УДК 621.391

А. В. САВИЧ, Я. А. ФОМИН

(Москва)

РАСПОЗНАВАНИЕ МНОГОМЕРНЫХ НОРМАЛЬНЫХ АНСАМБЛЕЙ В РЕАЛЬНОМ ВРЕМЕНИ

Многие задачи автоматического распознавания дикторов по их голосам, выделения многомерных (векторных) сигналов на фоне флуктуационных помех, автоматического контроля и диагностики технических систем сводятся к определению принадлежности выборки $\{\mathbf{x}_i\}$ при $i=\overline{1, n}$, состоящей из n независимых p-мерных нормально распределенных наблюдений $\mathbf{x}_i=(x_{i_1}, \ldots, x_{ip})^T$, к одному из двух классов s_1 и s_2, характеризующихся неизвестными векторами средних $\mathbf{a}_1=(a_{11}, \ldots, a_{1p})^T$ и $\mathbf{a}_2=(a_{21}, \ldots, a_{2p})^T$ и общей известной матрицей ковариации $\mathbf{M}$ [1, 2]. Вследствие того, что технические средства, с помощью которых выполняется решение указанных задач распознавания, являются, как правило, составной частью больших вычислительных информационных систем, характеризующихся высоким темпом обработки циркулирующей в них информации, к этим средствам во многих случаях предъявляются естественные требования функционирования в реальном масштабе времени, выражающиеся в том, что обучение ведется одновременно (параллельно) для двух классов s_1 и s_2, а объемы обучающих m_1, m_2 и контрольной n выборок минимальны, т. е. $m_1=m_2=m=n=1$.

При использовании адаптивной классифицирующей процедуры в решающее правило, вместо неизвестных векторов средних $\mathbf{a}_1$ и $\mathbf{a}_2$, подставляются их оценки максимального правдоподобия, которые для рассматриваемого случая минимального времени обучения $m_1=m_2=m=1$ будут иметь следующий вид:

$$\widehat{\mathbf{a}}_1=\mathbf{x}^{(1)}, \quad \widehat{\mathbf{a}}_2=\mathbf{x}^{(2)}, \tag{1}$$

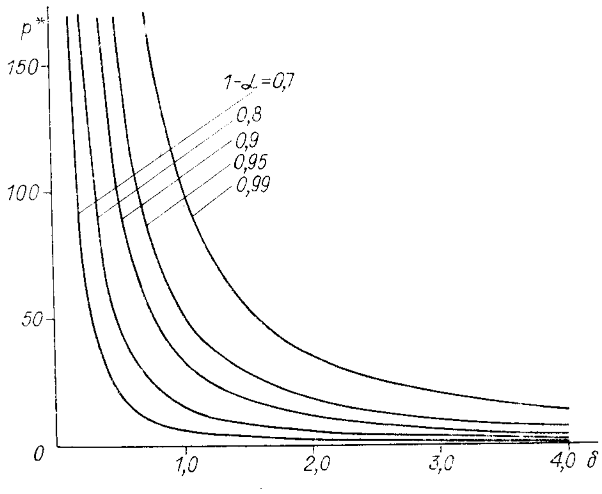
где $\mathbf{x}^{(j)}$ — классифицированный вектор измерения признаков для класса s_j, $j=1, 2$.

Само же правило распознавания получается заменой неизвестных векторов средних их оценками (1) и заключается в сравнении оценки логарифма отношения правдоподобия $\widehat{L}$ для $n=1$ с порогом k, зависящим от выбранного критерия качества:

$$\widehat{L}=(\mathbf{x}^{(2)}-\mathbf{x}^{(1)})^T\mathbf{M}^{-1}(2\mathbf{x}_1-\mathbf{x}^{(1)}-\mathbf{x}^{(2)})\geqslant 2k. \tag{2}$$

Как известно [1], основная проблема синтеза распознающей системы — нахождение выражений для вероятности ошибки распознавания и оптимизация распознающей системы с целью обеспечения заданной достоверности распознавания $1-\alpha_0=1-\beta_0$ при минимизации требуемых для этого размерности признакового пространства P и объемов обучающих и контрольных выборок. Поскольку в системах распознавания реального времени объемы указанных выборок фиксированы (и минимальны $m_1=m_2=m=n=1$), то задача оптимизации сводится к определению минимально возможной размерности признакового пространства p^*, при которой обеспечивается требуемая достоверность распознавания $1-\alpha_0=1-\beta_0$.

Наиболее важным определяющим этапом решения этой задачи является нахождение вероятностей ошибок распознавания 1- и 2-го рода α и β. Сформулированное выше требование $m_1=m_2=m=n=1$ сразу же исключает возможность использования известных асимптотических методов нахождения вероятностей ошибок классификации [2—4], поскольку указанные методы требуют очень больших объемов выборок



m_1, m_2, $n \to \infty$. Поэтому наиболее целесообразно использовать классический путь вычисления точных выражений для вероятностей ошибок распознавания α и β, справедливых для произвольных (в том числе малых) объемов выборок: вводя ограничения на параметры распределений случайных величин $x^{(1)}$, $x^{(2)}$ и x_1, входящих в общее выражение (2), вычислить условные плотности вероятности оценки логарифма отношения правдоподобия $\widehat{L}$, интегрирование которых и позволит найти точные выражения вероятностей ошибок распознавания α и β. Следуя путем, аналогичным приведенному в [5], при использовании наиболее часто применяемого критерия максимального правдоподобия ($k=0$) находим точное выражение вероятностей ошибок распознавания α и β при $m_1 = m_2 = m = n = 1$ через размерность признакового пространства p и «истинное» межклассовое расстояние $d_p^2 = (\mathbf{a}_2 - \mathbf{a}_1)^T \mathbf{M}^{-1} (\mathbf{a}_2 - \mathbf{a}_1)$ (расстояние Махаланобиса):

$$\alpha = \beta = [\Theta(p)/(p-3)!!] \int\limits_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^{p-2} \varphi D_p \left(d_p \sin\varphi/\sqrt{2}\right) F\left(-d_p \sin\varphi/\sqrt{6}\right) d\varphi, \tag{3}$$

$$\text{где } \Theta(p) = \begin{cases} 1, & \text{если } p \text{ нечетное,} \\ \sqrt{2\pi^{-1}}, & \text{если } p \text{ четное,} \end{cases}$$

