

АНАЛИЗ ИЗОБРАЖЕНИЙ И ПРОЦЕССОВ

УДК 535.417

И. П. ГУРОВ, А. Б. ПАВЛОВА

(Ленинград)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛОЖЕНИЯ ОТРАЖАЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ ВТОРОГО ПОРЯДКА МЕТОДОМ МАШИННОЙ ОБРАБОТКИ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННОЙ КАРТИНЫ

При интерференционных измерениях во многих случаях задача состоит в определении положения отражателя в измерительном плече интерферометра. Такая задача при интерференции плоских волн решается, как известно, путем нахождения целого порядка интерференции и дробной доли порядка при визуальном наблюдении интерференционной картины или использовании простых фотоэлектрических устройств [1]. Если волновой фронт в измерительном плече не является плоским, то вид интерференционной картины значительно усложняется и возникает необходимость ее автоматической обработки с использованием ЭВМ.

В настоящей работе рассматривается задача обработки интерференционной картины, полученной при отражении от сферической, параболической и других поверхностей второго порядка.

Интенсивность света на выходе двухлучевого интерферометра можно представить в форме

$$I(x, y) = I_0 + I_m \cos [2\pi \varepsilon + \psi(x, y)], \quad (1)$$

где I_0 — постоянная составляющая интенсивности; I_m — амплитуда информативной составляющей; ε — дробная доля порядка интерференции в точке $x = 0, y = 0$; $\psi(x, y)$ — распределение фазы, определяемое формой волнового фронта в измерительном плече интерферометра.

Для сферического волнового фронта радиусом R при длине волны λ согласно (1) запишем

$$I(x, y) = I_0 + I_m \cos \{2\pi \varepsilon + (4\pi R/\lambda) [1 - \sqrt{1 - (x/R)^2 - (y/R)^2}]\}. \quad (2)$$

Учитывая, что вблизи оптической оси $x \ll R, y \ll R$, последнее выражение можно представить в более простой форме, соответствующей параболическому волновому фронту:

$$I(x, y) = I_0 + I_m \cos \{2\pi \varepsilon + (2\pi R/\lambda) [(x/R)^2 + (y/R)^2]\}. \quad (3)$$

Распределения интенсивности (1) — (3) подвергаются обработке после фотоэлектрического преобразования в электрические сигналы вида

$$s(x, y) = KI(x, y),$$

где K — коэффициент. Такое преобразование удобно выполнить, например, при помощи координатно-чувствительных приемников излучения.

Рис. 1. Определение положения центра интерференционной картины по координатам экстремумов интенсивности

Для простоты ограничимся вначале анализом одномерной интерференционной картины, которая соответствует волновому фронту цилиндрической формы. При этом согласно (2) и (3) запишем

$$s(x) = s_0 + s_m \cos [2\pi\epsilon + (2\pi/R\lambda)(x - x_0)^2]. \quad (4)$$

Здесь x_0 — смещение координаты центра кривизны отражающей поверхности относительно центра поля зрения приемника излучения.

Из (4) видно, что при определении положения отражающей поверхности второго порядка помимо традиционных измерений дробной доли порядка интерференции необходимо также оценивать положение центра кривизны волнового фронта в измерительном плече интерферометра.

Для определения положения центра кривизны можно воспользоваться широко известным в интерферометрии методом выделения экстремумов интерференционного сигнала. Экстремумы сигнала (4) расположены с изменяющимся шагом симметрично относительно точки x_0 , как показано на рис. 1, а. Это может служить признаком идентификации центра кривизны. Однако при автоматическом анализе конечной последовательности координат экстремумов возможна ошибочная идентификация точки x_0 , например, при $\epsilon \approx 1$ (рис. 1, б). Кроме того, реальный сигнал (4) содержит неизвестные составляющие s_0 и s_m , которые, как правило, изменяются в зависимости от пространственных координат. Это приводит к смещению оценок координат экстремумов и вызывает систематические погрешности измерений.

В силу указанных причин при машинной обработке интерференционной картины целесообразно воспользоваться методом восстановления фазы функции косинуса в (4)

$$\varphi(x) = 2\pi\epsilon + (2\pi/R\lambda)(x - x_0)^2 \quad (5)$$

с последующим оцениванием параметров ϵ и x_0 [2].

