а безусловное рассеяние оценки [2] равно

$$V_m(\widehat{\chi})=\frac{(3p_0+5p_1)(\chi_{\max}-\chi_{\min})^2}{24}+\frac{p_0(\chi_{\max}+\chi_{\min})^2}{4}.$$

Значения $V_m(\chi_m)/\chi^2_{\max}$ и $V_m(\widehat{\chi})/\chi^2_{\max}$ отмечены штриховой линией на рис. 2 и 4. Анализ зависимостей рис. 2, 4 показывает, что экспериментальные значения безусловного рассеяния оценки [1] могут быть более точно аппроксимированы выражением

$$V_1(\chi_m)=\min(V(\chi_m),\ V_m(\chi_m)),\tag{6}$$

а значения рассеяния оценки [2] — выражением

$$V_1(\widehat{\chi})=\min(V(\widehat{\chi}),\ V_m(\widehat{\chi})),\tag{7}$$

где $V(\chi_m)$ и $V(\widehat{\chi})$ — теоретические характеристики, соответствующие результатам [1, 2]. При $\mu\geqslant 10$ характеристики оценок (6), (7) хорошо согласуются с экспериментальными зависимостями, когда величина $q\sqrt{\mu}\geqslant 8-10$ или $q\sqrt{\mu}\leqslant 0{,}1-0{,}8$.

Таким образом, проведено исследование алгоритмов оценки площади оптического изображения методом статистического моделирования на ЭВМ. Определены границы применимости известных в литературе [1, 2] асимптотически точных выражений для характеристик алгоритмов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Галун С. А., Зюльков А. В., Трифонов А. П.** Оценка площади оптических изображений на фоне шумов // Автометрия.— 1983.— № 1.
2. **Нечаев Е. П., Трифонов А. П.** Оценка площади пропадающего оптического изображения на фоне шумов // Автометрия.— 1987.— № 3.
3. **Бусленко Н. П., Шрейдер Ю. А.** Метод статистических испытаний (Монте-Карло) и его реализация на цифровых вычислительных машинах.— М.: Изд-во физ-мат. лит., 1961.
4. **Форсайт Дж., Малькольм М., Моулер К.** Машинные методы математических вычислений: Пер. с англ. Х. Д. Икрамова.— М.: Мир, 1980.
5. **Трифонов А. П., Шинаков Ю. С.** Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех.— М.: Радио и связь, 1986.

Поступила в редакцию 16 марта 1988 г.

УДК 771.64

Л. А. АЙЗЕНБЕРГ, Б. А. КРАВЦОВ, Б. А. ШАИМКУЛОВ

(Красноярск)

ОБ ИНТЕРПОЛЯЦИИ СИГНАЛОВ С ФИНИТНЫМ СПЕКТРОМ ФУРЬЕ. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

1. Теоретическая часть. Рассмотрим класс Винера W^n_α (соответственно $W^n_{\alpha,+}$) функций из $L^2(R^n)$, имеющих спектр Фурье, сосредоточенный в параллелепипеде $\{w\colon |w_j|\leqslant\alpha_j,\ j=1,\ \ldots,\ n\}\subset R^n$ (соответственно в $\{w\colon 0\leqslant w_j\leqslant\alpha_j,\ j=1,\ \ldots,\ n\}\subset R^n_+=\{x\colon x_j\geqslant 0,\ j=1,\ \ldots,\ n\}$). В [1, 2] рассматривалась задача экстраполяции функций этого класса, что связано с известной проблемой увеличения разрешения физических приборов (вычислительный эксперимент см. в [3, 4], а также в [5]). В дальнейшем оказалось, что формулы экстраполяции из [1, 2] вполне пригодны и для интерполяции функций класса Винера [6]. Напомним соответствующие формулы, ограничиваясь для простоты записи одномерными сигналами $(n=1)$. Рассмотрим произвольное множество единственности M для функций класса W^1_α, лежащее на действительной оси и не имеющее конечных предельных точек $M=\{x_j\}$, $j=1, 2, \ldots$. Не уменьшая общности, можно считать, что M не содержит точки 0. Если $\sum_{j=1}^{\infty}\frac{1}{x_j^2}=\infty$, то M — заведомо множество единственности для каждого класса W^1_α, и если $f\in W^1_\alpha$, то

