

пороговый характер: до $\xi < 0,6$ торосы мало влияют на погрешность измерений, а при $\xi > 0,7$ корреляционный ИТЛ практически теряет работоспособность. Это достаточно высокий показатель: другие способы радиолокационных измерений теряют работоспособность при значительно меньших значениях ξ [5].

В заключение отметим, что изложенный корреляционный метод был использован для обработки реальных сигналов, записанных во время испытательных полетов в Арктике. Испытана и бортовая микроЭВМ, работающая в реальном времени. Оценки погрешностей измерения толщины морских льдов по данным имитационных и натуральных испытаний совпадают, и это лишний раз подтверждает, что на нынешнем этапе исследований метод цифрового имитационного моделирования радиолокационных ИТЛ находится вне конкуренции, поскольку позволяет оптимизировать параметры разрабатываемых автоматизированных ИТЛ по конечному результату — точности измерений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Богородский В. В., Боярский В. И., Оганесян А. Г. Автоматическая радиолокационная диагностика морских льдов и снежных покровов.— М.: Материалы семинара «Атмосфера — Океан — Космос»/Под рук. акад. Г. И. Марчука.— М., 1984.— (Препр./АН СССР. Отдел выч. математики; 78).
2. Богородский В. В., Боярский В. И., Оганесян А. Г. Повышение точности радиолокационных измерений толщины морского льда путем центральной обработки отраженных сигналов // Радиотехника и электроника.— 1985.— XXX, вып. 2.
3. Богородский В. В., Оганесян А. Г. Проникающая радиолокация морских льдов с цифровой обработкой сигналов.— Л.: Гидрометеиздат, 1987.
4. Богородский В. В., Оганесян А. Г. О погрешности методики летных испытаний радиолокационных измерителей толщины льда // ЖТФ.— 1985.— 55, вып. 9.
5. Богородский В. В., Оганесян А. Г. Автоматизация радиолокационного измерения толщины морских льдов // ЖТФ.— 1987.— 57, вып. 8.

Поступила в редакцию 27 января 1988 г.

УДК 681.3 : 57.087.3

Ю. Е. ЖУРАВЛЕВ, А. Я. ЛИПОВИЧ, А. Н. МАТЛАШОВ, А. М. ТАРАТОРИН
(Москва)

РАЗДЕЛЕНИЕ ИСТОЧНИКОВ В ДИНАМИЧЕСКИХ МАГНИТНЫХ КАРТАХ

Введение. Одной из наиболее важных отличительных особенностей методов, основанных на исследовании магнитных полей сердца и мозга человека, является принципиальная возможность трехмерной локализации источников поля [1, 2]. Для этого в выделенные моменты времени производятся измерения характеристик магнитного поля в узлах дискретной пространственной сетки. Анализ распределения магнитного поля чаще всего выполняется в рамках модели эквивалентного токового диполя (ЭТД). В [3, 4] было показано, что анализ временной последовательности мгновенных распределений напряженности поля, называемой в дальнейшем динамической магнитной картой (ДМК), дает основную информацию о динамике источников поля.

В предлагаемой работе описан метод решения обратной задачи определения динамики множественных токовых источников. Алгоритм основан на многомерной оптимизации с использованием пространственной и временной регуляризации. Приведены результаты обработки экспериментальных магнитных карт, полученные с помощью данного алгоритма.

О возможностях решения обратной задачи для статического и динамического распределений магнитного поля. В подавляющем большинстве работ, посвященных решению обратной задачи биомагнитных исследова-

ний, источник поля аппроксимируется эквивалентным токовым диполем. Выбор модели ЭТД обусловлен тем, что токовый диполь является хорошей моделью большинства источников, возникающих при работе сердца и мозга. Теоретические и экспериментальные исследования показывают, что такая модель применима в тех случаях, когда размер возбужденной области много меньше расстояния до плоскости измерения. Этому условию удовлетворяют некоторые фазы возбуждения сердца и, возможно, исследование вызванных откликов головного мозга [4, 5]. В последнее время разрабатываются методы, основанные на обращении распределения Био — Савара, в принципе позволяющие восстановить точное распределение токов. Однако, как показывают результаты моделирования [2], эти методы пока не дают возможности получить надежную оценку распределения токов и приводят к значительным ошибкам.