Восстановление фазы $\varphi(x)$ сводится к выполнению следующих операций обработки:

1) восстановление комплексного аналитического сигнала

$$z(x) = s_c(x) + is_s(x), \quad (6)$$

соответствующего информативной составляющей интерференционной картины

$$s_c(x) = s_m(x) \cos \varphi(x) \quad (7)$$

и содержащего в мнимой части квадратурную составляющую

$$s_s(x) = s_m(x) \sin \varphi(x); \quad (8)$$

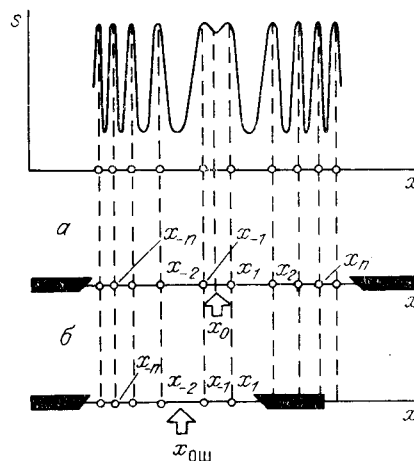
2) вычисление аргумента аналитического сигнала

$$\widehat{\varphi}(x) = \text{arctg} [s_s(x)/s_c(x)]; \quad (9)$$

3) интерпретация полученных значений $\widehat{\varphi}(x)$ на интервале, большем 2π рад, с определением искомых параметров ϵ и x_0 .

Рассмотрим операции обработки более подробно.

Из теории интегральных преобразований известно, что если $Z(u)$ и $S_c(u)$ являются соответственно преобразованиями Фурье (ПФ) функ-



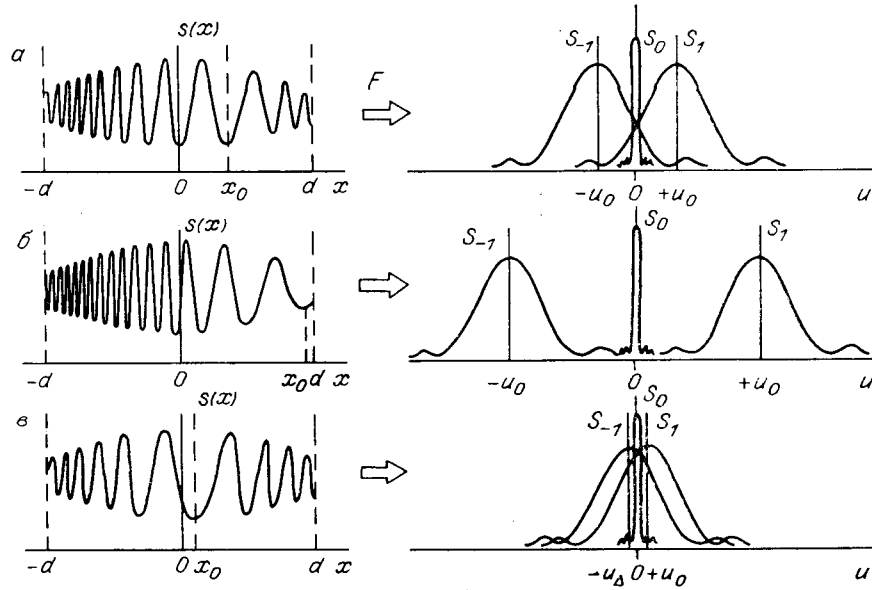


Рис. 2. Интерференционные сигналы и модули их пространственно-частотных спектров при различных положениях центра кривизны отражающей поверхности второго порядка

ций (6) и (7), то справедливо соотношение

$$Z(u) = \begin{cases} 2S_c(u), & u > 0; \\ 0, & u < 0. \end{cases}$$

Поэтому сигнал (6) можно восстановить при выполнении обратного ПФ на положительных частотах спектра $S_c(u)$. В нашем случае с учетом теоремы о свертке спектр $S_c(u)$ определяется выражением

$$\begin{aligned} S_c(u) &= F\{s_c(x)\} = S_m(u) * \int_{-\infty}^{\infty} \cos[2\pi\varepsilon + (2\pi/R\lambda)(x - x_0)^2] \exp(-iux) dx = \\ &= S_m(u) * \left[\sqrt{R\lambda/2} \cos(2\pi\varepsilon - R\lambda u^2/8\pi + \pi/4) \exp(-iux_0) \right], \end{aligned} \quad (10)$$

