УДК 621.391.268

А. Е. КРАСНОВ

(Москва)

СТАТИСТИЧЕСКИ-ПРИЧИННОЕ ОПИСАНИЕ СТРУКТУРЫ СИГНАЛОВ КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ ПРИРОДЫ

Введение. В задачах контроля состояний объектов в области технической диагностики актуальна проблема информативного описания сигналов, соответствующих различным физическим процессам в данных объектах. Так, например, при шумовой диагностике объектов регистрируют сигналы, соответствующие временным процессам, при контроле формы объектов — видеосигналы (изображения), отвечающие пространственным процессам. В любом случае измеряемые сигналы являются прямым или непосредственным описанием отображаемых процессов. Вместе с тем значительный интерес представляют и описания опосредованного характера, позволяющие взглянуть на структуру сигналов в целом и поэтому дающие возможность сравнивать и распознавать сигналы при классификации различных состояний объектов. Для стационарных сигналов колебательной природы классическими примерами таких описаний являются статистические энергетические спектральные распределения, основанные на гармоническом спектральном анализе сигналов [1, 2]. Серьезным недостатком данных описаний является потеря фазовой информации — причинных соотношений очередности между отдельными компонентами сигналов. В результате наблюдается вырождение: различным по структуре сигналам соответствуют одинаковые описания, при «перетасовке» компонент сигналов описания не изменяются. Вырождение не позволяет применять спектральные методы для распознавания даже простых изображений [3]. Аналогичные ограничения встречаются и при описании нестационарных сигналов с помощью различных динамических спектральных представлений [4, 5].

В настоящей работе делается попытка преодолеть указанный недостаток спектральных методов. Предлагаемое описание строится как оценка статистического распределения некоторых величин, непосредственно связанных с измеряемыми компонентами или отсчетами сигналов. Сами же величины выбираются с учетом причинной связи между отсчетами сигналов. При этом спектральное представление сигналов используется как исходная физическая модель порождающих их процессов. Отдельные аспекты предлагаемого метода, связанные с описанием пространственной структуры электромагнитных сигналов, исследованы в [6—9]. Ниже дается более общее рассмотрение метода.

Постановка задачи. Рассмотрим некоторую часть или систему интересующего нас объекта и произведем над ней измерения, регистрирующие физическую величину S, связанную с энергетическими процессами системы и процедуры измерения.

В первом приближении можно считать, что движения в системе не возмущаются другими частями объекта. В таком случае полная энергия системы сохраняется, а происходящие в ней процессы связаны с переходами между различными стационарными состояниями системы — состояниями, движениям в которых отвечают определенные значения энергий. При этих условиях действительные значения измеряемой физической величины S в различные моменты времени t образуют стационарный сигнал, энергетическое или спектральное представление которого имеет вид [10]

$$s(t) = \sum_{\omega_n} C(\omega_n) \exp(-j\omega_n t) + \sum_{\omega_n} C^*(\omega_n) \exp(-j\omega_n t), \tag{1}$$

где $C(\omega_n)$ — комплексные амплитуды гармонических составляющих сигнала, отвечающих циклическим частотам ω_n $(\omega_n > 0)$ перехода между различными стационарными энергетическими уровнями системы. Усредненный энергетический спектр (спектр мощности) сигнала $\langle |C(\omega_n)|^2 \rangle$, определяемый через корреляционную функцию $\langle s(t)s(0) \rangle$ сигнала известной зависимостью Эйнштейна — Винера — Хинчина, является описанием в целом структуры сигнала в спектральном представлении [11]. Усреднение производится по ансамблю различных начальных условий процедуры измерения сигнала с помощью плотности распределения вероятности $p\{|C(\omega_n)|\}$, зависящей лишь от абсолютных значений спектральных амплитуд.

В следующем приближении необходимо учитывать взаимодействие между рассматриваемой системой и другими частями объекта, в том числе между системой и измерительным прибором. В этом случае стационарные состояния системы возмущаются, а сигнал $s(t)$ становится нестационарным. Однако спектральное представление сигнала может быть описано разложением (1) с соответствующей плотностью распределения вероятностей $p\{C(\omega_n)\}$, зависящей уже от комплексных значений спектральных амплитуд. Отсюда видно, что наиболее общим описанием структуры как стационарных, так и нестационарных сигналов в спектральном представлении являются сами статистические плотности распределения вероятностей спектральных амплитуд сигналов.