Решение обратной задачи в магнитометрических исследованиях осложнено в силу ряда причин. Во-первых, в регистрируемых распределениях поля неизбежен относительно высокий уровень пространственных и временных шумов. Эти шумы возникают из-за ограниченной чувствительности датчика, наличия внешних помех, неизбежной пространственной дискретизации, влияния вторичных токов, временной нестабильности источника поля для случая синхронного накопления (например, при исследовании вызванных ответов мозга). Во-вторых, суммарное магнитное поле может создаваться несколькими токовыми источниками (одновременное возбуждение различных участков коры головного мозга, сосуществование нескольких фронтов возбуждения на сердце и т. д.).

В подавляющем большинстве работ, посвященных исследованию магнитных полей сердца и мозга, рассматриваются статические распределения магнитного поля для некоторого фиксированного момента времени. Простейшая обратная задача для статического распределения магнитного поля может быть поставлена следующим образом: найти параметры ЭТД, исходя из распределения магнитного поля $B(x, y)$. В дальнейшем будем рассматривать только измерение нормальной компоненты магнитного поля. В этом случае ЭТД полностью описывается пятью параметрами: его координатами, амплитудой и ориентацией. Если же распределение $B(x, y)$ не зашумлено, решение обратной задачи тривиально: достаточно найти координаты экстремумов поля ЭТД и их амплитуду. И наконец, когда распределение поля зашумлено и искажено, необходимо решать оптимизационную задачу. Пусть X — вектор параметров ЭТД, а $D(x, y)$ — поле от него. Тогда наилучшая оценка вектора параметров может быть получена минимизацией выражения

$$\min_x \|B(x, y) - D(x, y)\|. \quad (1)$$

Точность пространственной локализации ЭТД в реальном эксперименте при использовании пространственной сетки с шагом 2 см обычно не превышает 5 мм.

Аналогичный подход может быть использован и в случае, когда суммарное поле создается несколькими токовыми источниками. Если полное число источников известно и равно N , оптимизационная задача записывается следующим образом:

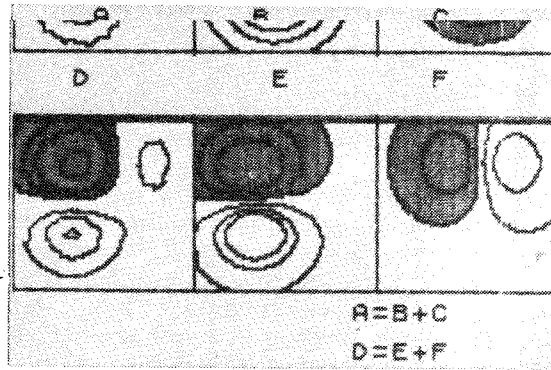
$$\min_{x_1, \dots, x_N} \left\| B(x, y) - \sum_{k=1}^N D_k(x, y) \right\|. \quad (2)$$

Когда число источников неизвестно, единственным разумным подходом является описание поля минимально возможным их числом:

$$\min_N \min_{x_1, \dots, x_N} \left\| B(x, y) - \sum_{k=1}^N D_k(x, y) \right\|. \quad (3)$$

Если данные $B(x, y)$ не искажены, задачи (2) и (3) имеют единственное решение. При наличии шума в исходных данных существует значительная область неопределенности решения для задачи (2) и еще

Рис. 1. Пример решения обратной задачи (3): одна и та же пространственная структура может быть приближена различными наборами ЭТД с различными параметрами. На рис. 1 приведен пример такой ситуации. Здесь и далее принят следующий способ представления результатов: каждый кадр изображения — условное отображение пространственного распределения магнитного поля. Участки отрицательной полярности заштрихованы, уровни поля показаны изолиниями, взятыми с равным шагом. Приведенные изображения получены с помощью системы цифровой обработки изображений. Формат каждого изображения 64×64 элемента. На рис. 1 были рассчитаны модельные распределения поля от суммы двух различных ЭТД. В результате получены практически идентичные суммарные распределения поля с разностным сигналом около 5% от их амплитуды. Это ограничение является принципиальным, и вряд ли удастся найти какой-либо общий регуляризирующий принцип, ограничивающий область неопределенности решения. Таким образом, решение обратной задачи для статического распределения поля без существенной дополнительной априорной информации не представляется возможным.



