

Рис. 2

модулей в систему. Объем памяти отсчетов больше.

К числу недостатков разработанного модуля относится использование коммутируемых вручную переключателей входных уровней (модуль «Le Grou» способен работать без переключателей как с NIM-, так и с TTL-уровнями). Мертвое время у разработанного модуля 600 нс (что превышает соответствующий параметр модуля «Le Grou» — 100 нс).

В настоящее время изготовлена и передана в опытную эксплуатацию партия модулей в 40 экземпляров.

Модуль выполнен на четырехслойной печатной плате.

С целью снижения потребляемого тока в модуле используются микросхемы серии 555 за исключением быстрых цепей, где применены микросхемы серии 531, которыми и определяется предельная частота счета.

Для тестирования и наладки модулей счетчиков с памятью было создано тестовое программное обеспечение. Все программы написаны на языке Макро-11 операционной системы RT-11. Загрузочные модули, тексты программ с частичными комментариями, специальная объектная библиотека и тексты описаний и макроопределений хранятся на гибком диске (203 мм), который входит в комплект поставки.

Имеющиеся программы тестирования не позволяют полностью проверить функционирование счетчиков по счетным входам. С целью обеспечения полной проверки модуля разработан дополнительный модуль. Модуль тестирования генерирует пакеты импульсов по восьми каналам. Число импульсов в пакете и номере каналов, на которые подаются контрольные сигналы, устанавливается от ЭВМ соответствующими КАМАК-командами. Модуль имеет ширину 2 М. На его передней панели находится восемь разъемов для выдачи счетчику импульсов в уровнях TTL и NIM, а также разъем для выдачи сигнала LATCH (уровень TTL).

В заключение приведем основные характеристики: количество 16-разрядных счетчиков в модуле 8; частота счета не менее 100 МГц; объем памяти в модуле $64 K \times 16$; мертвое время 600 нс; потребление (по шине +6 В) 3 А; общее число микросхем в модуле 124.

При максимальной частоте входных сигналов 100 МГц время заполнения счетчиков около 0,6 мс. Общее время регистрации входного процесса — его длительность — составляет около 5 с.

Таким образом, разработан модуль КАМАК, заменяющий два модуля «Le Grou», что, несомненно, является его большим преимуществом. Модуль более совершенен и технологичен. Имеется возможность программной проверки, проще осуществляется соединение

Поступило в редакцию 19 января 1989 г.

УДК 681.323

В. Г. ГЕТМАНОВ
(Москва)

ВЫЧИСЛЕНИЕ ДИСКРЕТНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ ДЛЯ МАССИВОВ БОЛЬШОЙ РАЗМЕРНОСТИ

При исследовании процессов на ЭВМ с ограниченным объемом ОЗУ в ряде случаев встречаются задачи обработки, связанные с вычислением ДПФ массивов данных большой размерности, целиком не помещавшихся в ОЗУ (подразумевается,

© 1990 Гетманов В. Г.

что данные полностью умещаются и хранятся во внешней памяти типа магнитная лента или диск в файлах с прямым доступом и могут загружаться в ОЗУ по частям).

Для некоторых специализированных ЭВМ характерны (в среднем) объемы ОЗУ в несколько десятков K двухбайтовых слов. Так, для специализированной микропроцессорной периферийной ЭВМ «Электроника МТ-70» [1] объем памяти данных 32 K . Максимальная размерность массива данных в двухбайтовом представлении дискретных измерений, который можно подвергнуть ДПФ (с помощью алгоритма БПФ) на ЭВМ данного типа, составляет величину 8192. Для ЭВМ СМ-4 объем ОЗУ занимает 32 K двухбайтовых слов [2]. Поскольку размерность вводимого массива для ДПФ представляет собой целое число, равное степени 2, и в ОЗУ указанной ЭВМ должны разместиться как данные, так и программа БПФ, то при четырехбайтовом представлении данных максимальная размерность массива в комплексной форме, для которого можно вычислить БПФ в СМ-4, равняется 4096.

