

3. Майстренко А. А., Машталир В. П., Пуятин Е. П. Алгоритмы анализа изображений при геометрических преобразованиях // Вычислительная математика и кибернетика.— Харьков: ХАИ, 1984.— Вып. 1.
4. Постников М. М. Группы и алгебры Ли.— М.: Наука, 1982.
5. Житомирский М. Я., Лискин В. Н., Майстренко А. А. и др. Метод построения функционалов, согласованных с геометрическими преобразованиями изображений // Автоматрия.— 1987.— № 2.

*Поступила в редакцию 22 января 1988 г.*

УДК 681.142 : 621.317

А. М. ДОРМАН

(Ленинград)

## МЕТОД РЕГИСТРАЦИИ ПРОСТРАНСТВЕННО-ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ИЗЛУЧЕНИЯ

**Введение.** Регистрация излучения лежит в основе спектрометрических методов исследований (электронных, оптических, ИК), технической диагностики, пеленгации и др. Помехи — фон и шум — существенно затрудняют регистрацию информативных параметров излучения. Наивысшее качество регистрации достижимо при использовании оптимальных методов. Однако проблема синтеза, включающая в себя задачи определения оптимальной структуры и управления системой регистрации, оказывается все еще полностью не решенной. Отсутствие полной ясности в постановке задачи синтеза, учитывающей разнообразные последствия ошибок регистрации (в полезных) априорной неопределенности о форме характеристического (полезного) сигнала (ХС), мешающего фона и влияния разнообразных искажений, затрудняет создание эффективных методов и систем. Так, анализ литературы указывает на сложность и нерешенность задачи одновременного синтеза структуры (передаточных функций) и управления (законов сканирования) [1—4]. В то же время отдельный синтез структуры и законов сканирования не позволяет в принципе достичь наивысшего качества регистрации.

Применительно к спектрометрии рассматриваемая задача синтеза не ставилась [5, 6], а широко распространенные модели случайного нормального фона [1, 2] часто неадекватны исследуемым процессам [7].

**1. Модель ХС, информативных параметров и помех.** В процессе регистрации происходит прием собственного или отраженного наблюдаемым объектом излучения, распределенного по пространственным (угловым)  $X, Y$  и энергетической (длина волны)  $E$  координатам. Далее принятая смесь ХС с фоном неизвестной формы и шумом обрабатывается с целью выделения информативных параметров.

Обычно в любой точке пространства  $(X, Y)$  ХС состоит из одного или нескольких пиков излучения, концентрирующихся в узких областях оси энергии, фон же представляет собой функцию, изменяющуюся достаточно медленно. Для оси энергии и соответствующей ей оси частот  $\omega_E$  признаки «концентрированности» и «медленности» ХС и фона являются дуальными. Такими свойствами ХС и фон могут обладать как по энергетической, так и по пространственным координатам. Дополнительная априорная информация позволяет, естественно, улучшить качество регистрации. Не нарушая общности, будем полагать, что признаки «концентрированности» и «медленности» для ХС и фона имеют место только по оси энергии, а по пространственным координатам они неотличимы.

При регистрации пространственно-энергетических распределений излучения обычно априорно известно расположение интересующих наблюдателя пиков ХС.

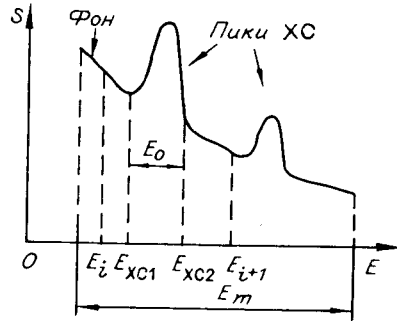


Рис. 1

Условие «концентрированности» для фона в частотной области можно трактовать как ограниченность полосы частот и максимальной скорости спада амплитудного спектра фона при  $\omega_E \rightarrow \infty$ .

Можно показать, что верхняя грань непредсказуемой компоненты фона минимальна, если скорость убывания огибающей амплитудного спектра базисных функций  $\psi_i$  не менее скорости убывания огибающей спектра фона. Это условие, а также требование  $\psi_i(E_i) = 1$  и  $\psi_i(E_j) = 0$  при  $i \neq j$  обуславливают выбор базиса  $\{\psi_i\}$ .

Важнейший класс составляют «энергетические» (линейные) параметры, которые образуются линейным преобразованием ХС. К информативным параметрам этого класса относятся площадь под пиком ХС, а также его высота и производная [8]. Так, например, в спектрометрии площадь под пиком ХС пропорциональна концентрации соответствующего вещества [8].

Если условия «концентрированности» и «медленности» являются достаточно сильными (в предельном случае это условия финитности), такими, что расстояния между узлами  $E_i$  не менее ширины  $E_0$  пика ХС (рис. 1), а непредсказуемая компонента фона достаточно мала, то возможно точное отделение ХС от фона и определение параметра  $\Pi = \Pi(X, Y)$ :

$$\Pi = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \dot{S}_k \dot{A}_k, \quad (1.2)$$

где  $\dot{S}_k = \dot{S}(k\Omega_m)$  — комплексная амплитуда  $k$ -гармоники регистрируемого излучения на частоте  $\omega_E = k\Omega_m$  в точке с координатами  $(X, Y)$ ;  $\Omega_m = 2\pi/E_m$ . Коэффициенты  $A_k$  задаются типом регистрируемого параметра (например, площадь), а также базисом  $\{\psi_i(E)\}$ .