$$f(x)=\lim_{m\to\infty}\sum_{k=1}^{m}\frac{f(x_k)\exp[2\pi i\alpha(x_k-x)]\,2i\sigma}{x-x_k+2i\sigma}\prod_{\substack{j=1\\ j\neq k}}^{m}\frac{(x-x_j)(x_k-x_j+2i\sigma)}{(x-x_j+2i\sigma)(x_k-x_j)} \quad (1.1)$$

при любом $\sigma>0$. Сходимость в (1.1) равномерная на компактах и в смысле $L^2(R^1)$. Если же $f\in W^1_{\alpha,+}$, то в (1.1) следует исключить множитель $\exp[2\pi i\alpha(x_k-x)]$.

Более трудным является случай такого множества единственности для класса W^1_α, для которого $\sum_{j=1}^{\infty}\frac{1}{x_j^2}<\infty$. Здесь при очень широких предположениях будет справедлив аналог (1.1) с дополнительным предельным переходом при $\sigma\to\infty$ [6]. Часто бывает удобно иначе нумеровать точки $M=\{x_j\}$, $j=0, \pm1, \pm2, \ldots$ и рассматривать формулу (см. [6])

$$f(x)=\lim_{\sigma\to\infty}\sum_{k=-m(\sigma)}^{m(\sigma)}\frac{f(x_k)\,2i\sigma\exp[2\pi i\alpha(x_k-x)]}{x-x_k+2i\sigma}\prod_{\substack{j=-m(\sigma)\\ j\neq k}}^{m(\sigma)}\frac{(x-x_j)(x_k-x_j+2i\sigma)}{(x-x_j+2i\sigma)(x_k-x_j)}, \quad (1.2)$$

где $m(\sigma)$ — любая функция при условии $\sup_\sigma\frac{\sigma}{m(\sigma)}<\infty$, сходимость в (1.2) равномерна на компактах в R^1. Известная классическая теорема Котельникова дает простую формулу для интерполяции функций класса Винера W^1_α в случае равномерных отсчетов $M=\{j\Delta\}$, где $\Delta\leqslant 1/2\alpha$ [7, 8]. (Мы рассматриваем преобразование Фурье в виде $\int_{-\infty}^{\infty}f(x)\exp[-2\pi iwx]\,dx$, который используется в стандартных программах для ЭВМ, поэтому последнее неравенство и некоторые используемые далее оценки несколько отличаются от привычных.) Формулы (1.1) и (1.2) являются аналогами теоремы Котельникова для неравномерных отсчетов. Укажем, например [6], что (1.2) верно, если $M=\{j\Delta+C_j\}$, где: 1) если $\Delta=1/2\alpha$, то $|C_j|\leqslant L<1/8\alpha$; 2) если $\Delta<1/2\alpha$, то $|C_j|\leqslant L$, здесь L — любое, и можно в случае 2 конечное число точек из M выбросить.

Заметим, что для экстраполяции спектров Фурье финитных сигналов (множество M — на компакте) нужно знать $f(x_k)$ с высокой точностью [3, 4], а для интерполяции между отсчетами высокая точность $f(x_k)$ уже не обязательна. Дело в том, что задача экстраполяции не является корректной, а лишь условно устойчивой (об этих понятиях см. в [9]). Задача же интерполяции обычно корректна. Для случая 2 это следует из теоремы Картрайт и ее обобщений [10—14]. Если f — целая функция конечной степени типа не больше a — и $|f(x_k)|\leqslant\varepsilon$, то