где $F\{\cdot\}$ обозначает операцию ПФ; $S_m(u) = F\{s_m(x)\}$. Запишем спектр сигнала (4) с использованием соотношения (10) в виде

$$\begin{aligned} S(u) &= F\{s(x)\} = S_0(u) + S_c(u) = S_0(u) + \\ &+ (1/2)\sqrt{\pi/a} \exp[-i(2\pi\varepsilon + \Theta)] \{S_m(u) * \exp[-i\alpha(u - u_0)^2]\} + \\ &+ (1/2)\sqrt{\pi/a} \exp[i(2\pi\varepsilon + \Theta)] \{S_m(u) * \exp[i\alpha(u + u_0)^2]\}, \end{aligned} \quad (11)$$

где $a = 2\pi/R\lambda$, $\Theta = \pi/4 + x_0^2/4\alpha$, $\alpha = -R\lambda/8\pi$, $u_0 = 4\pi x_0/R\lambda$.

Вычисляя интегралы свертки в (11), например, для спектров $S_m(u)$ гауссовой формы (что соответствует гауссовой неравномерности интенсивности $I_m(x)$ в сечении освещающего пучка), нетрудно убедиться, что спектр (11) содержит, помимо нулевого порядка $S_0(u)$, также первые спектральные порядки, огибающие которых центрированы относительно частот $\pm u_0$ (рис. 2, а). Эти частоты, в свою очередь, определяются согласно (11) положением центра x_0 интерференционной картины в системе координат, связанной с центром поля зрения (окна) $s_m(x)$. Поэтому от величины x_0 зависит степень разделения спектральных порядков на оси частот.

Спектральные порядки практически не перекрываются, когда координата x_0 смещается к краю поля зрения (рис. 2, б). При этом оценка аналитического сигнала (6) может быть получена в результате обрат-

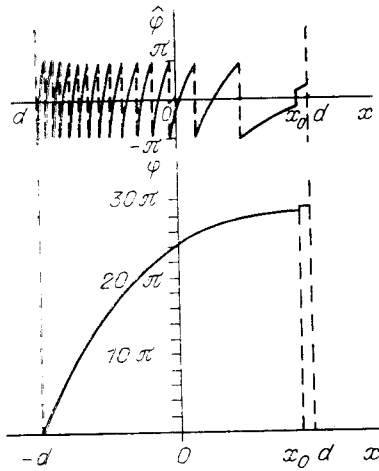


Рис. 3. Восстановление фазы при перекрывающихся спектральных порядках

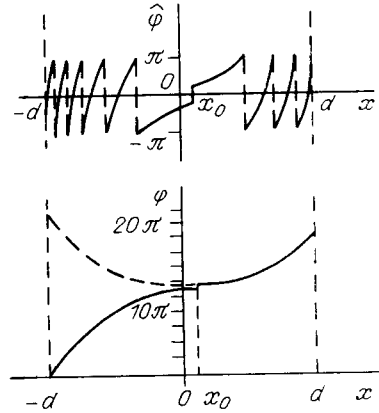


Рис. 4. Восстановление фазы при расположении спектральных порядков

ного ПФ только второго слагаемого в (11), а именно

$$\begin{aligned} \widehat{z}(x) = \sqrt{\pi/a} \exp[-i(2\pi\epsilon + \Theta)] (1/\pi) \int_0^{\infty} S_m(u) * \exp[-i\alpha(u - u_0)^2] \times \\ \times \exp(iux) du = s_m(x) [\cos \varphi(x) + i \sin \varphi(x)]. \end{aligned} \quad (12)$$

Тогда вычисление аргумента аналитического сигнала (9) выполняется в форме

$$\widehat{\varphi}(x) = \arctg[\text{Im}(\widehat{z}(x))/\text{Re}(\widehat{z}(x))], \quad (13)$$

где $\text{Im}(\cdot)$ и $\text{Re}(\cdot)$ — соответственно мнимая и действительная части восстановленного комплексного массива $\widehat{z}(x)$.

