

симости от частоты среза фильтра-прототипа и характерного масштаба процесса и оценить погрешность его обработки. Видно, что в рассмотренных случаях оптимальная частота дискретизации на порядок превышает частоту среза фильтра.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гольденберг Л. М., Матюшкин Б. Д., Поляк М. Н. Цифровая обработка сигналов: Справочник.— М.: Радио и связь, 1985.
2. Лэм Г. Аналоговые и цифровые фильтры. Расчет и реализация: Пер. с англ./Под ред. И. Н. Теплюка.— М.: Мир, 1982.
3. Кузьмин И. В., Кедрус В. А. Основы теории информации и кодирования.— Киев: Вища шк., 1977.

Поступило в редакцию 24 июня 1987 г.

УДК 535.4 : 778.38

Б. ДУБИК, М. ЗАЙОНЦ, Е. НОВАК

(Вроцлав, Польша)

ФОКУСИРУЮЩЕЕ КИНОФОРМНОЕ ЗЕРКАЛО

В настоящее время все большее внимание оптиков привлекают киноформные оптические элементы [1]. Они характеризуются низким весом из-за своей малой толщины и возможностью дешевой массовой копки, а в принципе могут с успехом заменять традиционную рефракционную оптику во многих применениях.

Особый интерес вызывает возможность создать киноформное фокусирующее зеркало, которое могло бы совместить две функции — отражение света и его фокусировку. Иначе говоря, сферическая волна, расходящаяся из одной точки, должна трансформироваться в другую волну, скажем, тоже сферическую, центр кривизны которой находится в другой точке. Киноформное зеркало можно создать в виде плоского элемента, отражающего свет, на поверхности которого нанесен микрорельеф определенной геометрии. Глубина рельефа должна обеспечить фазовый сдвиг между лучами, отраженными в разных местах киноформа в пределах $0 - 2\pi$, а топология рельефа — дать в результате дифракции требуемую трансформацию световой волны.

Киноформное зеркало в отличие от трансмиссионного элемента (киноформной линзы) можно изготовить из любого материала, выбирая его в соответствии с технологическими возможностями производства или специальными требованиями, например высокой устойчивостью к излучению. Хорошим примером может здесь служить киноформное зеркало для фокусировки мощного инфракрасного излучения CO_2 -лазера [2]. Требуемый высокий коэффициент отражения нетрудно получить благодаря тонкой металлической пленке, которую можно нанести также и на поверхность таких материалов, типичных для микроэлектроники, как, например, GaAs или Si. Кроме того, в случае киноформных зеркал толщина и форма подложки не влияют на качество изображения.

С другой стороны, при применении киноформного зеркала источник волны, падающей на зеркало, и точка фокусировки отраженного света не должны лежать на одной оси, перпендикулярной плоскости зеркала. Это требование существенно влияет на геометрию рельефа киноформа. Как известно, фокусирующий киноформ имеет зонную структуру и для его изготовления нужно знать форму и расположение границ этих зон (форма фазового профиля зоны известна). В случае фокусировки параллель-

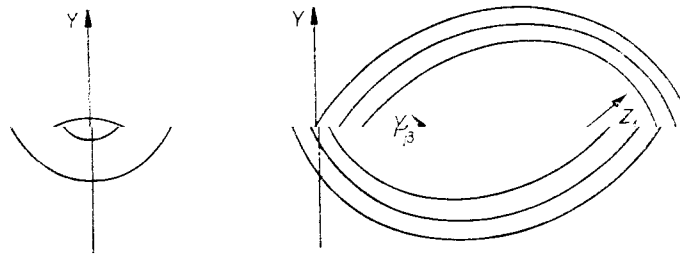


Рис. 1

ного пучка света в точку, расположенную на оси киноформа, зоны являются окружностями с радиусами, зависящими от номера зоны согласно известной формуле для френелевской дифракционной пластинки [3]. Но в случае киноформа, не только фокусирующего, но и отклоняющего лучи света, эта геометрия значительно усложняется.