Пусть регистрируется зависимость площади под пиком ХС в пределах от  $E_{XC1}$  до  $E_{XC2}$  (см. рис. 1) от пространственных координат. Тогда

$$\dot{A}_k = \int_{E_{XC1}}^{E_{XC2}} \exp(jk\Omega_m E) dE - \sum_{i=1}^L a_i \exp(jk\Omega_m E_i), \quad a_i = \int_{E_{XC1}}^{E_{XC2}} \psi_i(E) dE.$$

Непредсказуемая компонента фона принципиально неотличима от ХС и вносит в данном случае ошибку, равную  $\int_{E_{XC1}}^{E_{XC2}} S_{\text{фон}}(E) dE$ .

Аналогичным образом можно определить и другие «энергетические» параметры, причем во всех случаях регистрации  $A_0 = 0$  в формуле (1.2). Таким образом, восстановление параметра  $\Pi$  и самого ХС возможно только по высокочастотным гармоникам, как правило, менее «зашумленным», чем низкочастотная часть спектра.

**2. Методы обработки.** В [9, 10] показано, что при большой априорной неопределенности принимаемого сигнала и шума, характерной для рассматриваемых систем регистрации пространственно-энергетических распределений излучения, оптимальными для оценивания «энергетиче-

Свойство «медленности» позволяет достаточно точно интерполировать фон  $S_{\text{фон}}(E, X, Y) = S_{\text{фон}}(E)$  по его выборочным значениям в виде суммы «предсказуемой»

$$S_{\text{фон}}(E) = \sum_{i=1}^L S_{\text{фон}}(E_i) \psi_i(E) \quad (1.1)$$

и «непредсказуемой»  $S_{\text{фон}}(E)$  компонент внутри диапазона энергии шириной  $E_m$ , где  $L$  — число узлов интерполяции  $E_i$ ;  $\{\psi_i(E)\}$  — базис интерполяции. Интерполяция должна обеспечить минимум непредсказуемой (случайной) компоненты  $S_{\text{фон}}$ .

ских» параметров являются линейные методы обработки. Поэтому далее рассматриваются линейные системы регистрации.

Точность регистрации параметра  $\Pi$  ограничивается, помимо технической возможности обработки с заданной точностью в течение ограниченного времени конечного числа гармоник  $\dot{S}_k$ , также и принципиальной нефинитностью ХС и спектра фона.

В общем случае гармоники  $\dot{S}_k$  при регистрации параметра  $\Pi$  взвешиваются с весами  $\dot{h}_k$ ,  $\dot{h}_k = \alpha_k \dot{A}_k$ ,  $\alpha_0 = 1$ . Идеальная по точности регистрация в отсутствие шумов достигается при  $\alpha_k = 1$ .

Формулу (1.2) удобно представить в виде

$$\Pi = \int_{-E_m/2}^{E_m/2} S(E) \gamma(E) dE, \quad (2.1)$$

где  $\gamma(E) = \frac{1}{E_m} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \dot{h}_k \exp(-jk\Omega_m E)$  — системная функция. Системную

функцию  $\gamma(E)$  можно описать сверткой  $\gamma(E) = \int_{-E_m/2}^{E_m/2} f(x) A[-(x+E)] dx$

аппаратурной функции  $f(E) = \frac{1}{E_m} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \dot{\alpha}_k \exp(jk\Omega_m E)$  и функции реги-

страции  $A(E) = \frac{1}{E_m} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \dot{A}_k \exp(jk\Omega_m E)$ . Аппаратурная функция показывает степень ослабления высокочастотных гармоник  $\dot{S}_k$  регистрируемого излучения при определении параметра  $\Pi$  в (2.1). В случае идеальной регистрации  $f(E) = \delta(E)$  — дельта-функция. Функция регистрации определяется типом регистрируемого параметра.

Функция  $\gamma(E)$  обладает важным свойством  $\int_{-E_m/2}^{E_m/2} \gamma(E) dE = 0$ . При определении площади

$$\gamma(E) = \int_{E_{XC1}}^{E_{XC2}} f(x-E) dx - \sum_{i=1}^L a_{if}(E_i - E). \quad (2.2)$$

Корреляционная многоканальная система параллельно-последовательного типа является универсальной линейной системой регистрации. В частном случае она может содержать параллельно работающие узкополосные по энергии анализаторы, перекрывающие интересующий диапазон энергий протяженностью  $E_m$  (см. рис. 1) и сканирующие по координатам  $X, Y$ . В каждой точке пространства сигналы парциальных анализаторов взвешиваются согласно формуле (2.1) и накапливаются в течение времени  $T_0$ . Таким образом, подавляется предсказуемая компонента фона и образуется оценка  $\hat{\Pi}$  регистрируемого параметра.

Оценку  $\hat{\Pi}$  согласно (2.1) можно получить и при использовании одного анализатора, периодически сканирующего по энергии  $E$  в диапазоне  $E_m$  (см. рис. 1). Излучение в процессе сканирования — модуляции  $E(t)$  преобразуется во временной сигнал, который перемножается с опорным колебанием и накапливается в фильтре нижних частот (ФНЧ) или интеграторе.

Для рассматриваемого случая большой априорной неопределенности будем полагать, что пространственная фильтрация сигнала  $\hat{\Pi}(X, Y)$  отсутствует, а передаточная функция ФНЧ имеет прямоугольную форму.

