По измеренным проекциям строится скорректированная (декодированная) проекция

$$\widehat{p}_k(r) = \frac{1}{2\Delta}\left\{(b_{\text{opt}} + \Delta)\left[\widehat{p}_2\left(r - \frac{\Delta}{2}\right) + \widehat{p}_2\left(r - b_{\text{opt}} - \frac{\Delta}{2}\right)\right] - \right.$$
$$\left. - b\left[\widehat{p}_1\left(r + b_{\text{opt}} + \frac{\Delta}{2}\right) + \widehat{p}_1\left(r - \frac{\Delta}{2}\right)\right]\right\} = p(r) * \frac{1}{\Delta}\operatorname{rect}\left(\frac{r}{\Delta}\right) +$$
$$+ \frac{\sqrt{2b_{\text{opt}}(2b_{\text{opt}} + \Delta)}}{2\Delta}\,\psi(r).$$

РС в скорректированной проекции будет определяться из уравнения

$$\left|\frac{\sin \pi\nu\Delta}{\pi\nu\Delta}\right| = M_{\text{нор}}\,\frac{\sqrt{2b_{\text{opt}}(2b_{\text{opt}} + \Delta)}}{2\Delta}\,\delta. \tag{2}$$

Если время измерения отсчетов остается неизменным, то РС в скорректированной проекции, очевидно, будет ниже, чем в каждой из измеренных проекций. Однако если данное время повысить, например, до величины $(2b_{\text{opt}}(2b_{\text{opt}} + \Delta)/4\Delta^2)T$ (из условия равенства правых частей в (1), (2)), то процедура коррекции приводит к увеличению РС.

Практическое приложение рассмотренной здесь процедуры измерения и обработки проекций наиболее перспективно, на наш взгляд, при необходимости проведения повторной реконструкции изображения слоя с более высоким качеством.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Приборы** для неразрушающего контроля материалов и изделий. Кн. 1/Под ред. В. В. Клюева.— М.: Машиностроение, 1986.
2. **Henkelman R. M., Preiss B. R.** A nonuniform detector aperture for CT-IN // J. Comput. Assist. Tomogr.— 1981.— 5, N 3.— P. 401.
3. **Фивенский Ю. И.** Методы повышения качества аэрокосмических фотоснимков.— М.: Изд-во Моск. ун-та, 1977.

Поступило в редакцию 4 октября 1988 г.

УДК 621.396 : 512

В. А. ГОРОХОВАТСКИЙ, О. В. СЫТНИК

(Харьков)

КОМБИНИРОВАННЫЕ АЛГОРИТМЫ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ ОБЪЕКТОВ НА ИЗОБРАЖЕНИИ

В большинстве практических задач анализа изображений сигнал от исследуемого объекта является случайной функцией, т. е. информация об объектах сосредоточена в статистических характеристиках случайного ансамбля, которому принадлежит принимаемый сигнал. Решение таких задач основано на применении статистических методов. В частности, задача измерения пространственных координат объекта произвольной формы на изображении может рассматриваться как статистическая задача оценивания параметров функции яркости изображения на фоне аддитивного шума. При этом наблюдаемый сигнал представляется в виде

$$B^*(x,\ y,\ \lambda(t)) = B(x,\ y,\ \lambda(t)) + \xi(x,\ y), \tag{1}$$

где $B(x,\ y,\ \lambda(t))$ — функция яркости изображения; $B^*(\cdot)$ — измеряемая

[1, 2]. Одним из широко применяемых на практике подходов являются корреляционные алгоритмы [1], вытекающие из метода максимума правдоподобия. Недостатки этих алгоритмов — высокая вычислительная сложность (особенно в многопараметрическом случае, когда учитывается также поворот, масштаб) и необходимость наличия полной априорной информации об эталонах. Эти трудности значительно возрастают при низких соотношениях сигнал/шум, так как по одному кадру оказывается невозможным получать статистически достоверные оценки. Возникает необходимость совместного статистического анализа нескольких кадров.

С другой стороны, простые так называемые «признаковые» методы, в частности, в алгоритмах нормализации изображений [3] позволяют достаточно быстро вычислять оценки искомых параметров, однако в условиях интенсивных помех получаемые с их помощью оценки обладают низкой достоверностью.

Одним из признаковых алгоритмов определения координат объектов является алгоритм, в котором вначале производят вычисление некоторых линейных функционалов от изображения B^*, например:

$$\Phi_0 = \sum_i \sum_j B^*_{ij}(\cdot); \tag{2}$$

$$\Phi_1 = \sum_i \sum_j iB^*_{ij}(\cdot); \tag{3}$$

$$\Phi_2 = \sum_i \sum_j jB^*_{ij}(\cdot), \tag{4}$$

где $i, j = \overline{1, N}$. Искомые элементы λ_x, λ_y вектора $\boldsymbol{\lambda}$ получаются как нелинейные функции от функционалов (2)—(4):

$$\lambda_x = \Phi_1/\Phi_0; \tag{5}$$

$$\lambda_y = \Phi_2/\Phi_0. \tag{6}$$

Статистические характеристики линейных функционалов Φ_j вычисляются через характеристики функции ξ.