а функция $D_p(z)$ вычисляется по рекуррентным формулам:

$$D_1(z) = \exp\{-d_p^2/4 + z^2/2\} F(z);$$

$$D_2(z) = (2\pi)^{-1/2} \exp\{-d_p^2/4\} + z D_1(z);$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$D_i(z) = z D_{i-1}(z) + (i-2) D_{i-2}(z);$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$D_p(z) = z D_{p-1}(z) + (p-2) D_{p-2}(z).$$

В этом случае задача минимизации количества признаков, обеспечивающих заданную достоверность распознавания, имеет вид

$$p \to \min, \quad \alpha(p, d_p^2) \leqslant \alpha_0. \tag{4}$$

Точное решение этой задачи можно найти исключительно путем перебора различных наборов признаков из заданного числа p [6] при условии, что, кроме матрицы $\mathbf{M}$, известны все величины $\Delta_i = a_{2i} - a_{1i}$, $i = \overline{1, p}$. Если это условие не соблюдается, то можно получить только квазиоптимальные решения, гарантирующие достижение заданной достоверности при выполнении некоторых дополнительных условий.

Во многих практически важных задачах распознавания признаки можно считать независимыми. В этом случае $d_p^2 = \sum\limits_{i=1}^{p} (a_{2i} - a_{1i})^2/\sigma_i^2 = \sum\limits_{i=1}^{p} \delta_i$. Если дополнительно $\delta_i = \delta_j = \delta$, $i, j = \overline{1, p}$, то (4) принимает вид

$$p \to \min, \ [\Theta(p)/(p-3)!!] \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^{p-2}\varphi D_p(\sqrt{\delta p/2}\sin\varphi) F\left(\sqrt{\frac{\delta p}{6}}\sin\varphi\right) d\varphi \leqslant \alpha_0. \tag{5}$$

Оптимальное решение этой задачи p^* дает минимальное число независимых признаков с различающим свойством δ, обеспечивающее достоверность $1-\alpha_0=1-\beta_0$ распознавания двух классов.

Зависимость p^* от δ для различных величин $1-\alpha_0$, полученная численными методами решения задачи (5), приведена на рисунке. Как видно из рисунка, с уменьшением межклассового расстояния δ для обеспечения заданной достоверности $1-\alpha_0=1-\beta_0$ число независимых признаков p^* резко возрастает, достигая значения $p^*=32$ $(\delta=1)$, $p^*=52$ $(\delta=0{,}75)$ и $p^*=104$ $(\delta=0{,}5)$ при требуемой достоверности распознавания $1-\alpha_0=1-\beta_0=0{,}9$.

Если о δ_i, $i=\overline{1,\ p}$, известно только то, что $\delta_i \geqslant \delta^*$ для всех $i=\overline{1,\ p}$, то, решая задачу оптимизации (5), при $\delta=\delta^*$ находим квазиоптимальное решение p^*, гарантирующее заданную достоверность распознавания $1-\alpha_0=1-\beta_0$ для любых $\delta_i \geqslant \delta^*$, $i=\overline{1,\ p}$, и являющееся оптимальным в наихудшем случае $\delta_i=\delta^*$ для всех $i=\overline{1,\ p}$. Это вполне согласуется с физическими представлениями, поскольку увеличение числа признаков в определенной степени компенсирует дефицит информации, возникающий при обучении и принятии решений вследствие малости объемов обучающих и контрольной выборок и проявляющийся особенно ощутимо при малых межклассовых расстояниях d_p^2 и высоких требованиях к достоверности распознавания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Фомин Я. А., Тарловский Г. Р.** Статистическая теория распознавания образов.— М.: Радио и связь, 1986.
2. **Аренс Х., Лейтер Ю.** Многомерный дисперсионный анализ.— М.: Статистика, 1985.
3. **Деев А. Д.** Асимптотические разложения распределения статистик W, M, W* дискриминантного анализа // Статистические методы классификации.— М.: Изд-во Моск. ун-та, 1972.
4. **Okamoto M.** An asymptotic expansion for the distribution of the linear discriminant function // Ann. Math. Stat.— 1963.— **34**, N 3.
5. **Фомин Я. А., Савич А. В.** Оптимизация системы распознавания многомерных нормальных совокупностей // Радиотехника.— 1985.— **40**, № 12.
6. **Верхаген К., Дейн Р., Грун Ф. и др.** Распознавание образов: состояние и перспективы.— М.: Радио и связь, 1985.

Поступило в редакцию 27 января 1988 г.

УДК 620.179.15

Ф. М. ЗАВЬЯЛКИН, В. А. УДОД

(Томск)

ДВУХАПЕРТУРНОЕ КОДИРОВАНИЕ ПРОЕКЦИЙ

Хорошо известно [1, 2], что при радиационном томографическом контроле изделий измерение проекций сопровождается апертурными и статистическими искажениями. В результате чего измеряемая (точная) $p(r)$ и измеренная $\tilde{p}(r)$ проекции оказываются связанными между собой соотношением вида

$$\widehat{p}(r)=p(r)*h(r)+\psi(r),$$