$$|f(x)|\leqslant C(M)\varepsilon, \quad (1.3)$$

где $x\in R^1$, постоянная $C(M)$ зависит только от множества M, но не от f. Класс множеств M, для которых это верно, зависит от a. В отмеченном выше случае W^1_α тип не больше $2\pi\alpha$ и соответствующая теорема для M, указанных в 2, верна. Для равномерной сетки при $\Delta<1/2\alpha$ соблюдаются условия классической теоремы Картрайт. Для несколько более общего случая $M_\mu=\{x_j\}$, $j=0, \pm1, \pm2, \ldots$, $0<x_{j+1}-x_j\leqslant 1/2\alpha\mu$, где $\mu>1$, неравенство вида (1.3) можно найти [15, с. 448, 607] (оценка точная хотя бы для некоторых μ):

$$|f(x)| \leqslant \frac{\varepsilon}{\cos(\pi/2\mu)}. \tag{1.4}$$

Это утверждение легко обобщается на n-мерный случай.

Лемма. Если целая функция f по каждому переменному является целой функцией конечной степени типа не больше $2\pi\alpha_j$ и для $x \in M = M_{\mu_1} \times \ldots \times M_{\mu_n}$ верно $|f(x)| \leqslant \varepsilon$, то для любых $x \in R^n$

$$|f(x)| \leqslant \frac{\varepsilon}{\prod\limits_{j=1}^{n} \cos(\pi/2\mu_j)}. \tag{1.5}$$

Неравенство (1.5) доказывается повторным применением неравенства Бернштейна (1.4) по каждому переменному.

Интересной в связи с возможными приложениями является задача интерполяции по множеству отсчетов $M_\rho = \{j\Delta\} \setminus (-\rho, \rho)$, где $j = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots, \Delta < 1/2\alpha$. К этой задаче приводит необходимость борьбы с шумом, сосредоточенным в спектре Фурье финитного сигнала в определенной полосе частот. Кроме того, в связи с проблемами вычислительной томографии [16, 17], при восстановлении пространственной картины землетрясений [18] и в других прикладных задачах возникает необходимость обращения преобразования Радона по неполным данным. Этому вопросу посвящена работа [19], в которой указанное обращение сведено к восстановлению спектра Фурье на прямой, если значения его неизвестны на интервале $(-\rho, \rho)$, т. е. к задаче интерполяции спектра Фурье. В этом случае можно воспользоваться формулой (1.2) для множества M_ρ. При этом важно иметь оценку, аналогичную оценке Бернштейна. Пусть на интервале $(-\rho, \rho)$ содержится p точек вида $j\Delta$. Число p нечетно.

Предложение 1. Если целая функция конечной степени типа не больше $2\pi\alpha$ и для $x \in M_\rho$ верно $|f(x)| \leqslant \varepsilon$, то для любого $x \in R^1$

$$|f(x)| \leqslant C_p \varepsilon, \tag{1.6}$$

где

$$C_p = \frac{(p+1)^{p+1}}{p^p \cos^2 \pi\Delta\alpha \sin[\pi(1-2\alpha\Delta)/2] \prod\limits_{k=1}^{(p-1)/2} \sin^2[\pi(1-2\alpha\Delta)(2k-1)/2p]}. \tag{1.7}$$

Доказательство. Рассмотрим целую функцию

$$g(x) = f(x) \prod_{j=-(p-1)/2}^{(p-1)/2} \sin 2\pi\sigma(x - j\Delta),$$

где число $\sigma > 0$ выбрано так, чтобы $2\Delta(\rho\sigma + \alpha) < 1$. Тип этой функции не больше $2\pi(p\sigma + \alpha)$. Согласно (1.4) для $x \in R^1$

$$|f(x)| \leqslant \frac{\varepsilon}{\cos \pi\Delta(p\sigma + \alpha) \left| \prod\limits_{j=-(p-1)/2}^{(p-1)/2} \sin 2\pi\sigma(x - j\Delta) \right|}.$$

На множестве $\widetilde{M} = \{\Delta/2 + j\Delta\}$, $j = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots, \pm(p-1)/2, -(p+1)/2$ справедливо неравенство

$$\left| \prod_{j=-(p-1)/2}^{(p-1)/2} \sin 2\pi\sigma(x - j\Delta) \right| \geqslant \sin p\pi\Delta\sigma \prod_{k=1}^{(p-1)/2} \sin^2 \pi\Delta\sigma(2k-1),$$