Однако существуют, по крайней мере, две серьезные причины, которые мешают практически воспользоваться статистическим описанием структуры сигналов в спектральном представлении. Первая заключается в том, что, как правило, непосредственно регистрируются значения самих сигналов, а не их спектральные амплитуды. Вторая причина связана с чрезмерной трудоемкостью построения многомерной плотности распределения вероятностей спектральных амплитуд.

Поэтому чисто формально поставленная в работе задача заключается в сжатии исходного статистического описания $p\{C(\omega_n)\}$ и замене его некоторой оценкой, непосредственно связанной со значениями самого наблюдаемого сигнала.

Причинная связь отсчетов сигнала. Разложение (1) действительного сигнала на комплексные гармонические колебания содержит две комплексные составляющие: положительно-частотную $s^+(t) = \sum C(\omega_n) \exp \times$ $\times(-j\omega_n t)$ и отрицательно-частотную $s^-(t) = \sum C^*(\omega_n) \exp(j\omega_n t)$. На действительной оси частот $(-\infty < \omega < \infty)$ сигнал $s(t)$ полностью определяется своим «полуспектром», например с частотами $(0 \leqslant \omega < \infty)$, поскольку другая половина спектра с частотами $(-\infty < \omega < 0)$ формально определяется через операцию комплексного сопряжения и несет ту же информацию о сигнале, так как $C(-\omega) = C^*(\omega)$. Тем самым между сигналом $s(t)$ и аналитическим сигналом $s^+(t)$ существует взаимно однозначное соответствие [12]. Следовательно, описание сигнала $s(t)$ равносильно описанию сигнала $s^+(t)$.

При описании классических сигналов данное широко известное обстоятельство обычно не принимается во внимание и учитывается лишь иногда из-за удобства работы с комплексными аналитическими функциями. При описании квантовых сигналов оно играет важную роль, так как положительно-частотная компонента наблюдаемого сигнала соответствует процессу уничтожения квантов энергии (отбору энергии у измеряемой системы), а отрицательно-частотная компонента — процессу рождения квантов. В связи с тем, что процедура измерения сигнала связана с отбором энергии от системы, в квантовой теории в основном рассматривают положительно-частотную составляющую измеряемого сигнала. В классическом предельном случае комплексные аналитические сигналы s^+ и s^- дают одинаковые вклады в измерение, поскольку энергия квантов исчезающе мала [13]. Отсюда уже следует, что в общем случае вместо действительного сигнала можно описывать его комплексную составляющую s^+. Однако существует и другое основание, позволяющее остановиться на таком решении.

В классической механике уравнения движения обобщенных координат и импульсов системы получают в виде уравнения Гамильтона — Якоби для функции действия из гамильтоновой функции системы — энергии системы ε путем формального перехода: $\varepsilon \to -\partial/\partial t$ [14]. Уравнение Гамильтона — Якоби выражает классический принцип причинности, поскольку позволяет определить последующее состояние (функцию действия) системы по ее текущему состоянию. Основное уравнение движения системы в квантовой механике — уравнение Шредингера — также можно получить из гамильтоновой функции системы путем формального преобразования: $\varepsilon \to jh\partial/\partial t$ (где h — физическая постоянная) [14]. Уравнение Шредингера выражает квантовый принцип причинности, аналогичный классическому. Таким образом, как в классическом, так и квантовом пределе причинное поведение системы связывается с динамическим оператором $\partial/\partial t$, описывающим скорость изменения состояния системы. В замкнутых системах время однородно, поэтому выполняется закон сохранения энергии. В силу этого поведение системы остается причинным и при обращении времени: $t \to -t$. Однако при регистрации сигнала система не является замкнутой, а причинное поведение системы соответствует реальному течению времени: $t > 0$*. В выражении (1) такому течению времени отвечают положительные частоты, т. е. переходы с верхних стационарных энергетических уровней на нижние уровни системы. Именно эти переходы и формируют комплексный сигнал s^+. Тем самым переход от сигнала s к его положительно-частотной составляющей s^+ означает учет принципа причинности.