**3. Критерий качества.** Синтез системы регистрации необходимо проводить при учете всех существенных показателей качества. К ним в пер-

вую очередь относятся ошибки регистрации, связанные с неполным подавлением фона, искажениями ХС, случайными помехами.

Составляющую ошибки регистрации, обусловленную предсказуемой компонентой фона, используя соотношения (2.1) и (1.1), можно представить в виде  $\Delta\Pi_{\text{фп}} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \dot{S}_{\text{фп}}(k\Omega_m) \dot{h}_k = \sum_{i=1}^L S_{\text{фп}}(E_i) \eta_i$ . Коэффициенты

$$\eta_i = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \dot{\psi}_i(k) \dot{h}_k, \quad \dot{\psi}_i(k) = \frac{1}{E_m} \int_{-E_m/2}^{E_m/2} \psi_i(E) \exp(jk\Omega_m E) dE$$

характеризуют степень подавления предсказуемой компоненты фона. В идеальном случае, когда  $\dot{h}_k = \dot{A}_k$ ,  $\alpha_k = 1$ , имеем  $\eta_i = 0$  при  $i = \overline{1, L}$ , т. е. данная компонента полностью будет подавлена.

Непредсказуемая компонента фона неотличима от ХС, и поэтому ошибка, вносимая ею, равна  $\sum_{k=-\infty}^{\infty} \dot{S}_{\text{фп}}(k\Omega_m) \dot{h}_k$ . В рассматриваемом случае высокой априорной неопределенности ХС и фона степень подавления фона целесообразно охарактеризовать величинами  $\eta_i$ ,  $i = \overline{1, L}$  и  $|\dot{h}_k|$ ,  $k = \overline{-\infty, \infty}$  соответственно для предсказуемой и непредсказуемой компонент. Чем меньше эти величины, тем больше степень подавления фона.

Влияние искажений ХС на ошибки регистрации, как и влияние фона, можно характеризовать коэффициентами  $\dot{h}_k$ . Чем меньше  $|\delta_k| = |A_k - \dot{h}_k|$  (чем ближе  $f(E)$  к дельта-функции), тем меньше аппаратные искажения ХС. Например, при регистрации площади под пиком ХС искажения можно описать как

$$\begin{aligned} \Delta\Pi_c = \Pi - \hat{\Pi} = & \int_{E_{\text{XC1}}}^{E_{\text{XC2}}} S_{\text{XC}}(E) \left[ 1 - \int_{E_{\text{XC1}}}^{E_{\text{XC2}}} dx f(x - E) \right] dE + \\ & + \sum_{i=1}^L a_i \int_{-E_m/2}^{E_m/2} S_{\text{XC}}(E) f(E_i - E) dE. \end{aligned}$$

Неустранимые искажения, связанные с нефинитностью ХС, обусловлены вторым слагаемым.

Шумовую ошибку будем характеризовать дисперсией  $D_{\text{ш}}$  оценки параметра  $\Pi$ .

Рассмотрение основных качественных показателей системы регистрации позволяет сформулировать задачу синтеза следующим образом:

$$\begin{cases} D_{\text{ш, опт}} = \min D_{\text{ш}}; \\ \dot{h}_k - \dot{h}_{\text{гр}k} = 0. \end{cases} \quad (3.1)$$

В общем случае в критерии (3.1) определяются оптимальные структура тракта обработки и модулирующее колебание, при которых в системе обеспечивается минимальная шумовая ошибка. Ограничение в (3.1) фиксирует ошибки, вызванные искажением ХС, предсказуемой и непредсказуемой компонентами фона.

**4. Уравнения связи модулирующих и опорных колебаний.** Для определенности рассмотрим систему с одноканальным анализатором.

Важным классом являются гармонические опорные колебания: косинусоидальное в синфазном и синусоидальное в квадратурном корреляционных каналах.

Пусть модулирующее колебание  $E(t)$  задано. Из ограничения (3.1) можно определить оптимальные передаточные функции тракта регистрации.

Спектры выходных сигналов  $n$  синфазного и квадратурного каналов соответственно равны

$$S_{нсн} = u_0 \sum_{k=-\infty}^{\infty} \dot{S}_k \dot{d}_{нсн}(k\Omega_m); \quad S_{нкв} = u_0 \sum_{k=-\infty}^{\infty} \dot{S}_k \dot{d}_{нкв}(k\Omega_m),$$

где

$$\dot{d}_{нсн}(k\Omega_m) = \frac{1}{2} [\dot{C}_{-n}(k\Omega_m) + \dot{C}_n(k\Omega_m)]; \quad \dot{d}_{нкв}(k\Omega_m) =$$

$$= \frac{1}{2j} [\dot{C}_{-n}(k\Omega_m) - \dot{C}_n(k\Omega_m)];$$

$$\dot{C}_n(k\Omega_m) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \exp [j(k\Omega_m E(t) - n\omega_0 t)] dt;$$

$T$  — период модулирующего колебания  $E(t)$ ;  $\omega_0 = 2\pi/T$ ;  $u_0$  — амплитуда опорного колебания.