Рассмотрим задачу построения алгоритма вычисления ДПФ в общем случае комплексного массива данных $f(n)$, $n = 0, 1, \dots, N_0 - 1$, по частям, последовательной специальной обработкой q массивов размерностью N ($N_0 = qN$), с применением набора операций ДПФ размерностью, меньшей (иногда существенно), чем N_0 , при ограничениях на объем ОЗУ.

Для нахождения ДПФ большой размерности с указанными ограничениями можно приспособить уже существующие алгоритмы. Так, для алгоритма вычисления коэффициентов ДПФ на основе ЗУМ-метода, реализованного аппаратно в спектроанализаторе 2033(2034) фирмы «Брюль и Кьер» [3], решение исходной основной задачи осуществляется с помощью расширения объема ОЗУ в q раз ($q = 10$, достигается путем установки дополнительных микросхем памяти) и вычисления набора ДПФ $\bar{g}_i(k)$ размерностью N для q специальным образом перегруппированных массивов f_i из исходных данных: $f_i(s) = f[q(s-1) + i]$, $s = 0, 1, \dots, N-1$, $i = 0, 1, \dots, q-1$, с последующим умножением на весовые функции с суммированием

$$\bar{g}_i(k) = \sum_{s=0}^{N-1} f_i(s) \exp(-j2\pi ks/N), \quad g(k) = \sum_{i=0}^{q-1} \bar{g}_i(k) \exp(j2\pi k(i-q)/Nq).$$

Справедливость этих соотношений для определения коэффициентов ДПФ размерностью N_0 легко проверить, умножив числитель и знаменатель экспоненты первой формулы на q с учетом способа формирования $f_i(s)$. Алгоритм ЗУМ-метода эффективен потому, что в спектроанализаторе [3] вводится расширение ОЗУ, допускающее быструю перегруппировку: формирование одного массива $f_i(s)$ требует данных от всех q массивов.

Однако непосредственное применение формул ЗУМ-метода для ОЗУ ограниченного объема потребует, очевидно, q^2 обращений к внешней памяти, что приведет к значительным временным потерям. Отметим, что время однократного обращения к внешней памяти (например, типа винчестеровский диск) t_{π} удовлетворяет соотношению $t_{\pi} > t_{\pi 3}$, где $t_{\pi 3}$ — время позиционирования головки на диск. Как правило, $t_{\pi 3} \approx 100$ мс, дополнительное время может оказаться достаточно большим.

Вычисление ДПФ для данной задачи на основе подходов, развитых в [4], где $N_0 = N_1, N_2, \dots, N_q$ является составным числом, путем прямого произведения матриц N_i -точечных ДПФ, требует (если проанализировать граф операции) либо хранения всех данных в ОЗУ одновременно, либо многократного обращения к долговременной памяти для записи и считывания промежуточных вычислений, что так же, как и для ЗУМ-метода, обуславливает дополнительные временные затраты, пропорциональные q^2 .

Рассмотрим возможность уменьшения суммарного времени обращения к внешней памяти при вычислении ДПФ большой размерности. Найдем коэффициенты $g(k)$ ДПФ исходного массива для номеров, удовлетворяющих неравенству $Nj \leq k \leq N(j-1) - 1$, $0 \leq j \leq q-1$ (часто на практике требуется знать не весь спектр в полном частотном диапазоне, а только некоторый участок спектра). Представим ДПФ в виде суммы нескольких частей и воспользуемся подстановкой, предложенной в [5]: сведем вычисление дискретной суммы к свертке и умножению на дискретную весовую функцию с ЛЧМ-модуляцией.

