

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 620.7

В. П. ТАРАСЕНКО, А. В. ТИМОФЕЕВ
(Томск)

ДОВЕРИТЕЛЬНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ
ТОЧНОСТИ СОВМЕЩЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ
В КОРРЕЛЯЦИОННО-ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ СИСТЕМАХ

Введение. В классических задачах навигации по естественным геофизическим полям, в задачах опознавания фрагментов изображений с одновременной оценкой их местоположения, а также в некоторых задачах фотограмметрии, которые в настоящее время могут решаться в реальном масштабе времени, возникает необходимость оценивания точности совмещения эталонного изображения с текущим. Достаточно общими при этом считаются условия, когда текущее изображение, являясь фрагментом эталонного, зашумлено двумерным винеровским полем с известной функцией пространственной корреляции. Известные работы [1—4], посвященные решению этой задачи, выполнены в предположении о допустимости линеаризации используемых функционалов сравнения эталонного изображения с текущим в достаточно малой окрестности рассогласований в пространстве координат совмещения и вследствие этого носят приближенный характер и могут быть использованы практически лишь в совокупности с оцениванием градиентов некоторых функционалов от поля яркости изображений, что не всегда удобно для реализации. Поэтому с практической и теоретической точек зрения представляет определенный интерес получение точных результатов относительно качества совмещения изображений, причем процедуры оценивания точности совмещения, построенные на основании этих результатов, должны осуществляться в реальном масштабе времени без существенного усложнения основных алгоритмов совмещения.

В настоящей работе эта задача решена с позиций доверительного оценивания истинного положения совмещения, путем определения такого множества A_d , которое, являясь подмножеством множества A всех возможных положений совмещения дискретных изображений в пространстве сдвигов и поворотов с требуемым коэффициентом доверия P_d , содержит истинное положение совмещения. При построении A_d не использовались операции линеаризации, выполнение которых сопряжено со сложностью точного контроля сопутствующих этим операциям ошибок, поэтому полученные результаты не носят приближенного характера. Построение доверительного множества A_d не требует дополнительного привлечения существенных вычислительных ресурсов и может быть выполнено в реальном масштабе времени. Приводится алгоритм реализации предлагаемого подхода в виде двухитерационной процедуры.

Постановка задачи. Условимся считать, что обработке подвергаются двумерные дискретные изображения реальных геофизических полей. Обозначим $k(A)$ — кардинальное число множества A . Пусть S_0 — некоторая ограниченная область в двумерном евклидовом пространстве R^2 . Рас-

смотрим конечное множество $S'_s(\varepsilon)$, состоящее из точек, принадлежащих множеству S_s , причем для некоторого $\varepsilon > 0$ допустима запись

$$\forall x_1, x_2 \in S'_s(\varepsilon): \|x_1 - x_2\| \geq \varepsilon.$$

$\|\cdot\|$ — норма в R^2 .

Множество $\{F_s(x) | x \in S'_s(\varepsilon)\}$, состоящее из $k(S'_s(\varepsilon))$ измерений некоторого случайного поля, будем считать эталонным изображением (ЭИ). Предполагаем, что текущее изображение (ТИ), определяемое множеством $\{F_T(x) | x \in S_T(x_0, \varepsilon)\}$, представляет собой фрагмент ЭИ, который аддитивно зашумлен двумерным, гауссовым, стационарным по пространству случайным полем $\{\omega(x) | x \in S_T(x_0, \varepsilon)\}$, т. е.

$$\forall x \in S_T(x_0, \varepsilon): F_T(x) = F_s(x) + \omega(x), \quad S_T(x_0, \varepsilon) \subseteq S'_s(\varepsilon),$$

x — вектор координат в координатной системе ЭИ;

$$\forall x \in S_T(x_0, \varepsilon): M(\omega(x)) = 0;$$

$$\forall x_1, x_2 \in S_T(x_0, \varepsilon): M(\omega(x_1)\omega(x_2)) = \rho(\|x_1 - x_2\|),$$

x_0 — координата «центра» ТИ в системе координат ЭИ. Функция $\rho(\theta)$ положительно определена на известном, замкнутом отрезке $\Theta \subseteq R^1$:

$$\rho(\theta) = \begin{cases} 0, & \theta \notin \Theta; \\ > 0, & \theta \in \Theta, \quad \forall \theta \in \Theta: \rho(\theta) < \infty. \end{cases}$$