Синфазный и квадратурный сигналы с выходов ФНЧ взвешиваются в  $n$  корреляционном канале с весами, равными  $H_{нсн}$  и  $H_{нкв}$  соответственно, и далее суммируются, образуя тем самым оценку  $\hat{\Pi}$  регистрируемого параметра. Частотная фильтрация осуществляется, например, в ФНЧ. Поэтому  $H_n$  не зависит от частоты. Можно показать, что  $H_{нсн}$  и  $H_{нкв}$  должны быть действительными величинами. Обозначая  $H_{нсн} + jH_{нкв} = \dot{H}_n$ ,  $H_{нсн} = H_{-нсн}$ ,  $H_{нкв} = -H_{-нкв}$  и учитывая формулу (2.1), получим

$$\hat{\Pi} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \dot{S}_k \dot{h}_k; \quad \dot{h}_k = \frac{1}{2} \sum_{n=-N}^N \dot{H}_n \dot{C}_n(k\Omega_m). \quad (4.1)$$

Предположим, что задана требуемая аппаратурная функция системы  $f_{тр}(E)$ . Используя определение  $f(E)$ , найдем  $\dot{\alpha}_{трk}$  и  $\dot{h}_{трk} = \dot{\alpha}_{трk} \dot{A}_k$ . Систему линейных уравнений (4.1) целесообразно представить в матричном виде

$$\dot{h}_{тр} = C \dot{H}, \quad (4.2)$$

где  $\dot{h}_{тр} = \|\dot{h}_{трk}\|$ ;  $C = \|C_n(k\Omega_m)\|$ ;  $\dot{H} = \|\dot{H}_n\|$ . Размерность (4.2) должна равняться числу используемых каналов.

Веса  $H_n$ , при которых обеспечиваются заданные искажения ХС и степень подавления фона, определяются из уравнения (4.2).

Помимо известных методов, обратную матрицу  $C^{-1} = \|\dot{a}_{lk}\|$  для решения уравнения (4.2) можно найти следующим образом. Элементы матрицы  $C^{-1}$  обладают свойством

$$\exp(jl\omega_0 t) = \sum_{k=-N}^{\infty} \dot{a}_{lk} \exp[jk\Omega_m E(t)] + \dot{\beta}_l(t), \quad (4.3)$$

где спектр  $\dot{\beta}_l(t)$  содержит только компоненты с частотами, большими  $N\omega_0$ .

Если модулирующее колебание представляет собой монотонную функцию, то при большом  $N$  ( $N \rightarrow \infty$ )

$$\dot{a}_{lk} \rightarrow \dot{\alpha}_{lk} = \frac{1}{E_m} \int_{-E_m/2}^{E_m/2} \exp[j(l\omega_0 t(E) - k\Omega_m E)] dE$$

или при  $k \neq 0$   $\dot{\alpha}_{lk} = \frac{l}{k} \dot{C}_l^*(k\Omega_m)$ . Знак \* означает комплексное сопряжение. При конечном числе каналов для определения  $C^{-1}$  следует использовать рекуррентную процедуру. На каждом шаге в тождестве

$$\exp(jl\omega_0 t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \dot{\alpha}_{lk} \exp[jk\Omega_m E(t)]$$

необходимо выделять компоненты с

частотами, большими  $N\omega_0$ , используя, в свою очередь, тождество  $\exp[jk\Omega_m E(t)] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \dot{C}_n(k\Omega_m) \exp(jn\omega_0 t)$  с тем, чтобы в конечном итоге прийти к соотношению (4.3).

Если умножить ограничения (3.1) на  $(1/E_m)\exp(-jk\Omega_m E)$  и просуммировать их по  $k = -\infty, \infty$ , то можно получить соотношение

$$\gamma_{\text{тр}}(E) = \frac{1}{T} \sum_{l=1}^{V(E)} H[t_l(E)]/|E'_l|, \quad (4.4)$$

где  $N$  — количество уравнения или количество ветвей монотонности модулирующего колебания  $E(t)$  при  $E(t) = E$ ;  $E'_l = E'(t)$  при  $t = t_l$ .

При выводе использовалось следующее свойство коэффициентов  $C_n(k\Omega_m)$ :

$$\frac{1}{E_m} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \dot{C}_n(k\Omega_m) \exp(-jk\Omega_m E) = \frac{1}{T} \sum_{l=1}^{V(E)} \frac{1}{|E'_l|} \exp[-jn\omega_0 t_l(E)].$$

Таким образом, система ограничений в критерии (3.1) преобразуется в одно дифференциальное уравнение (4.4) относительно модулирующего колебания.

При заданном модулирующем колебании из уравнения (4.4) можно определить требуемую импульсную реакцию тракта обработки. Как видно, при любой функции  $\gamma_{\text{тр}}(E)$  импульсная реакция ищется в виде  $H(t) = H(E)$ . Тогда из (4.4)

$$H(t) = H[E(t)] = T\gamma_{\text{тр}}(E) \left/ \sum_{l=1}^{V(E)} 1/|E'_l| \right.$$

$\dot{H}_n$  определяется по  $H(t)$  с помощью преобразования Фурье.

**5. Синтез системы регистрации.** Рассмотрим теперь совместное определение оптимальных весов  $\dot{H}_n$  и модулирующего колебания.