Дополнительно к [5] введем индексы i, j , позволяющие учесть вклад частей исходного массива размерностью N и с номерами i ($0 \leq i \leq q-1$) для участка ДПФ с номером j ($W^{N_0} = 1$):

$$g(k) = \sum_{i=0}^{q-1} g_i(k), \quad g_i(k) = \sum_{n=Ni}^{N(i+1)-1} f(n) W^{-nk},$$

$$g_i(k) = W^{\frac{1}{2}k^2} \sum_{n=Ni}^{N(i+1)-1} f(n) W^{-\frac{1}{2}n^2} W^{\frac{1}{2}(n-k)^2}.$$

Для этого сделаем замену индексов: $n = Ni + l$, $k = Nj + m$, $l, m = 0, 1, \dots, N-1$, и осуществим новую запись сомножителей для $g_i(k)$ с учетом изменений в индексах

ции. Произведем преобразования в показателях степени для W ; опустив промежуточные выкладки, получим выражения для новых переменных

$$z_{ij}(m) = W^{\frac{1}{2}(m^2 - 2Nim - 2NiNj)}, h_{ij}(l) = f(Ni + l) W^{-\frac{1}{2}(l^2 + 2Njl)}, y(l-m) = W^{\frac{1}{2}(l-m)^2}.$$

Тогда формула для коэффициентов Фурье принимает вид

$$g_i(Nj + m) = z_{ij}(m) \sum_{l=0}^{N-1} h_{ij}(l) y(l-m).$$

Выражение $x_{ij}(m) \sum_{l=0}^{N-1} h_{ij}(l) y(l-m)$ является сверткой. Видоизменим сомножители, чтобы сделать данную свертку круговой. Введем новые функции $\bar{h}(r), \bar{y}(r)$, воспользовавшись [5], с учетом симметрии $y(r-N)$ относительно N :

$$\bar{h}(r) = 0, \bar{y}(r) = y(r-N) \text{ для } r = 0, 1, \dots, N-1;$$

$$\bar{h}(r) = f(Ni + l) W^{-\frac{1}{2}(l^2 + 2Njl)}, \bar{y}(r) = y(r-N)$$

$$\text{для } r = N, N+1, \dots, 2N-1, l = r - N.$$

Продолжим периодически $\bar{h}(r), \bar{y}(r)$ с периодом $2N$. В этом случае

$$x_{ij}(m) = \bar{x}_{ij}(m) \text{ для } m = 0, 1, \dots, N-1; \bar{x}_{ij}(m) = \sum_{r=0}^{2N-1} \bar{h}(r) \bar{y}(r-m).$$

Соотношение для $\bar{x}_{ij}(m)$, как нетрудно убедиться, является круговой сверткой. Если $H(k) = F_{2N}\{\bar{h}(r)\}, Y(k) = F_{2N}\{\bar{y}(r)\}$ определяют ДПФ для $\bar{h}(r), \bar{y}(r), r = 0, 1, \dots, 2N-1$, и $X(k) = H(k)Y(k), k = 0, 1, \dots, 2N-1$, то $\bar{x}_{ij}(m) = F_{2N}^{-1}\{X(k)\}$ представляет собой обратное ДПФ для $X(k)$. Таким образом, как видно, последовательность из N коэффициентов ДПФ для массива $f(n), n = 0, 1, \dots, N-1$, вычисляется с помощью $(2q+1)$ операций ДПФ размерностью $2N$, $6qN$ операций комплексного

умножения ($2qN$ умножений на формирование $\bar{h}(r), 2qN$ умножений на вычисление $X(k) = H(k)Y(k)$ и по qN умножений на образование $z_{ij}(m)$ и получение окончательного результата). Пренебрегаем временем, занимаемым операциями комплексного сложения и некоторым малым временем, отводимым на первоначальное формирование $z(l), y(l)$. На рис. 1 представлена блок-схема, на которой пояснены основные процедуры предлагаемого алгоритма решения задачи.