Полученное в соответствии с (12) и (13) распределение фазы $\widehat{\varphi}(x)$ показано на рис. 3. Из рисунка видно, что выполнение условий разделения спектральных порядков на участке $x < x_0$ позволяет восстановить $\varphi(x)$, т. е. форму поверхности второго порядка. Однако при экстраполяции $\varphi(x)$ на пологом участке в окрестности точки x_0 заметно снижается точность вычисления основных искомых величин: дробной доли порядка интерференции ϵ (в точке x_0) и бокового смещения отражателя x_0 .

Для повышения точности измерений желательно обрабатывать интерференционную картину, центр которой находится вблизи центра поля зрения фотодетектора. Спектральные порядки такой интерференционной картины перекрываются (см. рис. 2, в).

Покажем, что в этом случае обратное ПФ спектра $S(u)$ на положительных частотах позволяет найти величины ϵ и x_0 с требуемой точностью, если распределение фазы $\varphi(x)$ задается выражением (5). Покажем также, что указанные величины можно определить из значений $\widehat{\varphi}(x)$, полученных в (13), и полное восстановление $\varphi(x)$ согласно (5) не потребуется.

Обратимся к выражению (11) и, полагая, что ширина спектра $S_m(u)$ мала по сравнению с шагом осцилляций спектра $S_c(u)$ в окрестности нулевой частоты, найдем оценку аналитического сигнала в виде

$$\begin{aligned} \widehat{z}(x) = (1/\pi) \int_0^{\infty} S(u) \exp(iux) du \approx s_m(x) \cos \varphi(x) + \\ + i \sqrt{2} s_m(x) \sin[\varphi(x) + \pi/4] C[(x - x_0) \sqrt{a}] - \\ - i \sqrt{2} s_m(x) \cos[\varphi(x) + \pi/4] S[(x - x_0) \sqrt{a}], \end{aligned} \quad (14)$$

где $C[\cdot]$ и $S[\cdot]$ — интегралы Френеля.

Воспользуемся асимптотикой интегралов Френеля для больших значений аргумента [3].

Из (14) найдем

$$\widehat{z}(x) \approx s_m(x) \cos \varphi(x) + is_m(x) [\sin \varphi(x) + \Delta(x, \varepsilon)], \quad (15)$$

где

$$\begin{aligned} \Delta(x, \varepsilon) &= k(x, \varepsilon) / [(x - x_0) \sqrt{\pi a}]; \quad k(x, \varepsilon) = \\ &= \{1 - 3/[4a^2(x - x_0)^4]\} \cos(2\pi\varepsilon + \pi/4) - \\ &- \{1/[2a(x - x_0)^2] - 15/[8a^3(x - x_0)^6]\} \sin(2\pi\varepsilon + \pi/4). \end{aligned}$$

При определении фазы из (15) согласно (13) получим $\widehat{\varphi}(x) = \varphi(x) + \Delta\varphi(x)$, где с точностью до целого числа полных фазовых циклов

$$\Delta\varphi(x) = \sqrt{2}\Delta(x, \varepsilon) \cos[\varphi(x) - \pi/4]. \quad (16)$$

Восстановление фазы $\widehat{\varphi}(x)$ иллюстрируется рис. 4. Выполнение обратного ПФ только на положительных частотах $u = d\varphi/dx > 0$ при перекрывающихся спектральных порядках приводит к восстановлению функции $\widehat{\varphi}(x)$ на участке $x < x_0$ выпуклостью вверх. При этом возникает скачок фазы в точке x_0 . Однако вследствие свойства четности $\varphi(x)$ относительно точки $x = x_0$ согласно (5) положения корней x_n при этом не изменяются. Следовательно, искомые величины ε и x_0 можно найти по значениям x_n из очевидных соотношений:

$$\widehat{\varepsilon} = n - r_n^2 / (r_{n+1}^2 - r_n^2); \quad (17)$$

$$\widehat{x}_0 = (x_n + x_{-n}) / 2; \quad (18)$$

$$r_n = (x_n - x_{-n}) / 2, \quad (19)$$

где x_n и x_{-n} — координаты n -го интерференционного максимума справа и слева от центра интерференционной картины.