для $x \in M_\rho \cup \widetilde{M}$

$$|f(x)| \leqslant \frac{\varepsilon}{\cos \pi\Delta(p\sigma + \alpha) \sin p\pi\Delta\sigma \prod\limits_{k=1}^{(p-1)/2} \sin^2 \pi\Delta\sigma(2k-1)}.$$

Далее повторно применяя неравенство (1.4) и учитывая, что

$$p\pi\Delta\sigma < \pi(1 - 2\alpha\Delta)$$

и

$$\cos\pi\Delta(\alpha + p\sigma) \geqslant (1 - 2p\Delta\sigma/(1 - 2\alpha\Delta))\cos\pi\Delta\alpha \times \frac{}{\prod\limits_{k=1}^{(p-1)/2} \sin^2[\pi(1 - 2\alpha\Delta)(2k - 1)/2p]}. \tag{1.8}$$

Знаменатель правой части неравенства (1.8) достигает своего максимума при

$$\sigma = (1 - 2\alpha\Delta)/2(p + 1)\Delta. \tag{1.9}$$

При указанном σ из (1.8) получаем (1.7).

В данной работе проведен вычислительный эксперимент для одномерных сигналов. Имея в виду дальнейшую работу, укажем без доказательства два многомерных обобщения предложения 1.

Обозначим через N произведение n равномерных (по отсчетам) множеств вида $\{j\Delta\}$, $j = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots, \Delta < 1/2\alpha$. Рассмотрим множество $M_\rho^n = N \setminus \{x\colon x_j \in (-\rho, \rho), j = 1, 2, \ldots, n\}$. В следующих двух предложениях предполагается, что f — по каждому переменному целая функция конечной степени типа не больше $2\pi\alpha$ (т. е. для простоты рассматриваем частный случай $\alpha_1 = \alpha_2 = \ldots = \alpha_n = \alpha$, в общем случае оценки более громоздки).

Предложение 2. Если для $x \in M_\rho^n$ верно $|f(x)| \leqslant \varepsilon$, то для $x \in R^n$

$$|f(x)| \leqslant \frac{(p+n)^{p+n}\varepsilon}{n^n p^p \cos^{2n}\pi\Delta\alpha \sin[\pi(1 - 2\alpha\Delta)/2] \prod\limits_{k=1}^{(p-1)/2} \sin^2[\pi(1 - 2\alpha\Delta)(2k - 1)/2p]}. \tag{1.10}$$

Далее обозначим $\widetilde{M}_\rho^n = N \Big\backslash \bigcup\limits_{k=1}^{n} \{x\colon x_j \in (-\rho, \rho), j = 1, 2, \ldots, k - 1, k + 1, \ldots, n\}$.

Предложение 3. Если для $x \in \widetilde{M}_\rho^n$ верно $|f(x)| \leqslant \varepsilon$, то для всех $x \in R^n$ справедливо

$$|f(x)| \leqslant C_p^n \varepsilon, \tag{1.11}$$

где C_p задано в (1.7).

Заметим, что из (1.10) и (1.11) при $n = 1$ получается (1.6) и C_p растет с возрастанием ρ или Δ.

В заключение этого раздела упомянем более тонкую оценку С. Н. Бернштейна, чем (1.5) (см. [15, с. 454]). Если взять σ из (1.9) и применить к функции $g(x)$ эту оценку, то вместо (1.6) можно получить

$$|f(x)| \leqslant \frac{L_s\varepsilon}{\cos\pi\Delta\alpha \sin[\pi(1 - 2\alpha\Delta)/2] \prod\limits_{k=1}^{(p-1)/2} \sin^2[\pi(1 - 2\alpha\Delta)(2k - 1)/2p]}, \tag{1.12}$$

где $L_s = \frac{1}{s}[1/\sin(\pi/2s) + 1/\sin(3\pi/2s) + \ldots + 1/\sin[\pi(2s - 1)/2s]]$,

s — целое число, не меньшее чем $(p + 1)/(1 - 2\alpha\Delta)$. Можно дать и многомерные обобщения (1.12), рассматривая множества M_ρ^n или $\widetilde{M}_\rho^n$, как в предложениях 2 и 3.