Оценка времени t_N^* вычисления N коэффициентов ДПФ для массива данных размерностью Nq по рассматриваемому алгоритму определяется в виде $T_N^* = (2q+1) \times T_{2N} + 6qNt_y$, где t_y — время комплексного умножения; T_{2N} — время вычисления БПФ над массивом размерностью $2N$. Сравним эту оценку с оценкой времени T_{Nq} вычисления БПФ над массивом размерностью Nq . С использованием оценок из [6, с. 121] запишем $T_{Nq} = (Nq/2) \lg_2 Nt_y$, $T_{2N} = N \lg_2 2Nt_y$. Для $N = 512, q \leq 32-64$, как показывает анализ приведенных зависимостей, время вычисления N коэффициентов ДПФ массива размерностью Nq по предлагаемому алгоритму близко по времени выполнения БПФ для массива размерностью Nq . Мо-

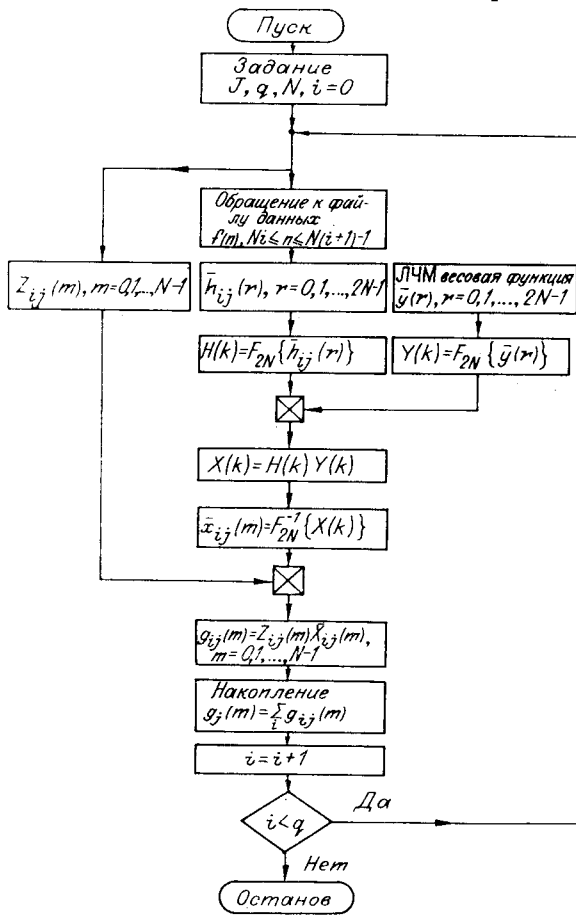


Рис. 1

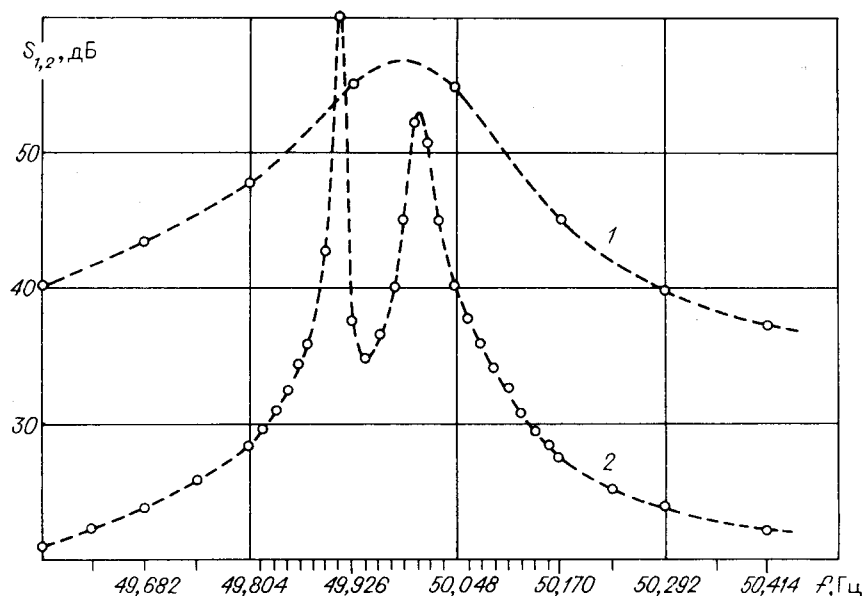


Рис. 2

делирование на СМ-4 данного алгоритма для значений параметров N , q , близких к указанным, подтвердило характер оценок временных затрат.

