных вопроса:

унифицировать постановку проблемы таким образом, чтобы любая конкретная задача укладывалась в выбранные интервалы изменения параметров и их градиент;

разработать систему хранения накапливаемой информации таким образом, чтобы использовать при решении конкретных задач все имеющиеся сведения и обеспечить максимальную скорость поиска.

Решение первого вопроса полностью зависит от специфики стоящей задачи и возможностей используемой вычислительной техники.

Проиллюстрируем предлагаемый метод решения нелинейных уравнений на примере решения задачи синтеза интерференционных покрытий, обладающих требуемыми спектральными характеристиками, т. е. для расчета оптических толщин слоев покрытия, обеспечивающих на длинах волн $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_f$ заданные значения энергетических коэффициентов пропускания. Интерференционное покрытие при теоретическом рассмотрении по методике, описанной в [1], представлялось в виде структуры $\Pi_1 - P - \Pi_2$, где P — разделительный слой, роль которого может

$$1 + \rho_1^2 \rho_2^2 - 2\rho_1 \rho_2 \cos(\Delta_1 + \Delta_2 + 4\pi n_a d_a / \lambda)$$

где $\rho_1(\lambda)$ и $\rho_2(\lambda)$ — модули амплитудных коэффициентов отражения обеих частей покрытия Π_1 и Π_2 ; $\Delta_1(\lambda)$ и $\Delta_2(\lambda)$ — сдвиги фазы электрического вектора при отражении со стороны разделительного слоя для частот покрытия Π_1 и Π_2 ; n_a и d_a — показатель преломления и геометрическая толщина разделительного слоя.

$(2m + 1)$ -слойное интерференционное покрытие может быть представлено в виде: Π_1 — первые m слоев, P — разделительный слой, $(m + 1)$ -й слой, Π_2 — $(m + 2)$ -й слой, $(m + 3)$ -й и т. д., $(2m + 1)$ -й слой.

При расчете в памяти ЭВМ удерживаются значения $\rho_1, \rho_2, \Delta_1, \Delta_2$ для всех комбинаций значений варьируемых параметров. Каждой точке из области изменения неизвестных, т. е. каждой конструкции покрытия, соответствует номер N , $0 \leq N < t^q$, где t — целое положительное число. Номер точки N однозначно определяет значения неизвестных x_1, x_2, \dots, x_q , согласно формулам

$$x_i(N) = x_i^{(1)} + \frac{x_i^{(2)} - x_i^{(1)}}{t - 1} a_i, \quad i = 1, 2, \dots, Q; \quad (3)$$

$$N = a_1 + a_2 t + \dots + a_q t^{q-1}, \quad (4)$$

где $[x_i^{(1)}, x_i^{(2)}]$ — область изменения x_i ; a_i — целое неотрицательное число, $a_i < t$. Таким образом, число a_1, a_2, \dots, a_q представляет N в t -й системе исчисления [1].

В настоящей работе показано, что в процессе решения конкретных задач по вышеупомянутой схеме могут формироваться универсальные банки данных, на основе которых любая задача синтеза (даже совершенно отличная от уже решенных задач) может быть решена со значительно более высоким быстродействием.

Для этого, как отмечалось выше, необходимо унифицировать постановку задачи синтеза, а именно:

- 1) оговорить значения $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_f$ в единицах λ_0 , например 0,5; 0,6; ... 1,5, и задать требуемые коэффициенты пропускания в каждой конкретной задаче только для нескольких длин волн из этого набора;
- 2) выделить несколько пар значений показателей преломления слоев покрытия и показателей преломления обрамляющих сред, для которых будет производиться расчет (n_b, n_n, n_0, n_{Q+1});
- 3) выбрать несколько значений Q -чисел слоев в покрытии;
- 4) выбрать градации задаваемых значений энергетического коэффициента пропускания;
- 5) установить интервал варьирования оптических толщин слоев в единицах $\lambda_0/4 [x_i^{(1)}, x_i^{(2)}]$, например $[0,1; 1,5]$, и t — число градаций для толщины каждого слоя.

Для каждого набора значений: $n_v, n_u, n_0, n_{Q+1}, [x_i^{(1)}, x_i^{(2)}], t$ — формируется свой банк данных. Каждому значению длины волны λ , как уже сообщалось, присваивается свой номер — $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_f$. Кроме того, каждому интервалу значений энергетических коэффициентов пропускания покрытия также присваивается свой номер ($1, 2, \dots, \mathcal{L}$), например: первый — $[0; 0,1]$; второй — $[0,1; 0,2]$ и т. д., десятый — $[0,9; 1,0]$.

