20—40 В. Время переключения РМС 20—30 мкс (в мембранных модуляторах 0,1—1 мкс).

Выбор соответствующих конструктивных и электромеханических параметров РМС и управляющих сигналов изменяет в широких пределах профиль рельефа свободной поверхности эластомера (в расчете получены плоские площадки, параболический и синусоидальный профили и др.). Эластомерные слои при соответствующей технологии изготовления имеют высокое оптическое качество и широкий спектральный диапазон. По сравнению с мембранными модуляторами света РМС с эластомерным слоем могут найти более широкое применение для создания аналоговых управляемых фазовых корректоров, фазовых фильтров, киноформных оптических элементов. РМС можно применять для отображения телевизионной информации [4], вывода информации из ЭВМ, регистрации информации на светочувствительных носителях с высокой плотностью записи [5]. В таких рельефографических устройствах для визуализации рельефной фазовой записи используются цилиндрические шлирен-проекторы [6].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Гущо Ю. П.** Фазовая рельефография.— М.: Энергия, 1974.
2. **Алехин В. А., Гаврилов В. Н., Гусев В. В. и др.** Сенситометрические и частотные характеристики записи сигналов на гелеобразных деформируемых слоях и способы их измерения // ЖНиПФиК.— 1981.— № 5.
3. **Васильев А. А., Касасент Д., Компанец И. Н., Парфенов А. В.** Пространственные модуляторы света.— М.: Радио и связь, 1987.
4. **Гущо Ю. П., Алехин В. А., Левицкая Е. А.** Рельефографическое проекционное устройство воспроизведения ТВ-сигналов // Техника кино и телевидения.— 1983.— № 11.
5. **А. с. 959031 СССР.** Рельефографическое устройство для записи информации на светочувствительном оконечном носителе/В. А. Алехин, Ю. П. Гущо.— Опубл. 15.09.82. Бюл. № 34.
6. **Алехин В. А., Гущо Ю. П.** Расчет оптических параметров цилиндрического шлирен-проектора // Опт.-мех. пром-сть.— 1985.— № 7.

Поступила в редакцию 17 мая 1988 г.

УДК 62.50

А. А. ВОЕВОДА, В. А. ЖМУДЬ

(Новосибирск)

ОПТИМИЗАЦИЯ ДИНАМИКИ КОНТУРА ТЕРМОСТАБИЛИЗАЦИИ ПОЛУПРОВОДНИКОВОГО ЛАЗЕРА. РАЗВИТИЕ МЕТОДА ЛОКАЛИЗАЦИИ

Введение. Развитие оптических информационных технологий требует создания прецизионных систем автоматического регулирования таких, как устройства автофокусировки, слежения за дорожкой, управления приводами, термостатирования активной среды оптических излучателей и т. д. В ряде случаев объект описывается нестационарными нелинейными дифференциальными уравнениями. Например, при решении задачи термостабилизации полупроводникового лазера следует учесть нелинейность характеристики микрохолодильника и зависимость ее от температуры окружающей среды. Температура измеряется с помощью реального датчика, описываемого уравнением первого порядка, т. е. вектор состояния объекта лишь частично доступен измерению.

© 1990 Воевода А. А., Жмудь В. А.

Управление нелинейными и нестационарными объектами при неполной информации об объекте может быть осуществлено по методу локализации [1]. Для объекта, модель поведения которого имеет вид

$$x^{(n)} = f(t, x, \ldots, x^{(n-1)}) + b(t, x, \ldots, x^{(n-1)})u,$$

где $x, x^{(1)}, \ldots, x^{(i)}$ — выходная величина и ее i-е производные (вектор $(x, x^{(1)}, \ldots, x^{(n)})$ называют вектором состояния системы); u — скалярное управление, метод локализации [2] предлагает регулятор вида $u = K[F(x, x^{(1)}, \ldots, x^{(n-1)}, v) - x^{(n)}]$, обеспечивающий желаемые динамические свойства системы, задаваемые в виде дифференциального уравнения

$$x^{(n)} = F(x, x^{(1)}, \ldots, x^{(n-1)}, v).$$

Здесь $v(t)$ — задающее воздействие. При этом динамические свойства синтезированной системы описываются уравнением того же порядка, что и объект.