Определение положений интерференционных максимумов x_n из восстановленных значений $\widehat{\varphi}(x)$ имеет следующие преимущества по сравнению с непосредственным выделением максимумов интерференционного сигнала $s(x)$:

1) выполнение ПФ позволяет легко выделить информативные составляющие в спектральной области и исключить влияние фоновой составляющей $s_0(x)$ и других аддитивных помех;

2) при вычислении $\widehat{\varphi}(x)$ исключается влияние мультипликативной составляющей (помехи) $s_m(x)$, так как она входит в числитель и знаменатель выражений (9) и (13);

3) восстановление $\widehat{\varphi}(x)$ дает полную информацию об отражающей поверхности в линейной мере, что позволяет корректно обосновать критерии аппроксимации $\widehat{\varphi}(x)$ на участках непрерывности с последующим точным вычислением корней x_n ;

4) появляется возможность оценивания параметров освещающего пучка из соотношений (7), (8):

$$s_m(x) = [s_s^2(x) + s_c^2(x)]^{1/2};$$

5) выполнение рассмотренной последовательности операций приводит к повышению отношения сигнал/шум, так как в ней используется весь световой поток, а не часть потока в окрестности интерференционных экстремумов.

Таким образом, рассмотренный метод имеет широкие функциональные возможности и высокую помехоустойчивость и поэтому является универсальным методом автоматической обработки неподвижных интерференционных картин и интерферограмм.

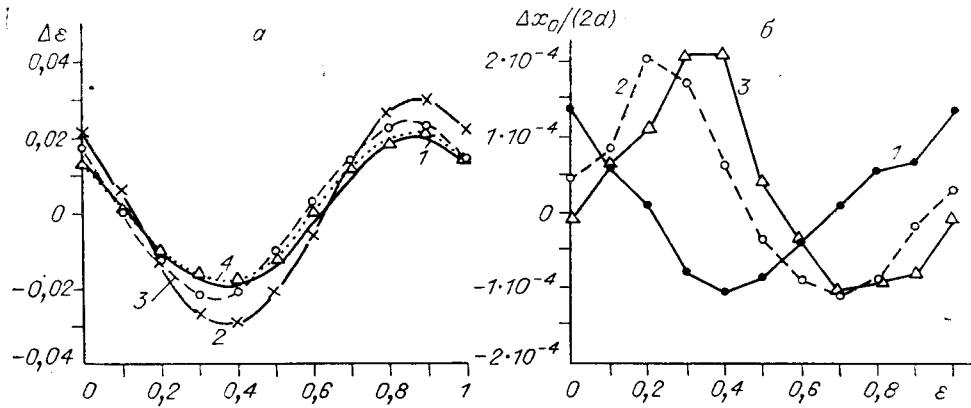


Рис. 5. Погрешности измерений

Оценим точность измерения дробной доли порядка интерференции на примере интерференционной картины колец Ньютона (2).

Интерференционная картина колец является двумерной. Однако задачу автоматической обработки такой картины можно свести к рассмотренной выше одномерной задаче. Для этого следует выполнить пробные циклы сканирования картины вдоль оси x при смещении по оси y от цикла к циклу. В результате по максимальным значениям r_n из (19) в последовательности пробных циклов найдем положение центра колец y_0 .

Погрешности измерений можно оценить из следующих соотношений.

Погрешности определения фазы в точках интерференционных экстремумов $\Delta\varphi(x_n) = \Delta\varphi_n$ согласно (15) и (16)

$$\Delta\varphi_n = k_n(\varepsilon)/r_n \sqrt{\lambda a}, \quad (20)$$

где $k_n(\varepsilon) = k(x_n, \varepsilon)$ и в соответствии с (5) радиус интерференционного кольца $r_n = \sqrt{2\pi(n - \varepsilon)/a}$.

Погрешность значений координат экстремумов

$$\Delta x_n \approx -\Delta\varphi_n/(2a r_n),$$

откуда с учетом соотношений (17)–(20) получим формулу для расчета погрешности определения дробной доли порядка интерференции

$$\Delta\varepsilon = 3k_n(\varepsilon)/[4\sqrt{2\pi^2}\sqrt{n+1-\varepsilon}]. \quad (21)$$

Из (21) видно, что $\Delta\varepsilon$ зависит от измеряемого значения ε и номера интерференционного кольца n .

На рис. 5, а показаны зависимости погрешности измерения $\Delta\varepsilon$ от ε : рассчитанная по формуле (21) для $n=6$ и $x_0=0$ (кривая 1) и полученные при моделировании на ЭВМ полного процесса обработки интерференционной картины с определением среднего значения $\Delta\varepsilon$ для $n=2-6$ и $x_0/2d=0$ (кривая 2), $n=3-9$, $x_0/2d=0,10$ (кривая 3), $n=4-10$ и $x_0/2d=0,15$ (кривая 4).