2. Вычислительный эксперимент. Обсудим вопрос об изменении C_p (см. (1.7)), если вместо интервала $(-\rho, \rho)$, содержащего p точек отсчета, взять меньший интервал, содержащий q таких точек. Тогда из (1.7) можно получить

$$2(p+1)^{p+1}pC_q/\pi(q+1)pA(p, q) < C_p < p(p+1)^pC_q/p(q+1)A(p, q), \quad (2.1)$$

$$\left\{ \prod^{(p-2-q)/2} \sin^2[\pi(1-2\alpha\Delta)(2k+q)/2p], \text{ если } q \text{ нечетное;} \right.$$

с финитным спектром: 1) спектр Фурье — отрезок синусоиды от 0 до 2π; 2) спектр Фурье — прямоугольник с носителем на отрезке [3, 5]. Эти сигналы относятся к классам $W^1_{2\pi,+}$ и $W^1_{5,+}$ соответственно. Для вычислений использовалась конечная сумма из (1.1) (что то же из (1.2)) при $m=20$ и $\sigma=1$. Для указанных классов множитель $\exp[2\pi i\alpha(x_k-x)]$ в (1.1) (в (1.2)) не нужен. Если ранее [3, 4] при вычислительном эксперименте для экстраполяции мы были вынуждены подбирать оптимальные m и σ, то в данном случае (задача корректна) этого делать не нужно: хорошие результаты получились при первых же взятых m и σ. Графики разбиты вертикальными линиями на три участка: на первом и третьем было взято по 10 точек отсчета, следует восстановить сигнал на втором. При введении сигналов в точках отсчета с семью точными знаками восстановленный сигнал на графопостроителе не отличался от точного. Аналогично, если в точках отсчета сигнал брался с шестью, пятью, четырьмя точными знаками. Различие заметили, когда взяли сигнал с тремя точными знаками (т. е. допускается случайный шум до 1 %) (рис. 1).

В нашем случае* соответственно (2.1)

$$68C_4 < C_9 < 422C_4 \quad (2.2)$$

для первого сигнала и

$$50C_4 < C_9 < 307C_4 \quad (2.3)$$

— для второго.

Далее второй интервал был вдвое сокращен (выброшено четыре отсчета вместо девяти). Тогда при трех точных знаках в точках отсчета восстановленный в выброшенном из шкалы отсчетов интервале сигнал не отличался на графике от точного и различие замечено только при двух точных знаках (случайный шум до 9 %) (рис. 2).

При указанных выше вычислениях (с семью, шестью, пятью, четырьмя, тремя точными знаками в точках отсчета) постоянная C_9 для первого сигнала в среднем была равна 505,04172, для второго — 198,42594. При выбрасывании четырех точек отсчета в проведенном эксперименте (с тремя, двумя точными знаками) постоянная C_4 для первого сигнала в среднем была равна 2,8674228, а для второго — 1,3967844. Отношение C_9/C_4 в первом случае 176,1327, во втором — 142,05914, что согласуется с неравенствами (2.2), (2.3).

Заметим, что при фиксированном p постоянную C_p можно уменьшить, если взять более частую шкалу используемых отсчетов (уменьшая Δ) (см. (1.7)).

---

* В п. 1 выбрасывался из шкалы отсчетов интервал $(-\rho, \rho)$. Аналогичные оценки нетрудно получить при выбрасывании любого интервала. В вычислительном эксперименте рассматривались интервалы, не являющиеся симметричными относительно начала координат.