В данной работе рассматривается задача синтеза системы управления при полной, а также при неполной информации о векторе состояния объекта управления. Динамические свойства спроектированной системы в первом приближении описываются линейным дифференциальным уравнением, особенностью которого является наличие двух групп корней. Одна группа имеет большие значения по модулю, и ей соответствуют быстрые движения (моды) системы. Если удовлетворить требованию расположения этих корней в заданном секторе в левой полуплоскости комплексной плоскости, то эти корни (моды) окажут малые влияния на переходные процессы системы на его начальном участке. Динамические свойства системы в основном определяет вторая группа корней, задаваемых при выборе регулятора. Число корней этой группы (порядок дифференциального уравнения) может быть как меньше порядка уравнения, описывающего объект (назовем это «понижением» порядка), так и больше («повышение» порядка).

Рассматриваем лишь линейные объекты с неточно заданными параметрами или с параметрами, меняющимися во времени, но достаточно медленно. Реализация регуляторов по данным алгоритмам показала работоспособность их и для некоторых нелинейных объектов. Далее в статье используется операторная форма записи, однако без ограничения общности оператор p можно трактовать как символическое обозначение дифференцирования $p^n x(t) = \frac{d^n}{dt^n} x(t)$.

Регулятор, «повышающий» порядок системы. Пусть объект описывается уравнением

$$\sum_{j=0}^{n} a_i p^i X = bU. \tag{1}$$

Здесь $X(p) = L[x(t)]$, $U(p) = L[u(t)]$ — преобразования Лапласа — Карлсона от состояния и управления. Уравнение (1) можно трактовать как символическую запись дифференциального уравнения, если перейти к обратным преобразованиям:

$$\sum_{i=0}^{n} a_i x^{(i)} = bu.$$

Для объекта (1) предлагается регулятор

$$U(p) = K\left(V(p) - \sum_{i=0}^{n-1} c_i p^i X(p)\right) \Big/ \left(\sum_{i=0}^{m} c_{n+i} p^i\right) - K p^n X(p). \tag{2}$$

Лемма 1. Характеристический полином системы (1), (2) при увеличении K сколь угодно точно описывается выражением

$$N_1(p) = \sum_{i=0}^{n+m} c_i p^i. \tag{3}$$

Доказательство. Подстановка (2) в (1) дает

$$\left(\sum_{i=0}^{n} a_i p^i X\right)\left(\sum_{i=0}^{m} c_{n+i} p^i\right)\Big/(bK) = \left(V - \sum_{i=0}^{n-1} c_i p^i X\right) - p^n X \sum_{i=0}^{m} c_{n+i} p^i.$$

Увеличение K уменьшает сколь угодно левую часть этого уравнения в сравнении с правой. Поскольку $c_{n+m} \neq 0$, порядок правой части не ниже порядка левой части, поэтому при $K \to \infty$ получаем (3), т. е. объект имеет желаемый характеристический полином.

Рассмотрим случай, когда доступен измерению только выходной сигнал x. Предлагается регулятор вида

$$U = K\left(V - \sum_{i=0}^{m} c_i p^i X\right)\Big/ D(p), \tag{4}$$

$$D(p) = \sum_{i=2}^{n} \alpha_i \mu^{i-1} p^{m-n+i} + \sum_{i=0}^{m-n+1} \beta_i p^i. \tag{5}$$

Здесь $m > n$, $\mu = 1/(bK)$.

Лемма 2. Характеристический полином системы (1), (4), (5) при увеличении K сколь угодно точно описывается выражением

$$N_2(p) = \sum_{i=1}^{n} (bK)^{-i} \alpha_i p^{m+i} + \sum_{i=0}^{m} c_i p^i \triangleq \sum_{i=0}^{n+m} k_i p^i. \tag{6}$$

Доказательство. Подстановка (4) и (5) в (1) дает

$$\frac{1}{Kb} \sum_{i=0}^{n} a_i p^i X \left(\sum_{j=2}^{n} \alpha_j \mu^{j-1} p^{m-n+j} + \sum_{j=0}^{m-n+1} \beta_j p^j\right) = V - \sum_{i=0}^{m} c_i p^i X.$$