В качестве необходимой дополнительной информации о решении, однако, могут выступать данные, получаемые при анализе динамической магнитной карты. Дальнейший анализ основан на предположении, что в начальные моменты времени всегда можно найти ситуацию, в которой поле генерируется только одним токовым источником (начальные фазы возбуждения сердца и вызванного отклика мозга). Предлагаемый алгоритм может быть разбит на следующие этапы:

1. Определяем параметры ЭТД в выбранный момент времени t_1 . Переходим к следующему моменту времени, в качестве начального приближения используем вектор параметров $X(t_1)$, найденный на предыдущем шаге.

2. На каждом шаге анализируем динамику ошибки аппроксимации исходного распределения поля $e(t)$. Естественно ожидать, что для одного ЭТД эта ошибка приблизительно соответствует уровню шумов на карте. При появлении дополнительного токового источника функция $e(t)$ в течение нескольких последовательных временных шагов возрастает. Введя порог на допустимое возрастание ошибки аппроксимации, можно приблизительно определить момент возникновения дополнительной структуры в ДМК, отыскав точку начала возрастания $e(t)$. Пусть такая точка найдена и соответствует моменту времени t_2 .

3. Параметры исходного ЭТД не должны сильно измениться по сравнению с предыдущим моментом времени $t_2 - \Delta t$. Кроме того, в предположении гладкости временной динамики амплитуда возникающего дополнительного источника должна быть невелика. Таким образом, в момент времени t_2 необходимо решить задачу оптимизации с ограничениями

$$\min_{x_1, x_2} \| B(x, y, t_2) - D_1(x, y, t_2) - D_2(x, y, t_2) \| \quad (4)$$

при условиях

$$\|X_1(t_2) - X_1(t_2 - \Delta t)\| \leq \varepsilon; \quad A_2 \leq A_0,$$

где A_2 и A_0 — соответственно амплитуда второго ЭТД и некоторая максимально допустимая амплитуда возникающего диполя. Заметим, что не все задачи, связанные с одновременным возбуждением в момент времени t_0

Обеспечение устойчивости решения: временная и пространственная регуляризация и использование дополнительных ограничений. Задача определения параметров ЭТД по искаженным данным является одним из классических примеров некорректных задач оптимизации [6]. Одним из наиболее эффективных приемов обеспечения устойчивости подобных задач служит добавка к минимизируемому функционалу некоторой штрафной функции, отражающей, например, норму разности истинного и некоторого пробного решений задачи.

Самый очевидный прием такого рода — обеспечение гладкости решения во времени. Естественно ожидать, что перемещение источника в пространстве и изменение амплитуды являются гладкими функциями, и, следовательно, векторы параметров ЭТД в последовательные моменты времени близки друг к другу. Пусть минимизируемая норма разности между исходным распределением поля и суммой ЭТД равна Φ , векторы параметров ЭТД обозначим через X_1, \dots, X_N . Тогда устойчивость задачи во временной области может быть обеспечена следующим образом:

$$\min \left\{ \Phi + \alpha \sum_{k=1}^N \|X_k(t) - X_k(t - \Delta t)\| \right\}, \quad (5)$$

где α — параметр регуляризации. Увеличивая α , мы делаем решение более гладким во временной области.

При поиске решения в пространственной области можно также вводить дополнительные ограничения на параметры ЭТД. Например, координаты ЭТД могут лежать лишь во вполне определенных областях пространства (извилины коры мозга, различные отделы сердца и т. п.). Информация такого рода может быть также получена из модельных экспериментов. Предположим, что существуют некоторые желаемые векторы параметров ЭТД $X_1^0(t), \dots, X_N^0(t)$. Тогда регуляризация решения в пространственной области обеспечивается следующим образом:

$$\min \left\{ \Phi + \beta \sum_{k=1}^N \|X_k(t) - X_k^0(t)\| \right\}, \quad (6)$$

где β — параметр пространственной регуляризации.

Возможно также использование и более сложных дополнительных ограничений, например, допустимого времени существования тех или иных источников, их вероятных скоростей перемещения.