Положим, что оптимальное модулирующее колебание принадлежит классу монотонных функций. В этом случае  $V(E) = 1$ ,  $t_l(E) = t(E)$ , а критерий (3.1) принимает вид

$$\begin{cases} D_{\text{ш. опт}} = \min D_{\text{ш}}, & D_{\text{ш}} = \frac{1}{2} \sum_{n=-N}^N \sigma_n^2 |\dot{H}_n|^2; \\ \gamma_{\text{тр}}[E(t)] - H(t)/T |E'(t)| = 0, \end{cases} \quad (5.1)$$

где  $\sigma_n^2$  — мощность шума на выходе  $n$  корреляционного канала (синфазного или квадратурного);  $\sigma_n^2 = \sigma_{-n}^2$ .

Наиболее важным и практически полезным является случай равенства уровней шума в различных каналах  $\sigma_n^2 = \sigma^2$ . Представляя ограничение (5.1) в виде  $T|E'(t)|\gamma_{\text{тр}}[E(t)] = H(t)$ , возводя в квадрат его левую и правую части и интегрируя по  $t$  от  $-T/2$  до  $T/2$ , можно получить

$$D_{\text{ш}} = 2T\sigma^2 \int_{-T/2}^{T/2} \{E'(t)\gamma_{\text{тр}}[E(t)]\}^2 dt. \quad (5.2)$$

Варьируя закон модуляции, добиваемся минимума  $D_{\text{ш}}$ . Из монотонности модулирующего колебания следуют краевые условия  $t = \pm T/2$ ,  $|E(t)| = E_m/2$ .

Как видно из формулы (5.2), если  $E(t)$  — оптимальное модулирующее колебание, то  $E'(t)$  тоже будет оптимальным модулирующим колебанием. Поэтому для определенности выберем возрастающие модулирующие колебания.

$$\gamma_{\text{тр}}(E) = \gamma_1. \quad (5.3)$$

Чем больше  $\gamma_{\text{тр}}(E)$ , тем меньше  $|E'|$ , как следует из (5.3). Тем самым обеспечивается минимум функционала (5.2). Оптимальная шумовая ошибка (5.2) равна  $2(T\sigma)^2 C_1^2$ .

Решая дифференциальное уравнение (5.2) и используя краевые условия, получим оптимальный закон модуляции

$$t_{\text{опт}}(E) = (T/2)[2\Gamma_{\text{тр}}(E)/\Gamma_{\text{тр}}(E_m/2) - 1], \quad |C_1| = \Gamma_{\text{тр}}(E_m/2)/T, \quad (5.4)$$

$$\text{где } \Gamma(E) = \int_{-E_m/2}^E |\gamma(x)| dx.$$

Оптимальная импульсная реакция тракта обработки определяется из ограничения (5.1) при подстановке оптимального закона модуляции (5.4)

$$\begin{aligned} H_{\text{опт}}(t) &= T\gamma_{\text{тр}}[E(t)]|E'(t)| = T|C_1| \text{sign}\{\gamma_{\text{тр}}[E_{\text{опт}}(t)]\} = \\ &= \Gamma_{\text{тр}}(E_m/2) \text{sign}\{\gamma_{\text{тр}}[E_{\text{опт}}(t)]\}, \end{aligned} \quad (5.5)$$

$$\text{где } \text{sign}(X) = \begin{cases} 1 & \text{при } X > 0; \\ -1 & \text{при } X < 0. \end{cases}$$

Оптимальные передаточные функции взвешивающих фильтров  $\dot{H}_{\text{опт}}$ , как следует из определения импульсной реакции  $H(t)$ ,

$$\dot{H}_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} H(t) \exp(jn\omega_0 t) dt, \quad (5.6)$$

причем  $\dot{H}_0 = 0$ . Поэтому в оптимальной системе обработки низкочастотных компонент не требуется.

Легко показать, что при использовании немонотонных модулирующих колебаний можно обеспечить такие же оптимальные показатели качества, как и при монотонных модулирующих колебаниях. Оптимальная (минимальная) шумовая ошибка в любом случае равна

$$D_{\text{ш}} = 2\sigma^2 \Gamma_{\text{тр}}^2 \left( \frac{E_m}{2} \right). \quad (5.7)$$

Если модулирующее колебание является четной функцией времени, то ХС и фоп полностью подавляются в квадратурных каналах. Следовательно, на их выходах наблюдается только шум, уровень которого трудно измерить. Данные об уровне шума можно использовать для контроля качества регистрации, управления скоростью сканирования по координатам  $X$ ,  $Y$ , полосой прозрачности ФНЧ и др. с тем, чтобы стабилизировать оптимальную шумовую ошибку  $D_{\text{ш}}$  (5.7).

Оптимальное немонотонное модулирующее колебание четной формы  $E_n(t)$  получается из оптимального монотонного модулирующего колебания  $E(t)$ . Для этого монотонное модулирующее колебание необходимо сжать в целое число раз и разместить на периоде  $T$  его зеркально-симметричные ветви, например:  $E_n(t) = E(T/2 + 2t)$  при  $t \in [-T/2; 0]$  и  $E_n(t) = E(T/2 - 2t)$  при  $t \in [0; T/2]$ .