Раскрывая скобки, получим

$$\frac{X}{Kb} \sum_{i=0}^{n} a_i p^i \sum_{j=2}^{n} \mu^{j-1} \alpha_j p^{m-n+j} + \frac{1}{Kb} \sum_{i=0}^{n} a_i p^i X \sum_{j=0}^{m-n+1} \beta_j p^j = V - \sum_{i=0}^{m} c_i p_i X. \tag{7}$$

При увеличении K члены, содержащие множитель $\mu = 1/(Kb)$, обращаются в сколь угодно малые величины по сравнению с подобными им членами, не содержащими μ. Члены, содержащие p в степени $m+1$ и выше, не имеют себе подобных, свободных от множителя μ, поэтому они оказывают существенное влияние на корни характеристического уравнения (7). С учетом изложенного при $K \to \infty$ корни уравнения (7) сколь угодно приближаются к корням уравнения

$$X\mu \sum_{j=2}^{n} a_n p^n \mu^{j-1} \alpha_j p^{m-n+j} + \mu a_n p^n X \beta_{m-n+1} p^{m-n+1} = V - \sum_{i=0}^{m} c_i p^i X.$$

Учитывая, что $a_n = 1$, получим

$$\sum_{j=0}^{n-1} p^{m+j+1} \mu^{j+1} \alpha_j X + \sum_{i=0}^{m} c_i p^i X = V. \tag{8}$$

Характеристический полином уравнения (8) имеет вид (6) с точностью до индексации $i = j + 1$. Лемма доказана.

Поясним физический смысл уравнения (6). При достаточно малом μ (большом K) уравнение (6) имеет две группы корней. Одна группа принимает большие значения по модулю и при $\mu \to 0$ устремляется в бесконечность, другая определяется полиномом $N(p) = \sum_{i=0}^{m} c_i p^i$. Большим корням соответствуют «быстрые» движения (моды). Если обеспечить их быстрое затухание, то задача будет решена. Потребуем, например, чтобы корни полинома (6) лежали в левой полуплоскости в секторе $\pm 60°$ около вещественной оси. Можно воспользоваться параметрами Эйлера [3]:

$$\delta_i = k_i^2/(k_{i-1} k_{i+1}),$$

где k_i — коэффициенты полинома (6). Для того чтобы корни полинома лежали в требуемом секторе, достаточно выполнения условия $\delta_i \geqslant 2$ для $i=2, \ldots, n+m$ [4]. Это обеспечивается, если

$$c_i^2/(c_{i-1}c_{i+1}) \geqslant 2, \ i=1, \ \ldots, \ m-1; \tag{9}$$

$$\alpha_j^2/(\alpha_{j-1}\alpha_{j+1}) \geqslant 2, \ j=2, \ \ldots, \ n-1; \tag{10}$$

$$c_m^2/(c_{m-1}\alpha_1\mu) \geqslant 2, \ \alpha_1/(\alpha_2 c_m) \geqslant 2. \tag{10'}$$

Получаем независимые сходные по форме системы ограничений для α_i и c_i. Для простоты можно брать точное равенство в (9) и (10), решение искать в виде $c_i = 2^{l(i)}$, $i=1, \ldots, m-1$. При этом, полагая $l(1)=0$ и учитывая, что $l(i)=l(m-i)$, можно получить следующие значения:

$m=3$: $c_i = 1, \sqrt{2}, 1$;

$m=4$: $c_i = 1, 2, 2, 1$;

$m=5$: $c_i = 1, 4, 8, 4, 1$;

$m=6$: $c_i = 1, 4, 8, 8, 4, 1$;

$m=7$: $c_i = 1, 4, 32, 64, 32$ $4, 1$ и т. д.

Коэффициенты α_j вычисляются аналогично. Коэффициенты в (5) могут иметь любые конечные положительные значения и выбираются из условий физической реализуемости регулятора (5), (6) и, возможно, из условия устойчивости регулятора.

Регулятор, «понижающий» порядок системы. Для объекта (1) при полностью измеряемом векторе состояний организуем регулятор в виде

$$U = K^{n-m}\left(V - \sum_{i=1}^{n-m-1} \alpha_i K^{-i} p^{m+i} X - \sum_{i=0}^{m} c_i p^i X\right)\Big/ b, \tag{11}$$

где $n \geqslant m+1$.