Кроме того, существует возможность учитывать информацию о среднем уровне шума в исходных данных. Уровень шума M можно определить, исходя из аппроксимации ДМК одним ЭТД в начальные моменты возбуждения. Величина M может быть использована при нахождении параметров α и β , которые необходимо выбирать максимальными для выполнения условия $e(t) \in M$. Кроме того, можно модифицировать задачу оптимизации:

$$\min \{ |\Phi - M| \}. \quad (7)$$

Формулировка задачи в форме (7) означает поиск наилучшего приближения исходной карты с учетом априорного знания об уровне шума.

В различных модельных ситуациях использовались сочетания (5) — (7). Был получен естественный результат: максимальное число ограничений позволяет наилучшим образом восстановить динамику источников.

Упрощенная процедура разделения неподвижных источников. В некоторых случаях, например при исследовании вызванных откликов мозга, источники поля могут предположительно рассматриваться как неподвижные. Естественно, что решение задачи оптимизации в такой ситуации ограничивается только поиском амплитуд парциальных ЭТД. В то же время данные о временной динамике источников могут быть использованы для значительно более упрощенной процедуры их разделения.

Описываемый метод основан на том, что динамика амплитуд положительного и отрицательного экстремумов каждого ЭТД в ДМК должна быть синхронной во времени. Предположим, что в начальные моменты возбуждения в ДМК найден единственный токовый диполь. Предлагаемый алгоритм разбивается на следующие этапы:

1. Найти зависимость от времени амплитуд положительного и отрицательного источников поля: $D_{\max}(t)$ и $D_{\min}(t)$. Дальнейший анализ основан на разностной функции $Z(t) = D_{\max}(t) - D_{\min}(t)$.

2. Если отклонение функции $Z(t)$ от нуля превышает уровень шума, естественно исходить из того, что разностный сигнал вызван дополнительной дипольной структурой, возникающей в ДМК. В предположении, что эта структура единственная, временная динамика функции $Z(t)$ должна совпадать с динамикой экстремумов дополнительного ЭТД с точностью до коэффициента, соответствующего расстоянию между экстремумами парциальных диполей.

3. Локализовать пространственно возникающую систему диполей можно, построив функциональную структуру синхронных областей изображения [7]. Для этого необходимо найти все точки изображения, динамика амплитуды которых синхронна с функцией $Z(t)$ в пределах выделенного временного интервала. Эти точки оконтуривают положение экстремума дополнительного ЭТД.

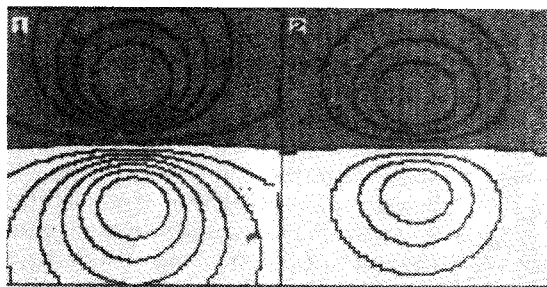
4. Восстановление неискаженной динамики исходного ЭТД по поведению его неискаженного экстремума. Далее подвергаем описанной процедуре новый токовый источник.

Обратим внимание на то, что этот алгоритм применим напрямую только в ситуации, когда динамику первого ЭТД возмущает только один источник и искажается только один пространственный экстремум исходного ЭТД. Такие ситуации были найдены в эксперименте. В более сложных случаях необходимо применять общий алгоритм, в который, однако, можно включить информацию о моментах рождения дополнительных структур, получаемую из анализа функции $Z(t)$.

Численная реализация. Одной из основных проблем при компьютерной реализации метода является выбор адекватного алгоритма оптимизации. Моделирование на ЭВМ показало, что при разделении нескольких ЭТД минимизируемый функционал имеет достаточно сложную структуру со множеством локальных экстремумов и «оврагов». В этом случае методы прямого спуска оказываются неэффективными и часто приводят к ложным решениям. Наибольшей эффективностью среди опробованных

Рис. 2. Влияние градиентметрических измерений на распределение поля ЭТД:

1 — модельное распределение поля,
2 — измеренное градиентметром второго порядка с базой 5 см