При дискретных законах модуляции  $E(t)$  принимает конечное число уровней  $E_i$ ,  $i = 1, M$ . Ограничения, например, на  $\gamma(E)$  следует задавать

в точках  $E_i$  оси энергии. Тогда функция  $\gamma(E)$  имеет вид

$$\gamma(E) = \sum_{i=1}^M \gamma_{\text{тp}i} \delta(E_i - E).$$

В этом случае задача оптимизации решается аналогично вышеизложенному. Если обозначить  $\Gamma_{\text{тp}} = \sum_{i=1}^M |\gamma_{\text{тp}i}|$ , то оптимальная шумовая ошибка равна  $2\sigma^2 \Gamma_{\text{тp}}^2$ . Оптимальное модулирующее колебание сохраняет значение  $E_i$  в течение времени  $\tau_i = |\gamma_{\text{тp}i}| T / \Gamma_{\text{тp}}$ , а оптимальная импульсная реакция  $H(t)$  тракта обработки также имеет дискретный характер и принимает значение  $H(t) = \Gamma_{\text{тp}} \text{sign}(\gamma_{\text{тp}i})$  в течение времени  $\tau_i$ . Уровни энергии  $E_i$  следует определять исходя из требуемой точности представления параметра  $\Pi$  в формуле (2.1).

В тех случаях, когда возможно создание высокочастотных широкополосных узлов тракта обработки в большом динамическом диапазоне входных сигналов (предусилителей, перемножителей и др.), оптимальную обработку следует осуществить в одноканальном корреляционном

тракте, образующем оценку  $\hat{\Pi} = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} S(t) H(t) dt$ , где  $S(t)$  — входной

сигнал корреляционного тракта обработки, причем опорное колебание  $H(t)$  должно удовлетворять уравнению (4.4) при  $T = T_0$  и совпадать, таким образом, с импульсной реакцией многоканального корреляционного тракта обработки. Оптимальная шумовая ошибка определяется формулой (5.7), где  $\sigma^2 = G_0/4T_0$ ,  $G_0$  — односторонняя спектральная плотность шума на входе тракта обработки. Следовательно, оптимальные регистрирующие системы с одно- и многоканальными трактами обработки с точки зрения критерия (5.1) эквивалентны.

При частотно-зависимом шуме, ограниченной полосе частот сигнала, поступающего на вход тракта обработки (небольшом числе корреляционных каналов с гармоническими опорными колебаниями), анализ критерия (5.1) показывает, что в общем случае стационарное решение  $E(t)$  при существенно различающихся  $\sigma_n^2$  может не совпадать с находящимся на «границе» оптимальным решением. Используя в качестве исходного решения уравнение (5.5), можно приблизиться к оптимальному решению. Оптимальная регистрирующая система режектирует компоненты сигнала, пораженные наиболее интенсивным шумом. Поэтому, используя (5.6), необходимо определить совокупность  $\{\dot{H}_n\}$ , соответствующую первым  $R$  минимальным  $\sigma_n^2$ . Тогда  $H(t) = \frac{1}{2} M_R \sum_{\{\dot{H}_n\}} \dot{H}_n \exp(-jn\omega_0 t)$ , а модули-

рующее колебание и коэффициент пропорциональности  $M_R$  находятся из уравнения (4.4) и рассмотренных выше краевых условий. Изменяя  $R$  от  $N$  до 1, можно определить  $\{\dot{H}_n\}$  и  $R_{\text{опт}}$ , при которых шумовая ошибка  $D_{\text{ш}} = \frac{1}{2} M_R^2 \sum_{\{\dot{H}_n\}} \sigma_n^2 |\dot{H}_n|^2$  достигает минимума. Тогда число пар синфазных

и квадратурных каналов равно  $R_{\text{опт}}$ .

При постоянной спектральной плотности шума и ограниченной полосе частот тракта обработки хорошим приближением к оптимальным  $E(t)$  и  $H(t)$ , учитывая, как правило, достаточно большую скорость убывания  $|\dot{H}_n|$ , являются соответственно соотношения (5.4) для  $E(t)$  и (5.5) для  $H(t)$ .

Рассмотрим теперь синтез системы регистрации с многоканальным анализатором, сканирующим по оси  $E$ . Выходные сигналы парциальных каналов анализатора линейно обрабатываются и образуют оценку  $\hat{\Pi}$ . Положим, что шумы излучения зависят от  $E$ , а функции пропускания парциальных анализаторов имеют одинаковую форму. Решая задачу синте-



за (3.1), можно показать, что оптимальные модулирующие колебания всех  $K$  парциальных анализаторов так же, как и опорные колебания соответствующих корреляционных каналов, имеют одинаковую форму и различаются лишь задержкой по времени. Величины задержек должны быть выбраны такими, чтобы функции пропускания анализаторов при сканировании по оси энергии не перекрывались. Оптимальное монотонное модулирующее колебание в любом канале определяется из уравнения

$$|E'(t)| |\gamma_{\text{тр}}[E(t)]| = \Phi/T \sqrt{G[E(t)]},$$

где  $\Phi = \int_{-E_m/2}^{E_m/2} \sqrt{G(x)} |\gamma_{\text{тр}}(x)| dx$ ;  $G(E)$  — суммарная спектральная плотность шумов излучения и собственных шумов тракта обработки при энергии  $E$  настройки парциального анализатора. Полагаем, что спектральная плотность  $G(E)$  постоянна в полосе частот промодулированного по энергии излучения.

Опорное колебание в любом канале определяется соотношением

$$H(E) = \frac{1}{KT_0} \frac{\Phi}{\sqrt{G(E)}} \text{sign} [\gamma_{\text{тр}}(E)], \quad E = E(t).$$

Шумовая ошибка

$$D_{\text{ш}} = \Phi^2/2KT_0. \quad (5.8)$$

С увеличением числа парциальных анализаторов шумовая ошибка уменьшается.