Лемма 3. Характеристический полином системы (1), (11) при увеличении K сколь угодно точно описывается выражением

$$N_3(p) = \sum_{i=1}^{n-m} \alpha_i K^{-i} p^{m+i} + \sum_{i=0}^{m} c_i p^i. \tag{12}$$

Доказательство. Подстановка (11) в (1) дает

$$K^{m-n} \sum_{i=0}^{n} a_i p^i X = V - \sum_{i=1}^{n-m-1} \alpha_i K^{-i} p^{m+i} X - \sum_{i=0}^{m} c_i p^i X. \tag{13}$$

Учитывая, что $K^{m-n} \ll K^{-i}$ для $i=1, 2, \ldots, n-m-1$ и $K^{m-n} \ll c_j$ для $j=0, \ldots, m$, можно пренебречь левой частью уравнения (13) в сравнении с правой. В пределе получаем уравнение системы

$$\sum_{i=1}^{n-m} \alpha_i K^{-i} p^{m+i} X + \sum_{i=0}^{m} c_i p^i X = V$$

с характеристическим полиномом (12).

Следствие 1. Для $m=n-1$ и регулятора вида

$$U = K\left(V - \sum_{i=0}^{n-1} c_i p^i X\right) b$$

характеристический полином имеет вид

$$N(p) = \mu p^n + \sum_{i=0}^{n-1} c_i p^i.$$

Рассмотрим случай, когда доступен измерению только выходной сигнал x.

Лемма 4. Для объекта (1) и регулятора

$$U = K^{n-m} b^{-1} \left(V - \sum_{i=1}^{n-m-1} \alpha_i K^{-i} p^{m+i} X - \sum_{i=0}^{m} c_i p^i X \right) D^{-1}(p); \tag{14}$$

$$N_4(p) = \sum_{i=1} \alpha_i K^{-i} p^{m+i} + \sum_{i=1} c_i p^i. \tag{15}$$

Доказательство. Подставив (14) в (1), получим

$$K^{m-n} \sum_{i=0}^{n} a_i p^i X \left(\sum_{j=0}^{n-1} \alpha_{n-m+j} K^{-j} p^j \right) = - \sum_{i=1}^{n-m-1} \alpha_i K^{-i} p^{m+i} X - \sum_{i=0}^{m} c_i p^i X + V.$$

Члены в левой части, содержащие p в степени не более $n-1$, при увеличении K пренебрежимо малы в сравнении с подобными им членами в правой части. Члены более высокого порядка объединим по степеням p и выделим из них члены, содержащие множитель $1/K$ в наименьшей степени. Вклад остальных членов с увеличением K сколь угодно уменьшается. Уравнение системы в предельном случае имеет вид

$$\sum_{i=1}^{2n-m-1} \alpha_i K^{-i} p^{m+i} X + \sum_{i=1}^{m} c_i p^i X = V$$

с характеристическим полиномом вида (15).

Следствие 2. Для регулятора

$$U = K b^{-1} D^{-1}(p) \left(- \sum_{i=0}^{n-1} c_i p^i X + V \right) \tag{16}$$

характеристический полином системы (1), (16) имеет вид

$$N(p) = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i K^{-i} p^{n+i-1} - \sum_{i=1}^{n-1} c_i p^i.$$

Для случая $m = n - 1$, рассмотренного в следствиях 1 и 2, динамические свойства системы описываются характеристическим полиномом с коэффициентами c_i, что совпадает с результатами, приведенными в [2].

ВЫВОДЫ

В данной работе предложено развитие метода локализации, сформулированного в [2]. Предлагаемый набор регуляторов позволяет управлять объектами, параметры которых известны недостаточно точно или медленно меняются во времени, и приблизить их динамические свойства сколь угодно точно к динамическим свойствам линейных стационарных объектов, порядок которых может быть как выше, так и ниже порядка объекта. На практике не требуется чрезмерно больших значений коэффициента K. Поскольку в подавляющем большинстве случаев коэффициенты уравнения объекта (1) меняются не более чем на порядок, для получения хорошего приближения (около 5 %) к линейной модели достаточно значения $K = 5 - 20$.

На двух примерах рассмотрим синтез регуляторов, обеспечивающих желаемые динамические свойства системы, порядок которой повышается или понижается в сравнении с порядком объекта. В обоих случаях считаем доступным измерению лишь выходной сигнал x.