Представляет интерес совместить преимущества статистических методов и признаковых методов с целью синтеза быстродействующего алгоритма получения статистически достоверных оценок. Удобной формой такого совмещения являются рекуррентные процедуры, позволяющие получать искомые оценки на каждом шаге.

С целью синтеза статистического рекуррентного алгоритма оценки λ_x, λ_y рассмотрим функцию правдоподобия k независимых отсчетов сигнала (для простоты только по координате x):

$$P_k\left(\mathbf{B}^*_l(x)/\lambda_x\right) = (2\pi)^{-kN/2}(\det \mathbf{R}_\xi)^{-k/2}\times$$
$$\times \exp\left\{-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{k}\left\{\left[\mathbf{B}^*_i - \mathbf{B}(\lambda_x)\right]^T \mathbf{R}_\xi^{-1}\left[\mathbf{B}^*_i - \mathbf{B}(\lambda_x)\right]\right\}\right\}, \tag{7}$$

где $\mathbf{B}_l{}^*(x) = [B_l{}^*(x_1), B_l{}^*(x_2), \ldots, B_l{}^*(x_N)]^T$, $l = \overline{1, k}$; N — число пространственных отсчетов кадра по координате x; k — число отсчетов по времени.

Логарифмируя левую и правую части (7), представим функцию правдоподобия в виде двух слагаемых, первое из которых содержит всю статистическую информацию о наблюдаемом процессе от момента времени 0 до $k-1$-го, а второе — приращение информации за счет получения k-го отсчета наблюдаемого сигнала:

$$\ln P_k(\cdot) = L_k(\lambda_x) = L_{k-1}(\lambda_x) + l_k(\lambda_x) = \ln F + \left\{-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{k-1}\left[\mathbf{B}_i^* - \mathbf{B}(\lambda_x)\right]^T \times \right.$$
$$\left. \times \mathbf{R}_\xi^{-1}\left[\mathbf{B}_i^* - \mathbf{B}(\lambda_x)\right]\right\} + \left\{-\frac{1}{2}\left[\mathbf{B}_k^* - \mathbf{B}(\lambda_x)\right]^T \mathbf{R}_\xi^{-1}\left[\mathbf{B}_k^* - \mathbf{B}(\lambda_x)\right]\right\}, \qquad (8)$$

где $F = (2\pi)^{-kN/2}(\det \mathbf{R}_\xi)^{-k/2}$.

Такое представление функции правдоподобия позволяет воспользоваться известным [4] рекуррентным алгоритмом вычисления оценок

$$\lambda_x{}^0(k) = \lambda_x{}^0(k-1) + D^{-1}(k, \lambda_x{}^0(k-1))Z(k, \lambda_x{}^0(k-1)), \qquad (9)$$

где $Z\left(k, \lambda_x^0(k-1)\right) = \frac{\partial}{\partial\lambda} l_k(\lambda_x)\Big|_{\lambda=\lambda_x^0(k-1)}$;

$$D\left(k, \lambda_x^0(k-1)\right) = -\frac{\partial^2}{\partial\lambda^2}\left[L_{k-1}(\lambda_x) + l_k(k, \lambda(k-1))\right]\Big|_{\lambda=\lambda_x^0(k-1)}.$$

В частности, для функции (8)

$$Z(k, \lambda_x(k-1)) = \frac{1}{2}\frac{\partial \mathbf{B}(\lambda_x)}{\partial\lambda}\mathbf{R}_\xi^{-1}\mathbf{B}^*(k) +$$
$$+ \frac{1}{2}\mathbf{B}^*(k)\mathbf{R}_\xi^{-1}\frac{\partial \mathbf{B}(\lambda_x)}{\partial\lambda} - \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial\lambda}\left[\mathbf{B}^T(\lambda_x)\mathbf{R}_\xi^{-1}\mathbf{B}(\lambda_x)\right]; \qquad (10)$$
$$D(k, \lambda_x(k-1)) \approx D\left(k-1, \lambda_x^0(k-2)\right) -$$
$$-\left\{\frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial\lambda^2}\mathbf{B}(\lambda_x)\mathbf{R}_\xi^{-1}\mathbf{B}^*(k) + \frac{1}{2}\mathbf{B}^*(k)\mathbf{R}_\xi^{-1}\frac{\partial^2}{\partial\lambda^2}\mathbf{B}(\lambda_x) - \right.$$
$$\left. - \frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial\lambda^2}\left[\mathbf{B}^T(\lambda_x)\mathbf{R}_\xi^{-1}\mathbf{B}(\lambda_x)\right]\right\}. \qquad (11)$$

Как видно из (9)—(11), для реализации статистического алгоритма (9) необходимо знать аналитическую зависимость функции яркости $B(\cdot)$ от искомого параметра λ, а в более общем случае и от мешающих параметров. Однако на практике такие зависимости, как правило, не заданы, а информация о функции $B(\lambda)$ имеется в лучшем случае в виде таблицы значений эталона $B_0(x, \lambda)$.