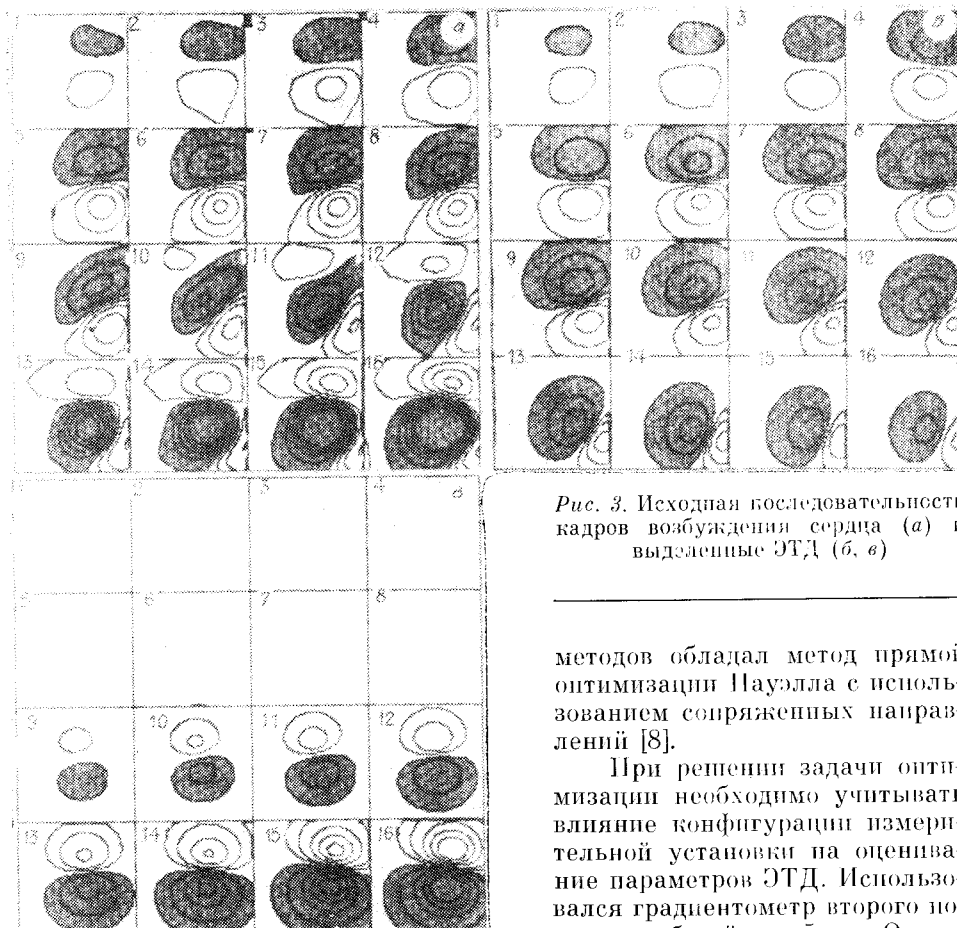


Рис. 3. Исходная последовательность кадров возбуждения сердца (а) и выделенные ЭТД (б, в)

методов обладал метод прямой оптимизации Пауэлла с использованием сопряженных направлений [8].

При решении задачи оптимизации необходимо учитывать влияние конфигурации измерительной установки на оценивание параметров ЭТД. Использовался градиентометр второго порядка с базой $a = 5$ см. Оказа-

лось, что для адекватного описания результатов измерений в модели ЭТД следует учитывать влияние всех измерительных катушек. Пусть поле модельного ЭТД $D(x, y, d)$, где x, y — пространственные координаты; d — глубина залегания источника. Это модельное распределение пересчитывалось с учетом градиентометрической системы следующим образом:

$$D^1(x, y, d) = D(x, y, d) - 2D(x, y, d + a) + D(x, y, d + 2a),$$

где a — база градиентометра. На рис. 2 показаны исходное распределение поля ЭТД и преобразованное согласно (7). Градиентометр действует на пространственное распределение поля как фильтр высоких пространственных частот. В результате измеряемое поле имеет меньшую амплитуду, чем рассчитанное по модели ЭТД, измененные положения экстремумов и его распределение в большей степени локализованы. Это обстоятельство следует учитывать при решении обратной задачи, так как при оценивании параметров ЭТД без учета градиентометрических измерений возникают значительные ошибки.