Конкретная причинная связь временны́х отсчетов сигнала s^+ заключается в следующем. Так как данный сигнал содержит лишь положительные частоты ($s^+ = 0$ для $\omega < 0$), то его реальная ($\mathrm{Re}\, s^+$) и мнимая ($\mathrm{Im}\, s^+$) части связаны соотношениями Гильберта, причем $\mathrm{Re}\, s^+ = s/2$ [12]. Тем самым $s^+(t) = [s(t) + j\chi(t)]/2$, где $\chi(t) = s(t) \otimes P/t$ — гильберт-образ $s(t)$, получаемый сверткой измеряемого сигнала s с ядром P/t (P — главное значение обобщенной функции $1/t$). Протяженность ядра P/t и дает нелокальную причинную связь отсчетов сигнала s^+, выделяя его прошлое, настоящее и будущее.

Интересно отметить, что преобразования Гильберта в частотной области, широко известные в физике как дисперсионные соотношения Крамерса — Кронига, также учитывают физическую причинность при отклике физических систем на внешнее воздействие [15]. Естественно, что между этими принципами причинности есть связь. Действительно, регистрация сигнала связана с воздействием на наблюдаемую систему процедуры измерения. Энергия сигнала конечна в силу конечности возмущения системы данной процедурой. Вытекающее отсюда соотношение Крамерса — Кронига $\mathrm{Im}\, C(\omega) = -\mathrm{Re}\, C(\omega) \otimes P/\omega$ приводит к соотношению $C(-\omega) = C^*(\omega)$, позволяющему рассматривать лишь однополосный спектр сигнала, например компоненты спектра сигнала с положительными частотами.

Фазовый портрет структуры сигналов. В соответствии с результатами предыдущего рассмотрения будем, наряду с самим регистрируемым сигналом s, формировать его гильберт-образ χ и строить описание причинного комплексного сигнала $s^+ = s + j\chi$. Тогда можно формально воспользоваться математическим аппаратом работы [13].

В силу того, что регистрируемый сигнал s является случайным, случаен и комплексный сигнал s^+. Это означает, что при измерении любой физической величины F, зависящей от данного сигнала действительной функции $F(s^+) = F(s, \chi)$ двух случайных переменных, мы в лучшем

* Известна «стрела времени», наглядно демонстрирующая неправомочность обращения времени в процессе наблюдения (измерения) перемешивания молекул [18].

случае можем предсказать лишь ее среднее по ансамблю измерений значение:

$$\langle F\rangle = \int\int \ldots \int p\{C(\omega_n)\} F(s^+) \prod_n d^{(2)}C(\omega_n), \qquad (2)$$

где элемент площади $d^{(2)}C = d(\mathrm{Re}\, C)\, d(\mathrm{Im}\, C)$, а $p\{C(\omega_n)\}$ — плотность распределения вероятностей комплексных значений спектральных амплитуд сигнала s из (1). Многомерное интегрирование в (2) по комплексным значениям спектральных амплитуд удобно разделить на две стадии: интегрирование по подпространству $C(\omega_n)$, в котором линейная комбинация $s^+(t) = \sum C(\omega_n) \exp(-j\omega_n t)$ остается постоянной, и по всем значениям, которые может принимать эта сумма. В результате получим

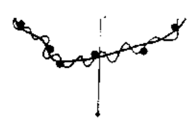
[illegible] (3)

где $\delta^{(2)}$ — двумерная функция Дирака.

Полученное распределение (4) является искомым статистически-причинным описанием структуры сигнала колебательной природы. Данное распределение может быть названо распределением Глаубера, поскольку впервые получено в [13] при описании статистики квантовых полей. Из (3) видно, что распределение w играет роль, аналогичную плотности распределения вероятностей, но уже в двумерном пространстве, порождаемом значениями измеряемого сигнала и его гильберт-образа. Основным преимуществом полученного описания по сравнению с исходным описанием, заданным в пространстве значений спектральных амплитуд сигнала, является значительное сжатие информации. В то же время оба статистических описания эквивалентны, так как в соответствии с (2) и (3) дают одно и то же среднее значение наблюдаемой величины F. Отсюда следует, что w является некоторой оценкой p в терминах измеряемых величин s и χ [8]. Следует также заметить, что при выводе зависимостей (2)—(4) не делалось никаких предположений о стационарности сигнала s. Тем самым данное распределение описывает и нестационарные сигналы колебательной природы.