Для случая плоскопараллельного пучка лучей, падающего под углом на зеркало и фокусирующегося в точку, топологию зон рассчитала Г. Ленкова [4]. Ее формулы показывают, что границы зон представляют семейство смещенных эллипсов. В настоящей статье представим еще раз методику определения топологии зон фокусирующего киноформного зеркала для любого расположения источника волны и точки фокуса. Пренебрегаем так же, как и в [4], формой фазового профиля зон.

Предположим, что плоское киноформное зеркало определяет прямоугольную систему координат (X, Y, Z) (рис. 1). Сферическая волна, расходящаяся из точки P_α после отражения и дифракции на киноформе, должна фокусироваться в точке P_β . Без ограничения общности рассуждений можно принять, что эти обе точки находятся в плоскости (YOZ) , которую можно назвать «вертикальной». Координаты этих точек обозначим соответственно $(0, y_\alpha, z_\alpha)$ и $(0, y_\beta, z_\beta)$, а все линейные размеры нормируем относительно длины волны λ (итак, например, под z_α надо подразумевать z_α/λ и т. д.).

Для фокусировки светового пучка в точке P_β необходимо, чтобы оптические пути всех лучей, дифрагированных на границах последовательных зон киноформного зеркала, были одинаковы с точностью до целой кратности длины световой волны:

$$R_{\alpha,N} + R_{\beta,N} = \text{const} + N \quad (N = 0, 1, 2, 3, \dots), \quad (1)$$

где $R_{\alpha,N} = \overline{P_\alpha P_N}$ и $R_{\beta,N} = \overline{P_\beta P_N}$.

Нетрудно заметить, что равенство (1) определяет семейство эллипсоидов вращения, фокусы которых совпадают с точками P_α и P_β . Очевидно, границы зон киноформного зеркала являются пересечениями этих эллипсоидов плоскостью киноформа ($z = 0$), т. е. имеют форму эллипсов [5].

Попробуем теперь найти точные формулы, определяющие последовательные эллипсы, — границы киноформных зон.

Равенство (1) представляет семейство эллипсоидов вращения, которые в прямоугольной системе координат $(X_1 = X, Y_1 = Y, Z_1 = Z)$, связанной с точками P_α и P_β , с центром в точке P_s $(0, y_s, z_s)$, где $y_s = (y_\alpha + y_\beta)/2$, $z_s = (z_\alpha + z_\beta)/2$, можно привести в канонической форме

$$\frac{z_1^2}{C_{1,N}^2} = 1, \quad (2)$$

где параметры $A_{1,N}$ и $C_{1,N}$ зависят от номера эллипсоида N .

Существует, конечно, некоторый «минимальный» номер N_0 (не обязательно целый), при котором эллипсоид вращения касается плоскости киноформа в одной точке P_0 . Это значит, что N_0 -зона киноформа стягивается к точке. Координаты этой точки определяются следующим видом:

$$\begin{aligned} x_0 &= 0; \\ y_0 &= \frac{y_\alpha z_\beta + y_\beta z_\alpha}{z_\alpha + z_\beta}; \\ z_0 &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Номер «нулевого» эллипса N_0 зависит от параметров, характеризующих эллипсоиды вращения:

$$A_{1,0}^2 = N_0^2 (\sqrt{N_0}/2)^2; \quad C_{1,0}^2 = \frac{N_0^2 \cos^2 \varphi}{A_{1,0}^2} - D^2. \quad (4)$$