Пример 1. Для объекта

$$x^{(3)} + a_2 x^{(2)} + a_1 x^{(1)} + a_0 x = u$$

следует синтезировать регулятор такого вида, чтобы динамические свойства системы в первом приближении описывались уравнением $c_1x^{(1)} + x = v$.

Воспользуемся леммой 4. Здесь $n = 3$, $m = 1$. Уравнение регулятора имеет вид

$$U = K^2b^{-1}\left(-\frac{K^{-1}p^2 + c_1p + 1}{K^{-2}p^2 + 2K^{-1}p + 2}X + \frac{V}{K^{-2}p^2 + 2K^{-1}p + 2}\right).$$

Характеристический полином системы согласно (15) равен

$$N(p) = K^{-4}p^5 + 2K^{-3}p^4 + 2K^{-2}p^3 + K^{-1}p^2 + c_1p + 1.$$

Здесь $\alpha_1 = \alpha_4 = 1$, $\alpha_2 = \alpha_3 = 2$. Динамические свойства данной системы описываются характеристическим полиномом $N(p)$ тем точнее, чем больше значение K. Особенность состоит в том, что можно выделить быстрые и медленные движения, соответствующие большим и малым корням. Быстрые движения оказывают незначительное влияние на выходной сигнал, так что в первом приближении свойства полученной системы описываются заданным дифференциальным уравнением первого порядка.

Пример 2. Рассмотрим систему термостабилизации полупроводникового лазера [5]. Стабилизация температуры осуществляется с помощью микрохолодильника на основе элемента Пельтье, уравнение которого имеет вид

$$t^\circ + T_1\frac{dt^\circ}{dt} = K_1i, \tag{17}$$

где i, T_1, K_1 — ток, постоянная времени и коэффициент преобразования микрохолодильника; t° — приращение температуры рабочей грани.

Имеет место ограничение

$$i \leqslant i_{max} = 2{,}6A. \tag{18}$$

Температура t° измеряется с помощью термистора, включенного по мостовой схеме. Уравнение моста:

$$\Delta\varphi + T_2\frac{d(\Delta\varphi)}{dt} = K_2t^\circ. \tag{19}$$

Здесь $\Delta\varphi$, T_2, K_2 — выходное напряжение, постоянная времени и коэффициент преобразования термистора. Характерной особенностью устройства термостабилизации является зависимость параметров K_1 и T_1 от тока управления, температуры окружающей среды и мощности лазерного излучателя. Это объясняется тем, что хладопроизводительность микрохолодильника определяется как разность между отводимой и собственной рассеиваемой мощностями. Первая линейно зависит от тока, а вторая — квадратично. Если предписываемая температура выше температуры окружающей среды, то микрохолодильник работает как нагреватель и эти мощности складываются.

В [5] предлагается регулятор вида

$$I(p) = \frac{K}{1 + Tp}[V(p) - \Delta\varphi(p)]$$

с ограничителем тока согласно (18), причем $T \approx 2{,}3$ с$^{-1}$, что на порядок меньше, чем T_1 и T_2, а коэффициент усиления $KK_1K_2 \gg 100$, поэтому характеристика регулятора близка к релейной. Недостатком такого регулятора является колебательный установившийся режим, который, несмотря на фильтрующие свойства микрохолодильника, ухудшает стабильность излучения.

В работе [6] для указанной системы предлагается пропорционально-интегральный регулятор вида

$$I(p) = \frac{K(1 + Tp)}{p}[V(p) - \Delta\varphi(p)],$$

где K, T — параметры регулятора, подбираемые эмпирически. Очевидно, быстродействие должно быть определено из условия устойчивости при всех возможных значениях постоянной времени T.

Согласно предложенному в данной статье методу, можно рассчитать регулятор, обеспечивающий линейность и стационарность системы с желаемыми динамическими свойствами. Пусть уравнение, описывающее желаемые динамические свойства для переменной t°, имеет вид

$$T_d^2 \frac{d^2 t^\circ}{dt^2} + 2\xi T_d \frac{dt^\circ}{dt} + t^\circ = v, \tag{20}$$

где v — задание; ξ — коэффициент затухания; T_d — желаемое быстродействие.