В качестве меры близости сравниваемых изображений используем широко известный [2] корреляционный критерий

$$J(\lambda) = \sum_{x \in S_T(x_0, \varepsilon)} F_s(A(\varphi)(x - \Delta)) F_T(x). \quad (1)$$

Здесь $\lambda = (\varphi, \Lambda) = (\varphi, \Delta_1, \Delta_2) \in \Lambda$; Λ — известный компакт в R^3 ; φ — угол скручивания; Δ — линейный сдвиг; $A(\varphi)$ — также известная (2×2) матричная функция, существенно нелинейная по φ .

В качестве точечной оценки вектора $\lambda \in \Lambda$, который определяет истинное рассогласование сравниваемых изображений в пространстве сдвигов и поворотов, используется величина

$$\lambda^* = \arg \sup_{\lambda \in \Lambda} J(\lambda).$$

Обозначим: $k_T = k(S_T(x_0, \varepsilon))$; $p(\omega)$ — вероятность события ω .

Заметим, что в силу дискретности совмещаемых изображений множество возможных положений совмещения, которое условимся обозначать $\Lambda(k_T)$, конечно.

Требуется на основании точечной оценки $\lambda^*(k_T)$, используя информацию о статистических свойствах поля $\{\omega(x) | \cdot\}$, определить такое замкнутое множество $\Lambda_d(k_T) \subseteq \Lambda(k_T)$, принадлежащее некоторой окрестности точки $\lambda^*(k_T)$ в R^3 , для которого допустима запись

$$P(\lambda \in \Lambda_d(k_T)) \geq P_d, \quad (2)$$

P_d — заданный коэффициент доверия $P_d \in]0, 1[$.

Вспомогательные построения. Сделаем относительно множеств $\{F_s(x) | \cdot\}$ и $\Lambda(k_T)$ дополнительные допущения, которые, не уменьшая значительно общности результатов, позволят избежать излишней громоздкости в изложении материала.

Допущение 1. Множество $\Lambda(k_T)$ и вектор x_0 таковы, что функционал

$$J_{h_T}(\lambda) = \sum_{x \in S_T(x_0, \varepsilon)} F_s(A(\varphi)(x - \Delta)) F_s(x)$$

имеет на $\Lambda(k_T)$ единственный супремум в точке $\lambda = \lambda^*$, а функционал $J(\lambda)$ — единственный супремум в точке $\lambda = \lambda^*$.

Допущение 2. С вероятностью 1 существует и известна константа $H = H(S'_0(\varepsilon)) > 0$, для которой правомерна запись

$$\forall x_1, x_2 \in S'_0(\varepsilon): H \geq |F'_0(x_1) - F'_0(x_2)|.$$

Рассмотрим следующую модификацию критерия (1) в виде

$$\bar{J}_{k_T}(\lambda) = \sum_{x \in S_T(x_0, \varepsilon)} F_0(A(\varphi)(x - \Delta)) F_T(x) H^{-1} k_T^{-1}, \quad (3)$$

которая совпадает с (1) с точностью до масштабных множителей H^{-1}, k_T^{-1} .

Обозначим

$$\gamma(k_T) = \gamma' \sqrt{B(S_T(x_0, \varepsilon))} k_T^{-1},$$

где величина γ' определяется из уравнения

$$F_N(\gamma') - F_N(-\gamma') = P_d,$$

$$F_N(u) = (2\pi)^{-\frac{1}{2}} \int_{-\infty}^u \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) dz - \text{обычный интеграл вероятностей.}$$

Введенная таким образом величина $\gamma(k_T)$ играет центральную роль при определении множества $\Lambda_d(k_T)$, удовлетворяющего (2).