Параметры всех последовательных эллипсоидов вращения с номерами $N = N_0 + n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) получим из формул

$$A_{1,N}^2 = (N/2)^2; \quad C_{1,N}^2 = A_{1,N}^2 - D^2. \quad (6)$$

Теперь найдем формулы, описывающие границы зон на киноформе. Они создадут семейство эллипсов, смещенных относительно друг друга с центрами в точках $P_{0,N}(0, y_{0,N})$, и их уравнения в плоскости киноформа (XOY) можно записать в каноническом виде

$$\frac{x^2}{A_N^2} + \frac{(y - y_{0,N})^2}{B_N^2} = 1, \quad (7)$$

где

$$y_{0,N} = y_s + \frac{z_s D^2 \sin \varphi \cos \varphi}{A_{1,N}^2 - D^2 \cos^2 \varphi}, \quad (8a)$$

а A_N и B_N зависят от $A_{1,N}$, D , φ , z_s :

$$A_N^2 = \frac{A_{1,N}^2 (A_{1,N}^2 - D^2) - z_s^2 \left(A_{1,N}^2 - D^2 \sin^2 \varphi - D^4 \frac{\sin^2 \varphi \cos^2 \varphi}{A_{1,N}^2 - D^2 \cos^2 \varphi} \right)}{A_{1,N}^2 - D^2 \cos^2 \varphi}; \quad (8b)$$

$$B_N^2 = A_N^2 (A_{1,N}^2 - D^2 \cos^2 \varphi) / A_{1,N}^2.$$

Формулы (4), (7) и (8) справедливы для любой геометрии падающих и отраженных от киноформного зеркала пучков света.

Для проверки выведенных формул рассмотрим частный случай киноформного фокусирующего зеркала без отклонения светового пучка.

Пусть точки P_α и P_β лежат на одной оси OZ . Тогда $y_\alpha = y_\beta = 0$, $\varphi = 0$, $D = |z_\alpha - z_\beta|$. Подставляя эти величины в формулы (4)–(8), получаем уравнения границ зон «осевого» киноформного зеркала

$$(x^2/A_n^2) + (y^2/B_n^2) = 1, \quad (9)$$

$$\text{где} \quad A_n^2 = B_n^2 = \frac{(2n(z_\alpha + z_\beta) + n^2)(2z_\alpha z_\beta + n(z_\alpha + z_\beta) + n^2)}{2(z_\alpha + z_\beta + n)^2}; \quad (10)$$

$$n = N - N_0 = 1, 2, 3, \dots$$

Видим, что границы зон, как можно было ожидать, стали в этом случае концентрическими окружностями. Их радиусы получаются из формулы (10):