Если спектральная плотность  $G(E)$  постоянна в диапазоне модуляции  $E_m$ , то шумовая ошибка, найденная по (5.8), совпадает с точностью до множителя  $1/K$  с (5.7), а оптимальные модулирующие и опорные колебания можно определять по формулам (5.4) и (5.5).

Проиллюстрируем изложенную выше методику на примере синтеза системы, регистрирующей площадь под всеми пиками ХС, расположенными в диапазоне модуляции  $E_m$  (см. рис. 1). В этом случае пределы интегрирования в формуле (2.2) равны  $E_{\text{ХС1}} = -E_m/2$ ,  $E_{\text{ХС2}} = E_m/2$ , а  $\gamma_{\text{тр}}(E) = 1 - \sum_{i=1}^L a_i f_{\text{тр}}(E_i - E)$ , где  $\sum_{i=1}^L a_i = E_m$ .

Для определения  $H_{\text{опт}}(t)$  и  $E_{\text{опт}}(t)$ , согласно формулам (5.4) и (5.5), необходимо вычислить  $\Gamma_{\text{тр}}(E) = \int_{-E_m/2}^E \left| 1 - \sum_{i=1}^L a_i f_{\text{тр}}(E_i - x) \right| dx$ , а для отыскания оптимальной ошибки —  $\Gamma_{\text{тр}}(E_m/2)$ .

Большой интерес вызывает случай высокой точности регистрации, когда аппаратная функция представляет собой узкий пик с шириной существенно меньшей, чем  $E_m$ . Для него  $\Gamma_{\text{тр}}(E_m/2) \approx 2E_m$ . Поэтому  $D_{\text{ш}} = 8\sigma^2 E_m^2$ . Так как  $\sigma^2 = G_0/4T_0$ , то  $D_{\text{ш}} = 2(G_0/T_0)E_m^2$ .

При отсутствии фона площадь под пиком ХС можно определить интегрированием интенсивности излучения в пределах от  $-E_m/2$  до  $E_m/2$ . Шумовая ошибка в этом случае равна  $(G_0/2T_0)E_m^2$ . Таким образом, свойство оптимальной системы подавлять фон приводит к 4-кратному увеличению шумовой ошибки.

Если спектр фона при больших частотах изменяется по закону  $1/\omega_E$ , то, согласно вышеизложенному принципу выбора базиса, интерполяцию можно осуществлять полиномами первого порядка. В частности, при  $L = 2$  и расположении узлов интерполяции по краям диапазона модуляции (при этом ХС находится внутри диапазона модуляции, а на его краях полагается присутствие в основном фоне)  $a_1 = a_2 = E_m/2$ . В идеальном случае регистрации, когда  $f_{\text{тр}}(E) = \delta(E)$ ,  $E \in [-E_m/2, E_m/2]$ , из формулы (5.4) получаем  $E_{\text{опт}}(t) = -E_m/2$  при  $-T/2 < t < -T/4$ ,  $E_{\text{опт}}(t) = 2E_m(t/T)$  при  $|t| \leq T/4$ ,  $E_{\text{опт}}(t) = E_m/2$  при  $T/4 < t < T/2$ .

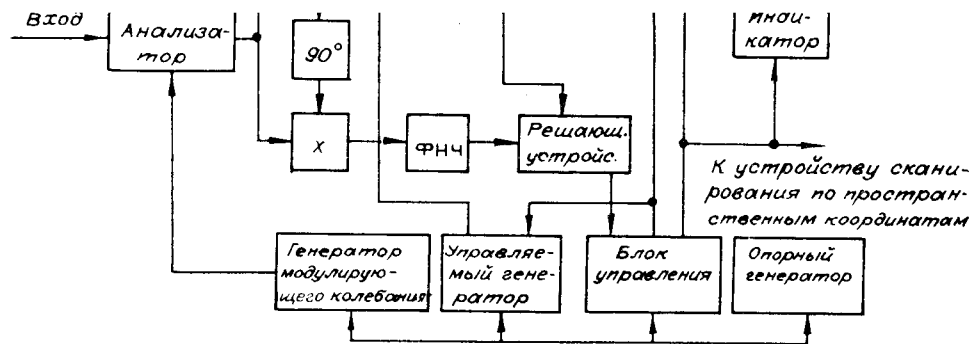


Рис. 2

Импульсная реакция оптимального многоканального тракта обработки (оптимальное опорное колебание в одноканальном тракте) согласно (5.5)

$$\begin{aligned} H_{\text{опт}}(t) &= -2E_m \text{ при } -T/2 < t < -T/4; \\ H_{\text{опт}}(t) &= 2E_m \text{ при } |t| \leq T/4; \\ H_{\text{опт}}(t) &= -2E_m \text{ при } T/4 < t < T/2. \end{aligned}$$

Тогда, согласно (5.6), оптимальные веса

$$H_n = 4E_m \sin(n\pi/2) / (n\pi/2). \quad (5.9)$$

Таким образом, в оптимальной системе обработке подвергаются только синфазные компоненты промодулированного излучения на нечетных гармониках.