Банк данных содержит $f\mathcal{L}$ блоков памяти. Нумеровать эти блоки удобней всего как элементы двумерной прямоугольной матрицы (i, k) , $i = 1, 2, \dots, f$; $k = 1, 2, \dots, \mathcal{L}$. В блоке памяти (i, k) хранятся в порядке возрастания номера тех конструкций покрытий, которые на длине волны λ_i имеют коэффициент пропускания T , относящийся к k -му интервалу, т. е.

$$(k-1)/\mathcal{L} < T \leq k/\mathcal{L}, \quad k = 1, 2, \dots, \mathcal{L}. \quad (5)$$

Формирование банков данных может производиться непосредственно при решении конкретных задач синтеза по методике, описанной в [4]. При реализации схемы синтеза, описанной в [4], осуществляется вычисление энергетических коэффициентов пропускания покрытия $T(\lambda_i, N)$, $i = 1, 2, \dots, f$, для конструкций покрытий с различными номерами N . Вычисленное значение $T(\lambda_i, N)$ сопоставляется с требуемым. При формировании банков данных дополнительно производятся следующие операции.

1. Определяется значение k , при котором $T(\lambda_i, N)$ удовлетворяет соотношению (5).

2. Номер N запоминается в оперативной памяти ЭВМ в сочетании с парой чисел (i, k) для последующей записи в постоянную память блока (i, k) .

3. По мере заполнения оперативной памяти ЭВМ производится перезапись номеров N в соответствующие блоки памяти (i, k) , которые формируются в постоянной памяти ЭВМ. Запись номеров конструкций покрытий в каждом блоке осуществляется в порядке возрастания N .

Поиск конструкций покрытия с требуемыми свойствами с помощью сформированных банков данных производится следующим образом. Пусть необходимо рассчитать конструкцию покрытия, которое на длинах волн $\lambda_{\xi_1}, \lambda_{\xi_2}, \dots, \lambda_{\xi_q}$ имеет энергетические коэффициенты пропускания соответственно $T_{\xi_1}, T_{\xi_2}, \dots, T_{\xi_q}$. Причем

$$\begin{aligned} \lambda_{\xi_l} &\in [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_f], \quad l = 1, 2, \dots, q; \\ (k(\xi_l) - 1)/\mathcal{L} &< T_{\xi_l} \leq k(\xi_l)/\mathcal{L}. \end{aligned} \quad (6)$$

Иначе говоря, T_{ξ_l} относится к $k(\xi_l)$ интервалу значений T .

В процессе поиска используются блоки памяти с номерами $(\xi_l, k(\xi_l))$, $l = 1, 2, \dots, q$. Цель поиска — отыскание таких значений N , которые имеются во всех q вышеупомянутых блоках памяти, т. е. найти пересечение q множеств значений $N(\xi_l, k(\xi_l))$, $l = 1, 2, \dots, q$; $N(i, k)$ — множество значений N , хранящееся в блоке памяти (i, k) .

Процесс решения происходит следующим образом.

1. Из постоянной памяти в оперативную память ЭВМ вводятся два массива данных $N(\xi_1, k(\xi_1))$ и $N(\xi_2, k(\xi_2))$ и определяется пересечение этих множеств: $N(\xi_1, k(\xi_1)) \cap N(\xi_2, k(\xi_2))$, т. е. определяются номера конструкций покрытий, которые на длинах волн λ_{ξ_1} и λ_{ξ_2} приближенно обладают требуемыми оптическими свойствами.

2. Из постоянной памяти ЭВМ в оперативную вводится массив $N(\xi_3, k(\xi_3))$, т. е. содержимое $(\xi_3, k(\xi_3))$ блока памяти, и определяется пересечение множеств

$$N(\xi_1, k(\xi_1)) \cap N(\xi_2, k(\xi_2)) \cap N(\xi_3, k(\xi_3)).$$

Далее эта процедура повторяется до тех пор, пока не будет найдено множество значений N , равное пересечению всех q множеств:

$$N(\xi_1, k(\xi_1)) \cap N(\xi_2, k(\xi_2)) \cap \dots \cap N(\xi_q, k(\xi_q)),$$

т. е. будут определены номера конструкций покрытий, которые на длинах волн $\lambda_{\xi_1}, \dots, \lambda_{\xi_q}$ приближенно обладают заданными значениями энергетических коэффициентов пропускания.

3. Для всех найденных значений N по формулам (3) и (4) определяются соответствующие им конструкции покрытий. Среди них выбирается та, которая наиболее точно обладает требуемыми оптическими свойствами, т. е. сообщает минимум функционалу качества:

$$\Phi(N) = \sum_{l=1}^q |T(N, \lambda_{\xi_l}) - T_{\xi_l}|^2. \quad (7)$$

4. Найденная конструкция оптимизируется [3, 4].