На рис. 5, б представлены зависимости погрешности определения положения центра интерференционных колец $\Delta x_0/2d$ от ε , полученные при вычислении x_0 по формуле (18) для $n=3-6$ и усреднении результатов. Значения $x_0/2d$ составляли 0,05; 0,10; 0,15 (кривые 1–3 соответственно). При $x_0=0$ погрешность $\Delta x_0 \rightarrow 0$ для любых ε .

Расчеты проводились для значений $R=65$ мм, $\lambda=0,632$ мкм с использованием алгоритма быстрого ПФ [4] и дискретизации изображения по 512 точкам.

Полученные оценки показывают, что методические погрешности не превышают значений $\Delta\varepsilon < 1/20$ и $\Delta x_0 < 0,02\%$ от общего размера поля зрения ($2d$). Отметим, что величина Δx_0 примерно на порядок меньше шага дискретизации интерференционной картины. Некоторое отличие

результатов вычислений от теоретических оценок (см. рис. 5, а) объясняется погрешностями аппроксимации интегралов Френеля в (15).

Найденные методические погрешности могут быть рассчитаны и исключены из результатов измерений. Такая операция была предусмотрена при практической реализации рассмотренного метода [5, 6].

Интерференционная картина колец проецировалась объективом с перестраиваемым коэффициентом увеличения 3^{\times} — 5^{\times} на многоэлементный приемник излучения типа ФПЗС 1Л [7], содержащий 500 светочувствительных ячеек, расположенных с шагом 24 мкм. Фотоэлектрический сигнал, полученный с выхода устройства двойной коррелированной выборки [8], подавался на 10-разрядный АЦП и далее в микроЭВМ типа «Электроника 60М» в режиме прямого доступа к памяти. Вводя поправки на методические погрешности, представленные на рис. 5, получим погрешность определения разности фаз интерферирующих волн $\Delta\epsilon < 1/50$, что соответствует погрешности измерения положения сферического отражателя $\lambda/100$.

Таким образом, рассмотренный метод машинной обработки интерференционной картины при широких функциональных возможностях обеспечивает высокую точность измерений в реальных условиях физического эксперимента.

Несмотря на сравнительную сложность алгоритма обработки, он может использоваться при анализе двумерных изображений и построении контурных карт отражающей поверхности при различных ее положениях с точной привязкой к заданной точке объекта.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Коломийцев Ю. В. Интерферометры.— Л.: Машиностроение, 1976.
2. Гуров И. П. Помехоустойчивый фотоэлектрический метод измерения фазовых характеристик интерференционной картины // Метрология.— 1986.— № 7.
3. Справочник по специальным функциям/Под ред. М. Абрамовица, И. Стигана.— М.: Наука, 1979.
4. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов.— М.: Мир, 1978.
5. Гуров И. П., Нагибина И. М., Павлова А. Б. Применение метода дискретизации интерференционной картины для измерения перемещений сферической поверхности // Опт-мех. пром-сть.— 1988.— № 9.
6. Гуров И. П., Павлова А. Б. Согласованный фильтр для идентификации положения центра интерференционной картины // Тез. докл. VI Всесоюз. конф. «Проблемы метрологического обеспечения систем обработки измерительной информации».— М., 1987.
7. Аксененко М. Д., Бараночников М. Л. Приемники оптического излучения.— М.: Радио и связь, 1987.
8. Полупроводниковые формирователи сигналов изображения/Под ред. П. Йесперса и др.— М.: Мир, 1979.

Поступила в редакцию 26 декабря 1988 г.

УДК 621.391

А. В. САВИЧ, Я. А. ФОМИН

(Москва)

ОПТИМИЗАЦИЯ СИСТЕМЫ МНОГОАЛЬТЕРНАТИВНОГО РАСПОЗНАВАНИЯ НОРМАЛЬНЫХ СОВОКУПНОСТЕЙ

Основной этап синтеза распознающих систем — их оптимизация, обеспечивающая гарантированное качество (достоверность) распознавания при минимальных затратах на обучение и принятие решения. В на-