Основной результат. Определим на $\tilde{\Lambda}(k_T)$ функционал $\Phi(k_T, \lambda^*, \lambda)$ следующим образом:

$$\Phi(k_T, \lambda^*, \lambda) = \bar{J}_{k_T}(\lambda^*) - \bar{J}_{k_T}(\lambda), \quad \lambda \in \tilde{\Lambda}(k_T), \quad \lambda^* = \arg \sup_{\lambda \in \tilde{\Lambda}} \bar{J}_{k_T}(\lambda).$$

В том случае, когда множество $\Lambda_d(k_T) \equiv \tilde{\Lambda}(k_T)$ таково, что $\forall \lambda \in \Lambda_d(k_T): \Phi(k_T, \lambda^*, \lambda) \leq \gamma(k_T)$, может быть доказана следующая

Теорема. Пусть для множества $\{F_0(x) | x \in S_0(\varepsilon)\}$ выполняются допущения 1 и 2, тогда $P(\lambda \in \Lambda_d(k_T)) \geq P_d$.

Доказательство теоремы приведено в приложении.

С учетом конечности множества возможных положений совмещения $\tilde{\Lambda}(k_T)$ рассмотрим кратко схему использования описанного подхода в том случае, когда в реальном масштабе времени величина λ^* находится путем решения экстремальной задачи на максимум функционала $\bar{J}_{k_T}(\lambda)$ с использованием полного перебора его значений в точках $\lambda \in \tilde{\Lambda}(k_T)$. Алгоритм отыскания множества $\Lambda_d(k_T)$ состоит в этом случае из двух основных итераций. На первой из них одновременно с определением λ^* строится множество пар

$$\Xi_{k_T} = \{(\lambda, J_{k_T}(\lambda)) | \lambda \in \tilde{\Lambda}(k_T)\}.$$

На второй итерации реализуется разбиение множества Ξ_{k_T} на два подмножества $\Xi_1(k_T)$ и $\Xi_2(k_T)$ так, что

$$\bigcup_{i=1}^2 \Xi_i(k_T) = \Xi(k_T), \quad \bigcap_{i=1}^2 \Xi_i(k_T) = \{\emptyset\};$$

$$\forall \lambda \in \Xi_1(k_T): \Phi(k_T, \lambda^*, \lambda) \leq \gamma(k_T), \quad \forall \lambda \in \Xi_2(k_T): \Phi(k_T, \lambda^*, \lambda) > \gamma(k_T).$$

В силу доказанной теоремы множество $\Xi_1(k_T)$ совпадает с искомым множеством $\Lambda_d(k_T)$.

В том случае, когда в реальном масштабе времени можно вычислять величины

$$R(k_T, \lambda^*, \lambda) = \sum_{x_1 \in S_T(x_0, \varepsilon)} \sum_{x_2 \in S_T(x_0, \varepsilon)} (F_\circ(\lambda^*, x_1) - F_\circ(\lambda, x_1))(F_\circ(\lambda, x_2) - F_\circ(\lambda, x_2)) \rho(\|x_1 - x_2\|), \quad \lambda \in \tilde{\Lambda}(k_T),$$

имеется достаточно тривиальная возможность при заданном P_d значительно уменьшить кардинальное число множества $\Lambda_d(k_T)$, увеличивая тем самым точность оценивания, если только в качестве величины $\gamma(k_T)$ рассматривать величину $\overset{\circ}{\gamma}(k_T, \lambda^*, \lambda)$, которая определяется соотношением

$$\overset{\circ}{\gamma}(k_T, \lambda^*, \lambda) = \gamma'(P_d) \sqrt{R(k_T, \lambda^*, \lambda)} k_T^{-1}.$$

В этом случае константа H в (3) полагается равной единице. Легко показать, что на множестве

$$\overset{\circ}{\Lambda}_d(k_T) = \{\lambda \in \tilde{\Lambda}(k_T) \mid \Phi(k_T, \lambda^*, \lambda) \leq \overset{\circ}{\gamma}(k_T, \lambda^*, \lambda)\}$$

реализуется равенство $P(\lambda \in \overset{\circ}{\Lambda}_d(k_T)) = P_d$.