Оценим быстродействие предлагаемого метода. При этом будем предполагать равновероятность наличия у покрытий любых значений коэффициентов пропускания, т. е. в каждом из \mathcal{L} блоков памяти, относящихся к определенной длине волны λ_i , $i = 1, 2, \dots, f$, будет храниться $\approx M/\mathcal{L} = v$ номеров конструкций. Для оценки быстродействия необходимо определить, сколько элементарных циклов сравнения двух номеров необходимо совершить в процессе поиска. На первом этапе поиска производится сопоставление номеров конструкций, хранящихся в блоках $(\xi_1; k(\xi_1))$ и $(\xi_2; k(\xi_2))$. С учетом сделанного выше предположения число элементарных циклов сравнения будет $\approx v^2$. Однако для определения ориентировочного числа таких циклов при дальнейшем поиске необходимо пойти математическое ожидание для числа совпадений номеров конструкций в блоках $(\xi_1; k(\xi_1))$ и $(\xi_2; k(\xi_2))$. Очевидно, вероятность совпадения s номеров ($s \leq v$) равна

$$\omega_s = \frac{C_v^s C_{M-v}^{v-s}}{C_M^v}, \quad (8)$$

где C_v^s — число размещений из v элементов по s . Математическое ожидание числа совпадений при наличии в каждом из сравниваемых массивов по v элементов и полном числе элементов M равно

$$P(v, v, M) = \sum_{s=0}^v s C_v^s C_{M-v}^{v-s} (C_M^s)^{-1}. \quad (9)$$

Известно [5], что для распределений вероятности типа (8)

$$P(v, v, M) = v^2/M, \quad (10)$$

при сопоставлении массивов $N(\xi_1, k(\xi_1)) \cap N(\xi_2, k(\xi_2))$ и $N(\xi_3, k(\xi_3))$ математическое ожидание для числа совпадений равно $P(v^2/M, v, M)$ и согласно [5]

$$P(v^2/M, v, M) = v^3/M^2 \quad (11)$$

и т. д., при сопоставлении массивов

$$N(\xi_1, k(\xi_1)) \cap N(\xi_2, k(\xi_2)) \cap \dots \cap N(\xi_{q-1}, k(\xi_{q-1}))$$

и $N(\xi_q, k(\xi_q))$ математическое ожидание для числа совпадений

$$P(v^q/M^{q-1}, v, M) = v^q/M^{q-1}. \quad (12)$$

В таблице представлены математические ожидания для количества номеров в сопоставляемых массивах, числа совпадений, количества элементарных сопоставлений двух чисел. Эти данные приводятся в зависимости от номера цикла (цикл — сопоставление двух массивов чисел).

Из таблицы видно, что полное число сопоставлений двух чисел яв-

Номер цикла	Математическое ожидание			
	Число номеров в первом массиве	Число номеров во втором массиве	Число совпадений номеров	Число элементарных циклов сопоставления двух чисел
1	v	v	v^2/M	v^2
2	v^2/M	v	v^3/M^2	v^3/M
3	v^3/M^2	v	v^4/M^3	v^4/M^2
...
$q-1$	v^{q-1}/M^{q-2}	v	v^q/M^{q-1}	v^q/M^{q-2}

ляется суммой членов геометрической прогрессии и равно

$$K = v^2(1 - (v/M)^{q-1}) / (1 - v/M). \quad (13)$$

Из формулы (13) видно, что $K \approx v^2$. Фактически это значение вышешено, так как, во-первых, количество значений N в каждом блоке памяти различно и, выбирая в первом цикле сравнения блоки памяти с минимальными значениями N , можно существенно снизить K ; во-вторых, снижения K можно добиться, сузив интервал значений N , для которых проводится сравнение, до

$$[\sup\{N^{(\min)}(\xi_l, k(\xi_l)), l = 1, 2, \dots, q\}; \inf\{N^{(\max)}(\xi_l, k(\xi_l)), l = 1, 2, \dots, q\}], \quad (14)$$

где $N^{(\min)}(i, k)$ и $N^{(\max)}(i, k)$ — соответственно минимальное и максимальное значения N в блоке памяти с номером (i, k) . Тем не менее время, затрачиваемое на всю процедуру, может быть весьма значительно. Например, при $M = 10^7$, $\mathcal{L} = 50$ и быстродействии 10^6 полное время равно ≈ 12 ч, что неудовлетворительно.