Если положить $\xi = \sqrt{2}/2$, то длительность переходного процесса равна трем T_d, а перерегулирование не превышает 5 %. Такие системы в технике автоматического управления считаются наиболее предпочтительными [7]. Для того чтобы получить уравнение желаемой динамики как функцию состояния $x = \Delta\varphi$, дважды продифференцируем уравнение (19) и определим из него величину t° и ее производные, подстановка которых в (23) дает:

$$T_d^2 T_2 x^{(3)} + (T_d^2 + 2\xi T_d T_2) x^{(2)} + (2\xi T_d + T_2) x^{(1)} + x = K_2 v.$$

Воспользуемся соотношениями (4), (5). Здесь $n = 2$, $m = 3$. Значение m определяется двумя уравнениями, так как желаемые динамические свойства для переменной t° описываются уравнением 2-го порядка (20) и уравнение датчика (19) имеет 1-й порядок. Характеристический полином для этого случая равен

$$N(p) = \mu^2 p^5 + \mu p^4 + Cp^3 + Bp^2 + Ap + 1,$$

где $\mu = 1/(KK_2)$; $C = T_d^2 T_2$; $B = T_d(T_d + 2\xi T_2)$; $A = 2\xi T_d + T_2$.

Уравнение регулятора:

$$I(p) = K\left[-\frac{Cp^3 + Bp^2 + Ap + 1}{K^{-1}K_2^{-1}p^3 + 2p^2 + 2p + 1} X(p) + \frac{1}{K^{-1}K_2^{-1}p^3 + 2p^2 + 2p + 1} V(p)\right]. \tag{21}$$

Коэффициенты $\alpha_1 = \alpha_4 = 1$, $\alpha_2 = \alpha_3 = 2$ в знаменателе выбраны из условия расположения полюсов регулятора в секторе $\pm 60^\circ$ в левой полуплоскости. Коэффициенты A, B, C должны удовлетворять условиям $B^2/(AC) \geqslant 2$, $A^2/B \geqslant 2$. Эти неравенства выполняются, если

$$T_d \geqslant 0{,}9 (T_2)_{\max} \tag{22}$$

с учетом значения $\xi = \sqrt{2}/2$.

Таким образом, максимальное быстродействие системы ограничено снизу величиной быстродействия термистора T_2. Это справедливо лишь для небольших отклонений, при которых выполняется ограничение (18). В случае, если $X(p)$, $V(p)$ таковы, что значение i в регуляторе (21) превышает $i_{\max}$, следует ограничить управляющий ток в соответствии с (18). Поэтому быстродействие по большим отклонениям определяется свойствами самого микрохолодильника, а именно величиной T_1. Данное физическое ограничение существенно влияет лишь при отработке начального рассогласования и при быстрых (по сравнению с T_1) изменениях задания v. В том случае, когда требуется стабилизация температуры, т. е. $v \approx \mathrm{const}$, ограничение (18) сказывается только в момент включения, а в установившемся режиме стабилизации объект регулирования ведет себя как линейный и стационарный с требуемыми динамическими свойствами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Востриков А. С.** Принцип локализации в задаче синтеза систем автоматического управления // Изв. вузов. Сер. Приборостроение.— 1988.— № 2.
2. **Востриков А. С.** Управление динамическими объектами.— Новосибирск: НЭТИ, 1979.
3. **Соболев О. К.** Выбор обобщенных параметров при исследовании устойчивости линейных систем // Техн. кибернетика.— 1970.— № 5.
4. **Липатов А. В.** О параметрах, характеризующих качество линейной системы // Тр. МАИ.— 1972.— Вып. 240.
5. **Жмудь А., Дуб А., Матыко Ю., Морозова Г.** Миниатюрные лазерные излучатели ИЛПН // Радио.— 1986.— № 11.
6. **Белоусов П. Я., Дубнищев Ю. Н., Меледин В. Г.** Полупроводниковый лазерный излучатель для доплеровской анемометрии.— Новосибирск, 1987.— (Препр./ИАиЭ СО АН СССР; 357).
7. **Красовский А. А., Поспелов Г. С.** Основы автоматики и технической кибернетики.— М.: Госэнергоиздат, 1962.

Поступила в редакцию 30 мая 1988 г.