$$R_n = A_n. \quad (11)$$

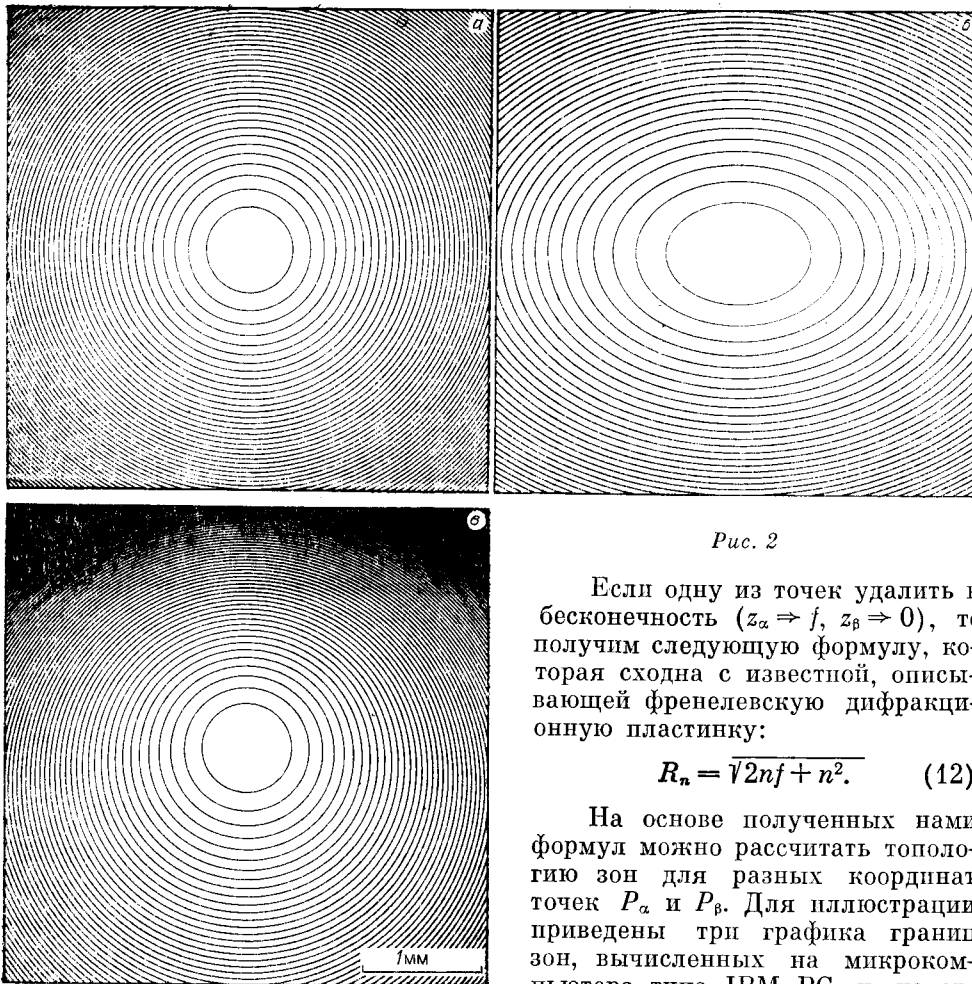


Рис. 2

Если одну из точек удалить в бесконечность ($z_a \Rightarrow f$, $z_b \Rightarrow 0$), то получим следующую формулу, которая сходна с известной, описывающей френелевскую дифракционную пластинку:

$$R_n = \sqrt{2nf + n^2}. \quad (12)$$

На основе полученных нами формул можно рассчитать топологию зон для разных координат точек P_a и P_b . Для иллюстрации приведены три графика границ зон, вычисленных на микрокомпьютере типа IBM PC и начерченных на обычном графопостроителе (рис. 2, а—с). Геометриче-

ские параметры этих киноформных зеркал с одинаковым фокусным расстоянием $f = 100$ мм следующие: а) «осевое» киноформное зеркало (мм) — $z_a = 150$, $z_b = 300$, $y_a = y_b = 0$; б) «внеосевое» киноформное зеркало (мм) — $z_a = 180$, $y_a = 20$, $z_b = 225$, $y_b = -25$; в) «внеосевое» апланатическое киноформное зеркало (мм) — $z_a = 200$, $y_a = 200$, $z_b = 200$, $y_b = -200$.

Для всех киноформов принято $\lambda = 632,8$ нм.

Следует подчеркнуть, что при получении формул, описывающих границы зон киноформного фокусирующего зеркала, не применялись никакие упрощения и приближения. Эти формулы точны для любого расположения точечного предмета и любой точки фокусирования отраженной волны в отличие от формул, представленных в [4]. Границы зон оказываются эллипсами или окружностями.

Данная работа выполнена в рамках Проблемы NO СРВР 01.06, финансируемой Министерством науки и высшего образования ПНР.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Коронкевич В. П., Ленкова Г. А., Михальцова И. А. и др. Киноформные оптические элементы: методы расчета, технология изготовления, практическое применение // Автометрия.— 1985.— № 1.
2. Riley J. P., Birkett F. N. A reflection kinoform for use with CO₂ laser // Opt. Acta.— 1977.— 24.— P. 999.
3. Young M. Zone plates and their aberrations // JOSA.— 1972.— 62.— P. 972.
4. Ленкова Г. А. Поворотный фокусирующий киноформ // Автометрия.— 1985.— № 6.
5. Leja F. Geometria analityczna (Аналитическая геометрия).— Warszawa: PWN, 1967.

Поступило в редакцию 1 августа 1988 г.