Достичь высокой эффективности решения задачи синтеза на основе сформированных баз данных можно путем применения ЭВМ в сочетании с оптическими системами ввода — вывода изображения [6, 7]. При таком подходе в качестве каждого блока памяти используется фотопластинка. Каждой точке из области изменения неизвестных, среди которых производится поиск, ставится в соответствие определенная зона фотопластинки, которая является элементарной ячейкой постоянной памяти [8]. Между координатами центра зоны на поверхности фотопластинки и соответствующим N , т. е. значениями a_1, a_2, \dots, a_q (см. (3) и (4)), существует одно-однозначная связь, например, [8]:

$$\left. \begin{aligned} x &= (a_1 + a_2 t + \dots + a_F t^{F-1}) b; \\ y &= (a_{F+1} + a_{F+2} t + \dots + a_Q t^{Q-F-1}) b; \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

$$N = (x + t^F y) / b, \quad (16)$$

где F — целое число, $1 < F < Q$; b — линейный размер элементарной ячейки памяти. Минимальное значение b ограничено разрешением оптической схемы. Информация о номерах N , хранящихся в блоке памяти (i, k) , записывается путем нанесения прозрачных точек в соответствующие зоны пластинки, координаты которых определены соотношением (15).

Процесс поиска решений в этом случае производится следующим образом.

1. Устанавливают последовательно на одной оптической оси блоки памяти (фотопластинки) с номерами $(\xi_l, k(\xi_l))$, $l = 1, 2, \dots, q$. Для сохранения высокого разрешения оптически сопрягают плоскости соседних блоков памяти с помощью репродукционных объективов.

2. Освещают образованную стопу и фотографируют ее, в результате чего на фотопластинке засвечиваются точки, представляющие множество значений N , равное пересечению множеств $N(\xi_l, k(\xi_l))$, $l = 1, 2, \dots, q$, т. е.

$$N(\xi_1, k(\xi_1)) \cap N(\xi_2, k(\xi_2)) \cap \dots \cap N(\xi_q, k(\xi_q)).$$

3. Считывают информацию с полученной фотопластинки с помощью известных систем ввода — вывода изображений для ЭВМ [6, 7], регистрируя при этом координаты засвеченных точек.

4. По вычисленным координатам согласно (16) находят соответствующие значения N , а по ним, исходя из (3) и (4), — искомые решения.

5. Среди полученных решений отбирают лучшее, т. е. обеспечивающее минимум функционалу (7), и оптимизируют его.

Оценим быстродействие предлагаемого метода. Время, затрачиваемое на всю процедуру, практически определяется временем сканирования сигналов в опрашиваемой ячейке памяти и не производит оценки яркости. Кроме того, быстродействие может быть повышено за счет того, что допустимо приближенное определение координаты светящейся точки и точное значение N находится путем проверки нескольких точек данной окрестности.

Полное число вариантов конструкций покрытий, среди которых производится поиск, может быть доведено до $(5-10) \cdot 10^8$ за счет уменьшения линейных размеров одной ячейки до $(8-10)$ мкм.

Таким образом, метод синтеза покрытий, описанный в [1], позволяет создавать банки данных, которые, будучи записаны на оптических носителях информации [8], дают возможность с помощью систем ввода — вывода изображений для ЭВМ осуществлять поиск решений с быстродействием, на порядок более высоким, нежели в исходном методе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Столов Е. Г. Синтез интерференционных оптических покрытий // Автометрия.— 1989.— № 6.
2. Фурман Ш. А. Тонкослойные оптические покрытия.— Л.: Машиностроение, 1977.
3. Ермолаев А. М., Минков И. М., Власов А. Г. Метод расчета многослойных покрытий с заданной отражательной способностью // Оптика и спектроскопия.— 1962.— 13, вып. 2.
4. Zycha H. Refining algorithm for the design of multilayer filters. // Appl. Opt.— 1973.— N 5.— P. 979.
5. Справочник по специальным функциям/Под ред. М. Абрамовица и И. Стиган.— М.: Наука, 1979.
6. Сандор Т., Кальюзо Д. Система из сканирующего и воспроизводящего устройства для цифровой обработки изображений // Приборы для науч. исслед.— 1974.— № 4.
7. Зайцев В. М., Чигирев А. А. Устройство ввода-вывода изображений для ЕС-ЭВМ на базе сканера аппаратуры Р-1700 «Photomation» // Приборостроение.— 1980.— 23, № 2.
8. Столов Е. Г. Оптический метод решения нелинейных уравнений // Автометрия.— 1983.— № 1.

Поступила в редакцию 14 сентября 1989 г.