Обсуждение. Описанная двухитерационная процедура для определения доверительного множества совмещений $\Lambda_d(k_T)$ может быть использована в реальном масштабе времени, так как для ее осуществления дополнительно к операциям, выполняемым при поиске экстремума функционала $\bar{J}_{k_T}(\lambda)$ на $\tilde{\Lambda}(k_T)$, необходимо присвокупить лишь $(k_1 - 1)$ операций сложения (k_1 — кардинальное число множества $\tilde{\Lambda}(k_T)$), $(k_1 - 1)$ операций сравнения с постоянным порогом и $2(k_1 - 1)$ операций обращения к памяти. Кроме того, дополнительно потребуется $2k_1$ ячеек памяти для хранения множества Ξ_{k_T} . Очевидно, что при существующем уровне развития бортовой вычислительной техники перечисленные аппаратные ресурсы, необходимые для реализации двухитерационной процедуры доверительного оценивания вектора λ , не могут быть признаны существенными.

Рассмотрим на одном типичном для корреляционно-экстремальных систем навигации примере возможности применения предлагаемого метода доверительного оценивания вектора λ . Предположим, что для заданного типа эталона, сообразуясь с известными статистическими свойствами шумового поля $\omega(\cdot)$, априорно определено значение k_0 допустимой верхней границы для величины $k(\Lambda_d(k_T))$. В том случае, когда текущее изображение искажено мощными областями сплошных «засветок», причиной которых в случае оптического датчика могут являться обычные облака, доверительное множество $\Lambda_d(k_T)$, полученное в результате совмещения, может иметь кардинальное число, превышающее априорно допустимую величину k_0 . В этой ситуации принимается решение о недопустимости использования реализовавшегося текущего изображения для оценивания вектора λ , однако остается возможность использования для этой цели некоторых фрагментов ТИ, которые не «поражены» таким типом помехи. Для использования этой возможности ТИ определенным образом разбивается на фрагменты, различные комбинации которых используются для синтеза некоторых «глобальных» фрагментов $S'_T(\cdot, \varepsilon) \subseteq S_T(\cdot, \varepsilon)$ исходного ТИ. Синтезированные таким образом «глобальные» фрагменты $S'_T(\cdot, \varepsilon)$ используются для дальнейшей обработки, которая имеет своей целью построение соответствующих множеств $S'_T(\cdot, \varepsilon)$ доверительных множеств $\Lambda_d(k')$, $k' = k(S'_T(\cdot, \varepsilon))$, на которых выполняется неравенство (2). В некоторых случаях в результате такой дополнительной обработки неравенство $k \geq k(\Lambda_d(k'))$ может быть удовлетворено. В противном случае выносится решение о необратимом искажении ТИ.

Покажем кратко одну из возможностей применения предлагаемой идеологии построения множества Λ_d при анализе и синтезе систем, выполняющих совмещение изображений в условиях действия помех.

Обозначим: Q — конечное множество альтернативных экстремальных критериев близости сравниваемых изображений, $Q = \{q_i | i = 1, p\}$; $q_i(\lambda, \varepsilon, \hat{\lambda}, x_0, n)$ — значение критерия q_i , реализованное в точке $\lambda \in \Lambda$ при величине помехи ε ; $\hat{\lambda}, x_0, n$ — величины, характеризующие истинное положение совмещения, координаты центра ТИ и размер ТИ соответственно; $\Lambda_d(i, x_0, \hat{\lambda}, n)$ — доверительное множество, гарантируемое i -м критерием близости при значении коэффициента доверительности P_d в следующем смысле:

$$P(k(\Lambda_d(i, x_0, \hat{\lambda}, n)) \geq k(i, x_0, \hat{\lambda}, n)) \geq P_d.$$

Здесь $k(i, x_0, \hat{\lambda}, n)$ обозначает возможную при заданных статистических свойствах помехи реализацию величины кардинального числа множества $\Lambda_d(k_T)$, соответствующую фиксированному набору $(i, x_0, \hat{\lambda}, n)$ и геометрической форме ТИ. Другими словами, с вероятностью, не меньшей, чем P_d , гарантируется, что точность доверительного оценивания параметра λ , характеризующаяся величиной кардинального числа множества $\Lambda_d(k_T) - k(\Lambda_d(k_T))$, будет не хуже точности, определяемой множеством $\Lambda_d(i, x_0, \hat{\lambda}, n)$ (читай: величиной $k(\Lambda_d(i, x_0, \hat{\lambda}, n))$).