Для преодоления этой трудности с целью применения рекуррентного алгоритма оценивания можно воспользоваться несколькими путями. К ним относится, например, аппроксимация зависимости $B(\lambda)$. Другой подход — вычисление статистических оценок функционалов вида (2)—(4), которые затем используются в признаковых методах для вычисления искомой оценки $\lambda_x{}^0$ по формулам (5), (6).

Для решения задач оценки параметров объектов на изображениях при ограничении в выборе вычислительных средств более приемлемым является второй подход, позволяющий существенно упростить процедуру вычисления оценок. При этом формула (9) преобразуется к виду

$$\Phi_j^0(k) = \Phi_j^0(k-1) + D_j^{-1}(k)\left[\Phi_j^*(k) - \Phi_j^0(k-1)\right], \qquad (12)$$

где $D_j^{-1}(k) = \left[\sigma_{j\xi}^2 D_j(k-1) + 1\right]^{-1}$, $j = 0, 1, 2$; $\Phi_j{}^*(k)$ — вычисленный по наблюдаемому кадру j функционал вида (2)—(4); $\sigma_{j\xi}^2$ — дисперсия j-го функционала.

Для получения, например, оценки $\lambda_x(k)$ необходимо с помощью алгоритма (12) вычислить оценки двух скалярных параметров $\Phi_0{}^0(k)$ и $\Phi_1{}^0(k)$, а затем в соответствии с (5) получить оценку $\lambda_x(k)$.

Важным преимуществом такого алгоритма, помимо простоты и эффективности, является минимум используемой априорной информации, т. е. независимость решений от формы объекта. Кроме того, для случая многопараметрического оценивания возрастает только количество функционалов Φ_j, что не влияет на сложность обработки, так как увеличивается лишь количество однотипных операций. Алгоритм (5), (12) легко обобщается на случай динамичных объектов, когда значения функционалов Φ_j изменяются с течением времени от кадра к кадру.

Сравнение вычислительной сложности алгоритмов путем подсчета количества операций (при последовательном способе вычислений), требуемых для получения одной оценки в одномерном случае, показывает, что для корреляционного метода время вычислений составляет порядка $4\,N^2t_c$, где t_c — время выполнения одной операции сложения. Для признакового алгоритма (2)—(6) время вычислений $5\,Nt_c$, а для двухэтапного алгоритма (12), (5) — порядка $8\,Nt_c$. Как видно, предложенный алгоритм, хотя и уступает признаковому алгоритму в быстродействии, однако выигрывает в этом отношении по сравнению с корреляционным. Этот выигрыш становится еще более значительным в двумерном случае, так как для корреляционного алгоритма время вычислений пропорционально N^4, а для предложенного — порядка N^2.

Для анализа помехозащищенности рассмотренных алгоритмов проведено программное моделирование. Помехозащищенность алгоритмов оценивалась вероятностью попадания вычисленной оценки в заданную окрестность истинного значения параметра. Проводилась оценка параметра смещения объекта размером 16×16 в поле зрения 64×64 при восьми уровнях квантования по яркости.

Для корреляционного алгоритма вычисление по одному кадру оценки смещения объекта попадали в интервал ±1 дискрет с вероятностью 0,95 при соотношении сигнал/шум 3 и более. Под соотношением сигнал/шум понималось отношение средней яркости объекта (на нулевом фоне) к среднеквадратичному значению шума. Для признакового алгоритма эта же вероятность достигалась при соотношении сигнал/шум 10, а для предложенного двухэтапного алгоритма — при соотношении сигнал/шум, равном 5.

Таким образом, сочетание в единой процедуре статистического и признакового алгоритмов оценивания позволило получить достаточно помехозащищенный алгоритм, обладающий более высоким быстродействием по сравнению с традиционным корреляционным алгоритмом.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Баклицкий В. К., Бочкарев А. М., Мусьяков М. П.** Методы фильтрации сигналов в корреляционно-экстремальных системах навигации.— М.: Радио и связь, 1986.
2. **Матвеев И. И., Софронов А. Н., Троицкий И. Н., Устинов Н. Д.** Адаптация в информационных оптических системах.— М.: Радио и связь, 1984.
3. **Гороховатский В. А.** Теоретический анализ помехозащищенности методов определения параметров нормализации изображений // Проблемы бионики.— Харьков: Высш. шк., 1986.— Вып. 37.
4. **Репин В. Г., Тартаковский Г. П.** Статистический синтез при априорной неопределенности и адаптация информационных систем.— М.: Сов. радио, 1977.

Поступило в редакцию 21 июня 1988 г.