Полученное описание имеет достаточно ясный физический смысл. Величина $w(s, \chi)$ показывает вероятность совместных событий, заключающихся в том, что сигнал и его гильберт-образ принимают конкретные значения s и χ. Поэтому распределение w может быть легко оценено экспериментально путем измерения всевозможных комбинаций совместных значений s и χ в ансамбле сигналов и построения двумерной гистограммы частот их появлений. Однако при построении такой гистограммы необходимо учесть ограничения, накладываемые процессом измерения отдельных отсчетов сигналов s и χ в дискретные моменты времени.

По своему действию на сигнал s гильберт-фильтрация аналогична взятию его производной. Действительно, $\chi(t) = s(t) \otimes P/t = [\partial s(t)/\partial t] \otimes P/t^2 \approx \partial s/\partial t$, так как обобщенная функция P/t^2 аналогична обобщенной δ-функции Дирака [6]. Если считать измеряемый сигнал s некоторой обобщенной координатой наблюдаемого процесса, то его гильберт-образ χ можно рассматривать как обобщенную скорость процесса. Тогда распределение $w(s, \chi)$ является аналогом фазового портрета наблюдаемого процесса в фазовом пространстве, задаваемом обобщенными координатами s и χ. При изменении времени t изображающая точка с координатами $s(t)$ и $\chi(t)$, параметрически зависящими от времени, движется по траектории, формируя фазовый портрет $w[s(t), \chi(t)]$ измеряемого сигнала (рисунок). При регистрации отсчетов сигнала в дискретные моменты времени, например, с интервалом Δt неизвестными. Беря отсчеты сигнала через интервал времени Δt, мы интересуемся изменениями в значениях сигнала, причинно связанными именно через этот интервал. Поэтому все



изменения сигнала внутри интервала Δt создадут шум, замазывая искомое статистически-причинное описание. Для устранения шума достаточно пропустить регистрируемый сигнал s через полосовой фильтр с частотой среза $\omega_c = l/\Delta t$. В результате сглаживания случайные траектории перехода изображающей точки внутри интервала Δt усредняются. Полученный усредненный фазовый портрет $\langle w(s, \chi)\rangle$ (см. рисунок) является оценкой фазового портрета (4), интегрально описывающего статистически-причинное поведение или структуру сигнала, отвечающего колебательному процессу с максимальной частотой колебаний $\omega_c = l/\Delta t$.

Заключение. Полученное описание структуры сигналов колебательной природы в виде фазового портрета на плоскости напоминает известное описание поведения динамических систем второго порядка [16]. Данная аналогия, по-видимому, не случайна, так как динамика стохастических колебательных процессов также описывается дифференциальными уравнениями второго порядка. В то же время использование вместо обобщенной скорости процесса не производной, а гильберт-образа обобщенной координаты процесса вносит новое качество в его описание. Так, сигнал или обобщенная координата $s(t)$, связанная с колебательным процессом, может быть записана в самом общем виде как $s(t) = a(t) \times \cos\varphi(t)$, где $a(t)$ и $\varphi(t)$ — независимые мгновенные значения амплитуды и фазы сигнала [17]. Введение гильберт-образа $\chi(t) = a(t)\sin\varphi(t)$ позволяет явно выделить динамику сигнала, причинно связанную как с его амплитудой, так и с фазой. В результате изображающая точка фазового портрета $w[s(t), \chi(t)]$ движется по траектории, явно показывая, с каким именно изменением связано изменение сигнала. Тем самым новое описание снимает вырождение в фазовых соотношениях между отдельными временными отсчетами сигнала, устанавливая их причинную связь. В частности, при «перетасовке» временных отсчетов сигнала получаются различные описания [7].

Следует отметить, что аналог полученного в настоящей работе описания — распределение Глаубера — был построен из квантовой статистики для квазиклассического описания высокочастотных оптических сигналов и, как неоднократно отмечал автор, не мог быть выведен чисто классически [13]. Полученный в работе классический вывод на основании обычной статистики и привлечения принципа причинности расширяет тем самым область применения распределения Глаубера на описание классических сигналов колебательной природы.