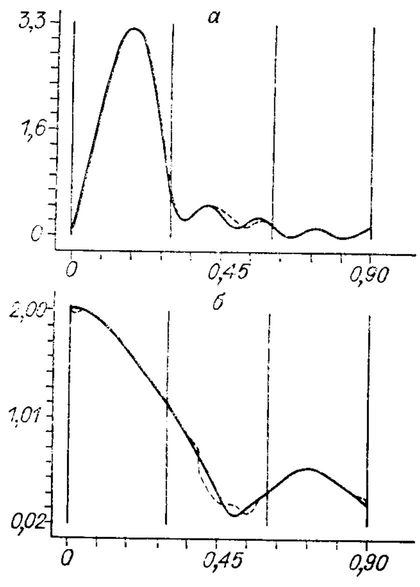

Рис. 1. Сигнал с тремя точными знаками в точках отсчета:

а — сигнал, у которого спектр Фурье — отрезок синусоиды; *б* — сигнал, у которого спектр Фурье — прямоугольник. Сплошная линия — точный сигнал, штриховая — интерполированный сигнал

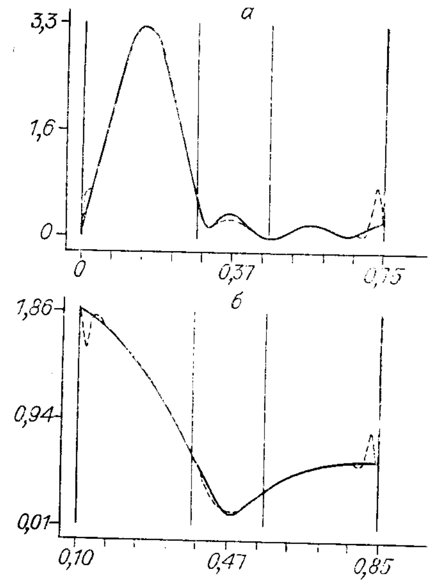

Рис. 2. Отрезок, на котором восстанавливается сигнал, уменьшенный в 2 раза; сигнал с двумя точными знаками в точках отсчета

(*а* и *б* — те же, что на рис. 1)

На рис. 1, 2 видны «выбросы» в самом левом и в самом правом участке рассматриваемого графика, что связано с особенностями формул (1.1) и (1.2) и не может препятствовать их применениям, так как эти «выбросы» находятся не там, где сигнал нужно восстановить, а там, где мы его знаем.

Данный вычислительный эксперимент показывает, что такой метод может успешно применяться для борьбы с узкополосным шумом и в других ситуациях, о которых упоминалось выше.

В заключение авторы благодарят сотрудников ВЦ Института физики СО АН СССР.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Айзенберг Л. А.** Экстраполяция функций, голоморфных в произведении полуплоскостей или полос. Аналитическое продолжение спектра.— Красноярск, 1986.— (Препр./Ин-т физики им. Л. В. Киренского СО АН СССР; 28М).
2. **Айзенберг Л. А.** Экстраполяция функций, голоморфных в произведении полуплоскостей или полос. Аналитическое продолжение спектра // ДАН СССР.— 1986.— **290**, № 2.
3. **Айзенберг Л. А., Кравцов Б. А.** Вычислительный эксперимент по аналитическому продолжению спектра Фурье одномерных финитных сигналов.— Красноярск, 1987.— (Препр./Ин-т физики им. Л. В. Киренского СО АН СССР; 34М).
4. **Айзенберг Л. А., Кравцов Б. А.** Вычислительный эксперимент по сверхразрешению физических приборов экстраполяцией спектра Фурье одномерных финитных сигналов // Письма в ЖТФ.— 1987.— **13**, вып. 19.
5. **Кравцов Б. А., Миненкова Р. Ф.** Реставрация сигналов и сверхразрешение.— Красноярск, 1987.— (Препр./Ин-т физики им. Л. В. Киренского СО АН СССР, 467Ф).
6. **Айзенберг Л. А.** Множества единственности для классов Винера. Аналог теоремы Котельникова для неравномерных отсчетов. Обращение преобразования Радона по неполным данным.— Красноярск, 1987.— (Препр./Ин-т физики им. Л. В. Киренского СО АН СССР; 38М).
7. **Котельников В. А.** О пропускной способности «эфира» и проволоки в электросвязи // Мат-лы к I Всесоюз. съезду по вопросам технической реконструкции дела связи.— М.: Управление связи РККА, 1933.
8. **Хургин Я. И., Яковлев В. П.** Финитные функции в физике и технике.— М.: Наука, 1971.
9. **Лаврентьев М. М., Романов В. Г., Шишатский В. П.** Некорректные задачи математической физики и анализа.— М.: Наука, 1980.
10. **Левин Б. Я.** Распределение корней целых функций.— М.: Гостехиздат, 1956.