Решение задачи оптимизации производилось путем вычислений на сетках различного пространственного периода. Использовалась как исходная сетка измерений 6×6 точек, так и более частые сетки — от 8×8 до 12×12 точек, получаемые из интерполированной карты. В ряде случаев применение интерполированных данных повышало устойчивость процедуры поиска. Алгоритм был реализован на системе обработки изображений, параметры которой аналогичны типичным 16-разрядным персональным компьютерам. При этом среднее время разделения двух дипольных структур в одной карте составляло ~ 10 с. Значения параметров регуляризации варьировались от 0,1 до 0,3.

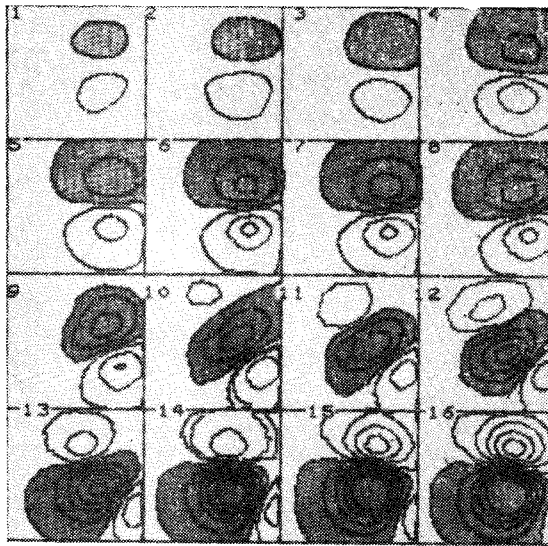


Рис. 4. Результат сложения карт показанных на рис. 3, б и в

проксимировать двумя ЭТД, показанными на рис. 3, б, в. На рис. 4 представлена сумма этих модельных диполей, практически эквивалентная распределению поля на рис. 3, а. Для более поздних моментов времени ДМК сердца не удастся описать в рамках модели нескольких ЭТД. Это,

Результаты. Описанные методы были применены к анализу результатов динамического магнитного картирования сердца и мозга человека. На рис. 3, а показана исходная последовательность из 16 кадров, снятых через 2 мс в начальный момент возбуждения QRS-комплекса сердца. Изолинии на кадрах построены с шагом, соответствующим 10 пТ. Начальные 8 кадров этой последовательности могут быть интерпретированы в рамках модели одного ЭТД, в последующие моменты времени распределение поля становится более сложным. В результате применения алгоритма разделения источников в ДМК эту последовательность удалось

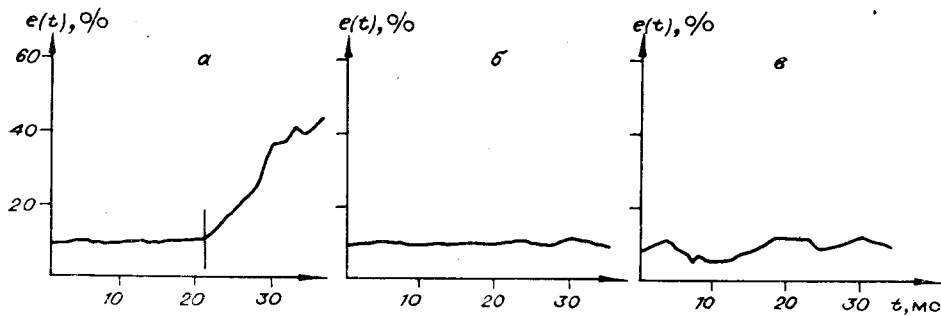


Рис. 5. Временная динамика ошибки аппроксимации: а — без учета влияния второго ЭТД, б — с учетом его влияния, в — аналогично б, но без учета уровня шума