Работоспособность предлагаемого алгоритма была проверена на задаче разделения двух близких по частоте источников колебаний. Обработывалась модельная функция $f(n) = A_1 \cos(2\pi f_1 T n + \varphi_1) + A_2 \cos(2\pi f_2 T n + \varphi_2)$, $n = 0, 1, \dots$, с параметрами $A_1 = 1,0$, $A_2 = 0,8$, $f_1 = 49,91$ Гц, $f_2 = 50,01$ Гц, $T = 0,004$, $\varphi_1 = 0,5$, $\varphi_2 = 0,8$. Выбирались значения $N = 512$, $q_1 = 4$, $q_2 = 32$ и вычислялись с помощью выведенных формул нормированные коэффициенты ДПФ $S_p(f_k) = 20 \lg [A_p(k) 10^3 / N q_p]$, где $A_p(k) = \|g_p(k)\|$, частота $f_k = \Delta f_p k$ и дискретность спектра $\Delta f_p = (N T q_p)^{-1}$, $p = 1, 2$. Рассматривались участки спектра, близкие по частоте к f_1 и f_2 , номера коэффициентов ДПФ предполагались в соответствии с неравенствами $k_{1p} \leq k \leq k_{2p}$, $k_{1p} = k_{0p} - \Delta k$, $k_{2p} = k_{0p} + \Delta k$, $k_{0p} = \text{ent} [f_1 N T q_p]$, $\Delta k = 25$. Для заданной частоты f_1 значений q_1 , q_2 имеем $k_{01} = 408$, $k_{02} = 3270$.

На рис. 2 кривая 1 соединяет отдельные точки для ДПФ модельной функции при $q_1 = 4$; дискретность спектра составляет $\Delta f_1 = (N T q_1)^{-1} = 0,122$ Гц и оказывается недостаточной для разделения двух источников колебаний с $\Delta f = f_2 - f_1 = 0,1$ Гц. Кривая 2 соединяет точки спектра, вычисленного при $q_2 = 32$, с дискретностью $\Delta f_2 = (N T q_2)^{-1} = 0,0158$ Гц; при таких параметрах допустимо разделение частотных составляющих.

Данное предложение по сведению вычисления ДПФ для больших массивов к вычислению ДПФ от более коротких массивов и некоторым дополнительным операциям отличается по эффективности от возможных подходов, которые можно использовать: временные затраты разработанного алгоритма пропорциональны первой степени q . Структура алгоритма, вычисляющего коэффициенты ДПФ для больших массивов, обеспечивает удобства в реализации на ЭВМ типа «Электроника МТ-70», где групповые операции над массивами выполняются аппаратно и микропрограммно с высоким быстродействием.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Толстых Б. Л., Талов И. Л., Плотников В. В., Бондаревич Г. Г. Быстродействующий периферийный процессор «Электроника МТ-70» // Упр. сист. и маш.— 1983.— № 4.
2. Малые ЭВМ и их применение/Под общ. ред. Б. Н. Наумова.— М.: Статистика, 1980.
3. Электронная аппаратура: Каталог фирмы «Брюль и Кьер».— Дания, 1985/86.
4. Макклелан Дж. Г., Рейдер Ч. Применение теории чисел в цифровой обработке сигналов.— М.: Радио и связь, 1983.
5. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов.— М.: Мир, 1978.
6. Введение в цифровую фильтрацию/Под ред: Р. Богнера, А. Константидиниса.— М.: Мир, 1976.

Поступило в редакцию 19 сентября 1986 г.