11. **Duffin R. J., Schaeffer A. C.** Power series with bounded coefficients // Amer. J. Math.— 1945.— 67, N 5.— P. 141.
12. **Левин Б. Я.** О функциях конечной степени, ограниченных на последовательности точек // ДАН СССР.— 1949.— 65, № 3.
13. **Левин Б. Я.** Обобщение теоремы Картрайт о целой функции конечной степени, ограниченной на последовательности точек // Изв. АН СССР. Математика.— 1957.— 21, № 4.
14. **Логвиненко В. Н.** Теоремы Картрайт и вещественные множества единственности для целых функций многих комплексных переменных // Теория функций, функциональный анализ и их приложения.— 1957.— № 22.
15. **Бернштейн С. Н.** Собр. соч.— М.: Изд-во АН СССР, 1954.— Т. II.
16. **Davidson M. E., Grünbaum F. A.** Tomographic reconstruction with arbitrary directions // Comm. Pure Appl. Math.— 1981.— 34.— P. 77.
17. **Natterer F.** Some ill-problems arising in connection with Radon's integral equation // Publ. Ystituto di analisi globale e applic.— 1983.— N 8.
18. **Ruff L. T.** Tomographic imaging of the earthquake rupture process // Geophys. Res. Lett.— 1984.— 11, N 7.— P. 629.
19. **Palamodov V., Denisijuk A.** Inversion de transformation de Radon' d'apres les donn' ee non-completes // Comp. rend. L'acad. scien.— 1988.— 307, N 1.— P. 181.

Поступила в редакцию 4 июля 1988 г.

УДК 62.505

К. В. ИСАЕВ

(Ростов-на-Дону)

О СВОБОДНЫХ ОТ СИЛЬНЫХ АПРИОРНЫХ ГИПОТЕЗ МЕТОДАХ ИДЕНТИФИКАЦИИ СИСТЕМ

Введение. Формирование априорных гипотез, как отмечается в [1], является ключевым моментом при разработке методов идентификации систем. Предлагаемые в настоящей статье методы не используют некоторые из широко распространенных, но плохо обоснованных сильных априорных гипотез, а основываются на значительно более слабых и естественных гипотезах. Формирование и проверка таких гипотез производится путем анализа данных метрологических экспериментов, проводимых на эталонных (образцовых) системах (объектах) в тех же условиях, в каких получены обрабатываемые с целью идентификации данные основного эксперимента. Таким образом, главная задача обработки данных и побочная задача ее метрологического обеспечения оказываются тесно связанными.

Стандартные априорные гипотезы. Исходными понятиями в теории идентификации систем, не определяемыми через более простые, естественно считать понятия *эмпирических данных* $\tilde{x}$, $\tilde{x} \in X$, и *модели* системы c, $c \in C$, $C \subset U$ (пространства X и U уточняются для каждой конкретной задачи идентификации). Эмпирические (доступные исследователю) данные $\tilde{x}$ всегда неточны и формируются из *точных данных* x, $x \in X$, не доступных исследователю, и *шума* ε (например, по формуле $\tilde{x} = x + \varepsilon$). Цель идентификации — определение по данным $\tilde{x}$ некоторых моделей c исследуемой системы, на которой эти данные получены.

Решение задачи идентификации всегда определяется при некоторых дополнительных ограничениях, устанавливающих связь между моделью c и точными данными x. Эти ограничения обычно задаются с помощью параметрического семейства соотношений, называемого *классом моделей* системы и имеющего вид

$$\{F(\cdot,\ \cdot,\ c) = 0,\quad c \in C\}, \tag{1}$$

где $F(\cdot,\ \cdot,\ c)$ — функция типа $X \times W \to V$, определенная с точностью до параметра c; W и V — некоторые, обычно линейные, метрические прост-