Выберем из Q такой критерий q_* , который будет гарантировать достижение наилучшей на Q точности совмещения при заданном коэффициенте доверия P_d . Точнее, если

$$i_* = \arg \inf_{1 \leq i \leq k(Q)} \sup_{\substack{\lambda \in \Lambda \\ x_0 \in S_D(\varepsilon)}} k(\Lambda_d(i, x_0, \hat{\lambda}, n)), \quad (4)$$

тогда i_* — индекс критерия q_* , $S'_D(\varepsilon) \in S_D$, $k(A)$, как и раньше, обозначает кардинальное число множества A . Задача определения q_* достаточно важна и возникает на этапе анализа и синтеза систем, использующих совмещение изображений. При фиксированной геометрической форме ТИ и заданном $n > 1$ множество $\Lambda_d(i, x_0, \hat{\lambda}, n)$ в (4) определяется следующим образом:

$$\begin{aligned} \Lambda_d(i, x_0, \hat{\lambda}, n) &= \left\{ \lambda | \lambda \in \Lambda, \sup_{|\varepsilon| \leq \gamma_0(\lambda, \hat{\lambda}^*)} \delta(i)(q_i(\lambda, \varepsilon, \hat{\lambda}, x_0, n) - \right. \\ &\quad \left. - q_i(\hat{\lambda}^*, \varepsilon, \hat{\lambda}, x_0, n)) \leq \gamma_n(\lambda, \hat{\lambda}^*) \right\}; \\ \hat{\lambda}^* &= \arg \operatorname{extr}_{\lambda \in \Lambda} q_i(\lambda, \varepsilon, \hat{\lambda}, x_0, n); \\ \delta(i) &= \begin{cases} -1, & \text{если } \operatorname{extr}_{\lambda \in \tilde{\Lambda}(k_T)} q_i(\lambda, \varepsilon, \hat{\lambda}, x_0, n) = \sup_{\lambda \in \tilde{\Lambda}(k_T)} q_i(\lambda, \varepsilon, \hat{\lambda}, x_0, n); \\ 1, & \text{если } \operatorname{extr}_{\lambda \in \tilde{\Lambda}(k_T)} q_i(\lambda, \varepsilon, \hat{\lambda}, x_0, n) = \inf_{\lambda \in \tilde{\Lambda}(k_T)} q_i(\lambda, \varepsilon, \hat{\lambda}, x_0, n). \end{cases} \end{aligned}$$

Отметим, что для дискретных изображений множество возможных значений величины ε заведомо конечно.

Таким образом, выбрав критерий q^* из Q в соответствии с (4), можно гарантировать, что максимальная мощность множества $\Lambda_d(i_*, x_0, \hat{\lambda}, n)$, $1 \leq i_* \leq k(Q)$ будет наименьшей среди мощностей множеств $\Lambda_d(i, x_0, \hat{\lambda}, n)$, $1 \leq i \leq k(Q)$ при заданном коэффициенте доверительности P_d . Предлагаемый способ выбора критерия q^* из Q носит очевидный минимаксный, в указанном смысле, характер.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Доказательство теоремы. Рассмотрим очевидное представление

$$\begin{aligned} \tilde{J}_{k_T}(\lambda) &= \sum_{x \in S_T(x_0, \varepsilon)} F_\circ(\lambda, x) F_\circ(x) H^{-1} k_T^{-1} + \\ &+ \sum_{x \in S_T(x_0, \varepsilon)} F_\circ(\lambda, x) \omega(x) H^{-1} k_T^{-1} = \tilde{J}_{k_T}(\lambda) + \eta_{k_T}(\lambda). \end{aligned}$$

Здесь $F_\circ(\lambda, x) = F_\circ(A(\varphi)(x - \Delta))$. В этом случае допустима запись

$$\begin{aligned} \Phi(k_T, \lambda^*, \lambda) &= \tilde{J}_{k_T}(\lambda^*) - \tilde{J}_{k_T}(\lambda) + \eta_{k_T}(\lambda^*) - \eta_{k_T}(\lambda) = \\ &= \tilde{J}_{k_T}(\lambda^*) - \tilde{J}_{k_T}(\lambda) + \xi_{k_T}(\lambda^*, \lambda); \\ \xi_{k_T}(\lambda^*, \lambda) &= \sum_{x \in S_T(x_0, \varepsilon)} (F_\circ(\lambda^*, x) - F_\circ(\lambda, x)) \omega(x) H^{-1} k_T^{-1}, \quad \lambda^* = (\varphi^*, \Delta^*). \end{aligned}$$