Сравним теперь шумовые ошибки в системах регистрации с оптимальной и неоптимальной модуляцией, которые обеспечивают одинаковую степень подавления фона и величины искажений ХС. Для этого аппаратные функции обеих систем должны быть одинаковы. Пусть аппаратная функция имеет прямоугольную форму шириной  $\Delta$  и соответственно высотой  $1/\Delta$ . Тогда шумовая ошибка в системе с оптимальной модуляцией равна  $8\sigma^2 E_m^2 \left(1 - \frac{L\Delta}{E_m}\right)^2 = D_{\text{ш.опт}}$ .

В системе с неоптимальной модуляцией шумовую ошибку можно определить из (5.2). Например, для пилообразной модуляции  $E(t) = \frac{E_m}{T} t$

$$D_{\text{ш}} = 2\sigma^2 E_m \int_{-E_m/2}^{E_m/2} |\gamma_{\text{тр}}(E)|^2 dE = 2\sigma^2 E_m^2 \left(\frac{E_m}{L\Delta} - 1\right).$$

Выигрыш оптимальной системы регистрации по шумовой ошибке в данном случае равен  $D_{\text{ш}}/D_{\text{ш.опт}} = 0,25/x(1-x)$ , где  $x = L\Delta/E_m$ . Чем больше требуемая точность регистрации (чем меньше  $\Delta$ ), тем больше выигрыш. Усложнение базиса  $\{\psi_i\}$ , связанное с увеличением  $L$ , приводит к уменьшению выигрыша и оправдано только при значительном снижении уровня непредсказуемой компоненты фона.

**6. Пути технической реализации.** На рис. 2 изображена структурная схема системы регистрации с гармоническими опорными колебаниями и последовательной во времени обработкой гармоник промодулированного излучения. Принимаемое излучение проходит анализатор, на который подается модулирующее колебание. Промодулированное по энергии излучение поступает в синфазный и квадратурный каналы. Опорные ко-

ния коэффициентов передачи взвешивающего фильтра, например, согласно формуле (5.9) при регистрации площади. После обработки промодулированного излучения на всех частотах в сумматоре образуется оценка регистрируемого параметра  $\hat{\Pi}$ , которая вводится в индикатор совместно с координатами текущей анализируемой точки пространства из блока управления, а накопленный в сумматоре сигнал сбрасывается.

Сигнал квадратурного канала используется для адаптации системы регистрации, например, на основе последовательного статистического анализа. Генератор модулирующего колебания вырабатывает оптимальное модулирующее колебание четной формы. Поэтому в квадратурном канале присутствует только шум. В решающем устройстве уровень шума  $u_{\text{ш}}$  сравнивается с абсолютной величиной сигнала синфазного канала  $u_c$ . Если  $u_c < l_1 u_{\text{ш}}$  или  $u_c > l_2 u_{\text{ш}}$ , где  $l_1, l_2$  — нижний и верхний пороги, то решающее устройство сигнализирует в блок управления об окончании обработки на текущей частоте  $n\omega_0$ , причем взвешивающий фильтр не пропускает сигнал на вход сумматора, если  $u_c < l_1 u_{\text{ш}}$ . При  $l_1 u_{\text{ш}} \leq u_c \leq l_2 u_{\text{ш}}$  осуществляется накопление сигнала на данной частоте. Таким образом, система регистрации в процессе формирования оценки  $\hat{\Pi}$  осуществляет обнаружение полезных гармоник, затрачивая меньше времени на обработку мощных и слабых гармоник по сравнению с неадаптивной системой. Адаптация сокращает время анализа и стабилизирует шумовую ошибку.

Минимальный объем аппаратуры имеет система с одноканальным коррелятором и опорным колебанием (5.5). Однако в этом случае сложнее обеспечить большой динамический диапазон тракта обработки.

Применение полученных результатов в проектируемых системах позволит улучшить качество регистрации некогерентных излучений.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Левшин В. Л. Обработка информации в оптических системах пеленгации.— М.: Машиностроение, 1978.
2. Норфиров Л. Ф. Теория оптико-электронных приборов и систем.— Л.: Машиностроение, 1980.
3. Мирошников М. М. Теоретические основы оптико-электронных приборов.— Л.: Машиностроение, 1983.
4. Смирнов А. Я., Меньшиков Г. Г. Скавирующие приборы.— М.: Машиностроение, 1986.
5. Полонский Б. А., Протопопов О. Д., Шанин С. В. Повышение качества оже-анализа с помощью специальной модуляции // Электрон. пром-сть.— 1982.— Вып. 10—11.
6. Смирнов В. П. Оптимизация модуляционной методики регистрации рентгеновских спектров потенциалов возбуждения // Аппаратура и методы рентгеновского анализа: Сб. ст.— Л.: Машиностроение, 1987.— Вып. 36.
7. Хаустон Дж. Е. Динамическое вычитание фона // Приборы для науч. исслед.— 1974.— № 7.
8. Шпрингер, Покер. Расчет специальных форм модулирующего напряжения для получения интегральных оже-спектров // Приборы для науч. исслед.— 1977.— № 1.
9. Дорман А. М. Оптимальное синхронное детектирование в спектрометрии // Аппаратура и методы рентгеновского анализа: Сб. ст.— Л.: Машиностроение, 1984.— Вып. 32.
10. Дорман А. М. Синтез синхронных детекторов для спектрометрии // Изв. вузов. Приборостроение.— 1985.— 28, № 4.
11. Зельдович Я. Б., Мышкин А. Д. Элементы прикладной математики.— М.: Наука, 1967.

*Поступила в редакцию 23 декабря 1985 г.*