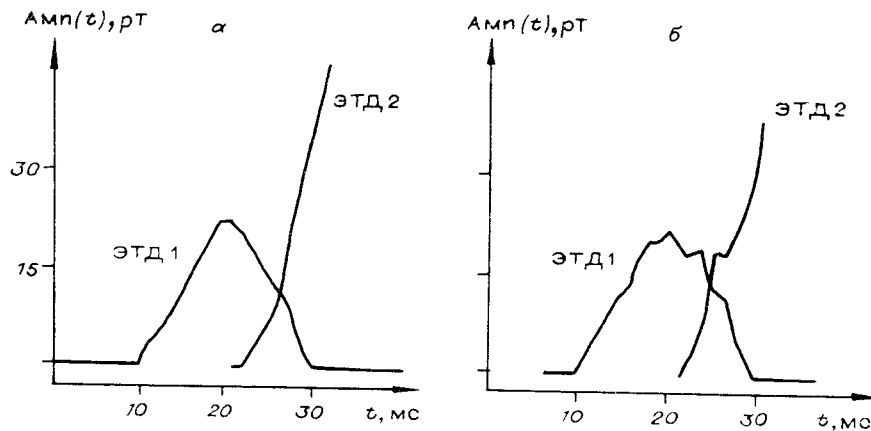
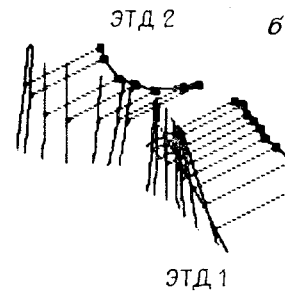
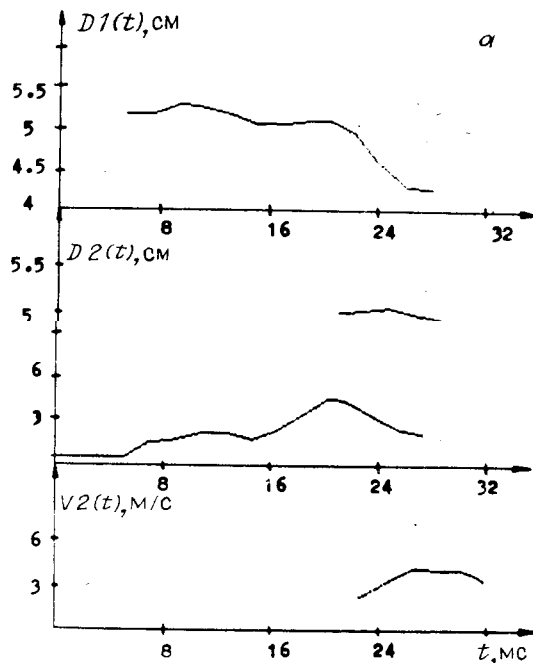


Рис. 6. Временная динамика амплитуд диполей: а — с регуляризацией, б — без регуляризации



по-видимому, связано с возрастающим сигналом вторичных токов и большими размерами возбужденной области.

На рис. 5, а приведена временная динамика ошибки аппроксимации без учета влияния второго ЭТД, а на рис. 5, б — с учетом возникновения дополнительного источника. На рис. 5, в показан график динамики ошибки ап-

проксимации для случая, в котором не учитывался средний уровень шума в ДМК, что вызвало значительное возрастание флуктуаций. Влияние временной регуляризации на качество решения иллюстрируется рис. 6. На рис. 6, а представлена динамика амплитуд первого и второго ЭТД с введением временной регуляризации согласно (5), а на рис. 6, б — без введения регуляризации. Динамика решения на рис. 6, а является значительно более гладкой. На рис. 7, а приведены рассчитанные параметры модельных ЭТД: динамика глубины залегания, скоростей распространения. На рис. 7, б даны траектории движения полученных ЭТД. При этом принят следующий способ представления данных: квадрат очерчивает границы поля измерения, точки, соединенные линиями, описывают траекторию движения диполя. Выходящие из точек параллельные отрезки прямых линий пропорциональны глубине залегания диполя в изометрии. Наконец, отрезки прямых линий переменной ориентации указывают ориентацию ЭТД для соответствующих точек траектории.

На рис. 8 и 9 приведен пример процедуры разделения неподвижных источников в ДМК вызванного отклика мозга на раздражение пальца руки электрическим током. На рис. 8 верхние 8 кадров сняты через 4 мс, начиная с 30 мс после стимуляции. Они показывают исходную ДМК, в которой присутствует переход от ЭТД, существующего на 30 мс, к ЭТД, четко возникающему на 58 мс после стимуляции. В действительности второй ЭТД начинает развиваться уже приблизительно с 30 мс, как показано на нижних 8 кадрах ДМК. Метод разделения иллюстрируется рис. 9, на котором приведена динамика экстремумов первой дипольной структуры и разностная кривая \mathcal{E} . Черным цветом на рис. 9 показана область точек, синхронных с разностной кривой и соответствующих отрицательному экстремуму второго ЭТД, искажающему динамику положительного экстремума исходного диполя.