Как показано в работе, полученное описание является своеобразной статистикой, позволяющей производить оценку (3) различных величин, связанных с сигналом. Это обстоятельство дает возможность рассматривать сами значения величин сигнала и его гильберт-образа как информативные признаки структуры сигнала и использовать в дальнейшем эти признаки и их статистику в известных байесовских процедурах принятия решений, в данном случае о контролируемом процессе, порождающем сигнал [7, 9].

Использованный в работе принцип причинности в очередности следования отсчетов сигналов непосредственно связан с процедурой измерения отбором энергии от наблюдаемого колебательного процесса, порождающего сигнал. С физической точки зрения процессы, связанные с измерениями, являются необратимыми. Необратимые процессы могут вызывать упорядочение случайных состояний физических систем [18]. Учет данного обстоятельства приводит к полезным результатам и для информативного описания случайных сигналов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Робинсон Э. А.** История развития теории спектрального оценивания // ТИИЭР. — 1982.— **70**, № 9.
2. **Омельченко В. А.** Основы спектральной теории распознавания сигналов.— Харьков: Вища шк., 1983.
3. **Tanaka K., Ozawa K.** A new type of feature extraction of patterns using coherent optical systems // Pattern Recognition.— Great Britain: Pergamon Press, 1972.— 4.— P. 251.
4. **Гришин В. Г.** Образный анализ экспериментальных данных. — М.: Наука, 1982.
5. **Claasen T. A. C. M., Mecklenbruker W. F. G.** The Wigner distribution — a tool for time-frequency signal analysis // Philips J. of Research.— 1980. — **35**, N 3.— P. 217.
6. **Краснов А. Е.** Использование гильберт-фильтрации электромагнитного сигнала для выделения инвариантных признаков его пространственной структуры // Автометрия.— 1987.— № 5.
7. **Krasnov A. E., Glotov A. K., Starodubtsev V. F.** Integral invariant description of grey-scale images // Mathematical Research. Computer Analysis of Images and Patterns/Ed. by L. Yaroslavsky, A. Rosenfeld, W. Wilhelmi.— Berlin: Akademie-Verlag, 1987.— V. 40.— P. 55.
8. **Краснов А. Е.** Информативные признаки пространственной структуры квазистационарного электромагнитного поля // Оптоэлектронные методы и средства обработки изображений.— Тбилиси: ГПИ, 1987.
9. **А. с. 1368729 СССР.** Способ контроля состояния объекта/А. Е. Краснов.— Опубл. в 1988, Бюл. № 3.
10. **Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.** Квантовая механика.— М.: Наука, 1974.
11. **Яглом А. М.** Спектры беспорядочно флуктуирующих рядов наблюдений и методы их определения // Эйнштейновский сб.— М.: Наука, 1986.
12. **Титчмарш Е.** Введение в теорию интегралов Фурье: Пер. с англ.— М.: Гостехиздат, 1948.
13. **Глаубер Р.** Оптическая когерентность и статистика фотонов // Квантовая оптика и квантовая радиофизика.— М.: Мир, 1966.
14. **Давыдов А. С.** Квантовая механика.— М.: Физ.-мат. лит., 1963.
15. **Пантел Р., Путхоф Г.** Основы квантовой электроники. — М.: Мир, 1972.
16. **Андронов А. А., Леонтович Е. А., Гордон И. И., Майер А. Г.** Качественная теория динамических систем второго порядка.— М.: Наука, 1966.
17. **Борн М., Вольф Э.** Основы оптики.— М.: Наука, 1973.
18. **Пригожин И., Стенгерс И.** Порядок из хаоса.— М.: Прогресс, 1986.

Поступила в редакцию 5 июня 1989 г.

УДК 681.3.082.5

И. А. АЙДЕМИРОВ, Ю. Д. ВОРОБЬЕВ, М. М. ЛАГИЕВА, В. М. ХАЧУМОВ

(Махачкала)

ПРОГРАММНО-АППАРАТНЫЕ СРЕДСТВА КЛИППИРОВАНИЯ В СИНТЕЗИРУЮЩЕЙ КОНВЕЙЕРНОЙ ГРАФИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ

Введение. Рассматриваются вопросы организации средств клиппирования в синтезирующей системе визуализации, разрабатываемой Институтом проблем управления (автоматики и телемеханики) при участии Дагестанского политехнического института. Клиппинг выполняется отдельным звеном графического процессора (ГП), входящего в состав системы и представляющего собой конвейер из четырех процессоров: блока