Очевидно, что

$$\begin{aligned} \forall \lambda_1, \lambda_2 \in \Lambda : M \xi_{k_T}(\lambda_1, \lambda_2) &= 0; \\ \forall \lambda^*, \lambda \in \Lambda : M (\xi_{k_T}(\lambda^*, \lambda))^2 &= \sum_{x_1 \in S_T(x_0, \varepsilon)} \sum_{x_2 \in S_T(x_0, \varepsilon)} (F_\circ(\lambda^*, x_1) - \\ &- F_\circ(\lambda, x_1)) (F_\circ(\lambda^*, x_2) - F_\circ(\lambda, x_2)) \rho(\|x_1 - x_2\|) H^{-2} k_T^{-2}. \end{aligned}$$

С учетом допущения 1 заключаем, что имеет место следующая оценка сверху:

$$M (\xi_{k_T}(\lambda^*, \lambda))^2 \leq k_T^{-2} B(S_T(x_0, \varepsilon)). \quad (\text{П.1})$$

Учитывая (П.1) и способ построения величины $\gamma(k_T)$, имеем

$$\forall \lambda \in \Lambda : P(|\xi_{k_T}(\lambda^*, \lambda)| < \gamma(k_T)) \geq P_\alpha. \quad (\text{П.2})$$

В условиях теоремы для произвольных $\lambda, \hat{\lambda} \in \Lambda$ легко видеть, что следующие включения истинны:

$$(\tilde{J}_{k_T}(\hat{\lambda}) - \tilde{J}_{k_T}(\lambda) \geq 0) \subset (\tilde{J}_{k_T}(\hat{\lambda}) - \tilde{J}_{k_T}(\lambda) \geq \tilde{J}_{k_T}(\hat{\lambda}) - \tilde{J}_{k_T}(\lambda) \geq 0), \quad \hat{\lambda} \in \Lambda. \quad (\text{П.3})$$

Рассмотрим на R^1 множество

$$Q(k_T) = \{a \in R^1 \mid |a| < \gamma(k_T)\}.$$

С учетом (П.3) очевидно, что на $\Lambda_d(k_T)$ имеют место включения

$$\begin{aligned} (\xi_{k_T}(\lambda^*, \lambda) \in Q(k_T), \lambda \in \Lambda_d(k_T)) &\subset \\ \subset \{\forall \lambda \in \Lambda_d(k_T) : (\tilde{J}_{k_T}(\lambda^*) - \tilde{J}_{k_T}(\lambda) \geq 0) &\subset (\tilde{J}_{k_T}(\hat{\lambda}) - \tilde{J}_{k_T}(\lambda) \geq 0) \subset \\ &\subset (\hat{\lambda} \in \Lambda_d(k_T))\}. \end{aligned} \quad (\text{П.4})$$

На основании (П.2) и (П.4) подтверждаем истинность теоремы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Белоглазов П. И. Достижимая точность корреляционно-экстремальных систем // Корреляционно-экстремальные системы обработки информации и управления.— Томск: Изд-во Томск. ун-та, 1975.— Вып. 8.
2. Белоглазов П. И., Тарасенко В. П. Корреляционно-экстремальные системы.— М.: Сов. радио, 1974.
3. Буймов А. Г. Корреляционно-экстремальная обработка изображений.— Томск: Изд-во Томск. ун-та, 1987.
4. Андреев Г. А., Потапов А. А. Алгоритмы обработки навигационной пространственно-временной информации.— Ч. I // Зарубеж. радиоэлектрон.— 1989.— № 3.
5. Андреев Г. А., Потапов А. А. Алгоритмы обработки навигационной пространственно-временной информации.— Ч. II // Там же.— № 4.

Поступило в редакцию 27 июня 1989 г.