Заключение. Предлагаемый метод позволяет извлекать из динами-

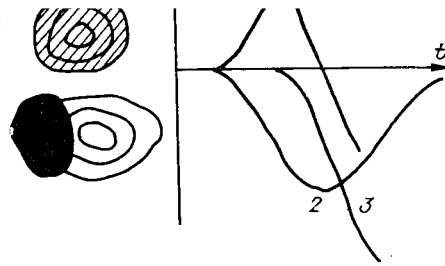
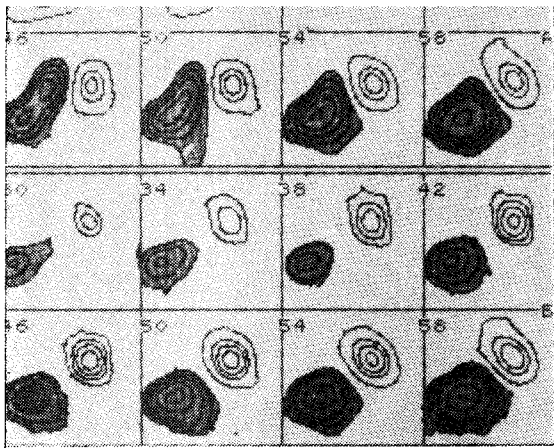


Рис. 9. Иллюстрация метода разделения источников, основанного на анализе синхронности

Рис. 8. Разделение источников в ДМК вызванного отклика

ческих магнитных карт сердца и мозга данные о динамике нескольких эквивалентных токовых диполей, генерирующих суммарное магнитное поле. Динамика параметров найденных ЭТД несет функциональную информацию об исследуемых процессах возбуждения и может быть использована в целях анализа процессов и медицинской диагностики. Основным недостатком данного подхода является использование модели токового диполя. В то же время динамический подход позволяет переформулировать и более сложные алгоритмы, восстанавливающие непрерывное пространственное распределение плотности токов [2]. В этой связи использование информации о динамике источников поля представляется перспективным подходом в решении рассматриваемого класса обратных задач.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Biomagnetism: An Interdisciplinary Approach.**— N. Y.: Plenum Press, 1982.
2. **Jeffs B., Leahy R., Singh M.** An evaluation of methods for neuromagnetic image reconstruction // *IEEE Trans. on Biomedical Eng.*— 1987.— 34, N 9.— P. 713.
3. **Матлашов А. П., Журавлев Ю. Е., Годик Э. Э. и др.** Динамическое картирование магнитных полей сердца человека // *ДАН СССР.*— 1986.— 286, № 2.
4. **Журавлев Ю. Е., Липович А. Я., Матлашов А. П. и др.** Динамическое картирование вызванных магнитных полей мозга человека // *ДАН СССР.*— 1987.— 296, № 1.
5. **Romani G. L., Leoni R.** Localization of cerebral sources by neuromagnetic measurements // *Proc. 5 World Conf. on Biomagnetism.*— Canada: Plenum Press, 1985.— P. 205.
6. **Тихонов А. П., Арсенин В. Я.** Методы решения некорректных задач.— М.: Наука, 1979.
7. **Тараторин А. М.** О методах определения функциональной структуры динамических биомедицинских изображений // *Автометрия.*— 1986.— № 3.
8. **Химмельблау Д.** Прикладное нелинейное программирование.— М.: Мир, 1972.

Поступила в редакцию 16 февраля 1988 г.

УДК 681.325 : 535

К. ВАСКЕЗ, К. ФЕРРЕИРА, Т. ШОПЛИК

(Варшава, Польша)

НЕЛИНЕЙНОЕ УГЛОВОЕ УВЕЛИЧЕНИЕ АНАМОРФОТНОГО ФУРЬЕ-СПЕКТРА

Введение. Анаморфотные оптические системы выполняют двумерное фурье-преобразование с разными масштабами спектра вдоль осей x и y [1]. Анаморфотные фурье-преобразователи (АФП) состоят из скрещен-