

параметр $\gamma \approx 17,75272$. На рис. 2 штриховыми линиями показаны также контрольные полосы для вероятностей $P = 0,68269$ и $P' = 0,95450$. Как видно из рис. 2, график 1 выходит даже за пределы контрольной полосы $P' = 0,95450$, что позволяет с вероятностью не менее $P' = 0,95450$ отвергнуть гипотезу о принадлежности эмпирической функции распределения теоретической функции (11). Если на рис. 2 нанести теоретическую функцию (11) с параметром $\gamma = 2$, то она пройдет в соответствии с графиком 3. Видно, что ее ход весьма далек от прямой 2.

Заключение. Для расчета вероятности ошибочного считывания информации в ГЗУ в работе предложено использовать модель асимптотической теории экстремальных порядковых статистик. Показано, что в качестве распределения максимума мощности оптических «0» может быть принято классическое предельное распределение $H_{3,0}(z)$ (двойное экспоненциальное распределение) для НОР случайных величин.

Установлено, что к распределению минимума мощностей оптических «1» не применима асимптотическая теория экстремальных порядковых статистик для НОР случайных величин и необходима модель, учитывающая нарушения условий независимости и одинаковости распределенности величин. Этот вопрос будет рассмотрен в следующей работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пен Е. Ф. Расчет достоверности считывания информации в ГЗУ на основе экспериментальных данных характеристик качества восстановленных изображений // Сб. тр. IV Всесоюз. конф. по голографии.— Ереван: ВНИИРИ, 1982.— Ч. 2.
2. Блок А. А., Домбровский В. А., Домбровский С. А., Пен Е. Ф. Экспериментальные исследования достоверности считывания данных в голографических ЗУ // Автометрия.— 1984.— № 3.
3. Домбровский В. А., Домбровский С. А., Пен Е. Ф. Помехоустойчивость фурье-голограмм в ГЗУ // Автометрия.— 1985.— № 4.
4. Галамбош Я. Асимптотическая теория экстремальных порядковых статистик.— М.: Наука, 1984.
5. Гумбель Э. Статистика экстремальных значений.— М.: Мир, 1965.
6. Блок А. А., Ванюшев Б. В., Болков А. В. и др. Устройство автоматической записи матриц голограмм цифровых данных // Автометрия.— 1984.— № 3.
7. Ванюшев Б. В., Волков А. В., Гибин И. С. и др. Устройство хранения и считывания цифровых данных в голографической системе архивной памяти // Там же.

Поступило в редакцию 5 октября 1988 г.

УДК 681.327.68 : 778.38

Б. В. ВАНЮШЕВ
(Новосибирск)

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ МИНИМУМОВ МОЩНОСТЕЙ ИЗОБРАЖЕНИЙ «1» В ГОЛОГРАФИЧЕСКИХ ЗУ

В работе [1] предложен новый подход к расчету достоверности считывания информации в голографических ЗУ на основе асимптотической теории экстремальных порядковых статистик [2, 3]. Исследованы распределения максимума и минимума мощностей оптических «0» и «1» в восстановленных изображениях голограмм. Показано, что к распределению минимума мощностей оптической «1» не применима теория для независимых одинаково распределенных (НОР) случайных величин.

Цель данного сообщения — рассмотреть распределение минимума мощностей оптической «1» в восстановленных изображениях голограмм с учетом нарушения условия независимости и одинаковости распределенности случайных величин.

При считывании голограмм мощности оптических «1» в восстановленном изображении (странице данных) образуют массив случайных величин X_1, X_2, \dots, X_n объемом n , где n — количество оптических «1» в голограмме (или нескольких голограммах) [1]. Нарушение условия НОР в массиве оптических «1» вызвано, по-видимому, коррелированностью величин X_1, X_2, \dots, X_n в странице данных, неравномерностью записываемого и восстанавливаемого пучков лазера, неравномерностью светопропускания транспаранта с записываемой информацией, разным уровнем голографических шумов в центре и по краям изображения [4] и т. д.

Можно предположить, что в странице данных восстановленного изображения голограммы в массиве величин X_1, X_2, \dots, X_n коррелированность мощностей X_i и X_j для i -й и j -й оптических «1» тем меньше, чем дальше (пространственно) друг от друга они отстоят. При достаточном удалении оптических «1» друг от друга их

мощности можно считать почти независимыми. Это условие «почти независимости» соответствует условиям модели E_n -последовательностей случайных величин [3], наиболее подходящей к нашей задаче. Предположения в этой модели сделаны в общем виде, и в ней не требуется накладывать математические условия, которые невозможно проверить. Крайне важное значение имеет отсутствие в этой модели требования одинаковой распределенности случайных величин.

В [3] для распределения минимума W_n случайной величины, удовлетворяющей условиям E_n -последовательностей, приводится предельная функция распределения

$$\lim P(W_n < x_n) = 1 - e^{-A}, \quad (1)$$

где x_n — такая числовая последовательность, что при $n \rightarrow \infty$ выполняется условие

$$\sum_{j=1}^n F_j(x_n) \rightarrow A \quad (0 < A < \infty). \quad (2)$$

Заметим, что $F_j(x_n)$ в нашем случае соответствует функции распределения интенсивности j -й «1» ($1 \leq j \leq n$). Если оценивать эту функцию через частотность, то входящая в условие (2) сумма $\sum_{j=1}^n F_j(x_n)$ может быть определена по массиву из N_r

голограмм, исходя из равенства

$$\sum_{j=1}^n F_j(x_n) = \frac{1}{N_r} \sum_{j=1}^n v_j(x_n), \quad (3)$$

где $v_j(x_n)$ — количество значений мощностей X_j для j -й «1», удовлетворяющих условию $X_j < x_n$. Тогда значение $\sum_{j=1}^n v_j(x_n)$ равно общему количеству «1», у которых мощности меньше заданного значения x_n .

Вводя для переменной $z = (p/\bar{p})^{1/2}$ нормированную величину

$$t = (z - 1)/V, \quad (4)$$

переходим к приведенной переменной t_n для распределения минимума случайной величины t :

$$t_n = -1/V + d_{nt}t, \quad (5)$$

здесь p и \bar{p} — мощность и математическое ожидание мощности оптической «1» в исходном массиве; $V = \sigma/\bar{p}$; σ — среднее квадратическое отклонение мощности p оптических «1» в исходном массиве; d_{nt} — константа. Принимая в качестве числовой последовательности x_n переменную t_n , условие (2) запишем в виде

$$\sum_{j=1}^n F_j(t_n) = \sum_{j=1}^n F_j(-1/V + d_{nt}t) \rightarrow A = f(t). \quad (6)$$

В табл. 1 приведены экспериментальные значения суммы $\sum_{j=1}^n F_j(t_n)$ для левого «хвоста» исходного распределения и объема выборки $n \approx 2500$, обеспечиваемого группировкой по пять голограмм (каждая голограмма содержит примерно 500 «1»). Количество групп равно 100 и соответствует величине $N_r = 100$ в выражении (3). В эксперименте использован типичный массив голограмм, полученный с помощью устройства [5] и имеющий параметр $V \approx 0,2367$. На основании данных табл. 1 определяется вид функции $A = f(t)$. Используя из табл. 1 значения

$\sum_{j=1}^n F_j(t_n)$ и соответствующие им величины аргумента t_n , из формулы (5) вычисляем аргумент t . При вычислениях по формуле (5) нам неизвестно значение d_{nt} . Поступаем следующим образом. Задаем в (5) произвольное значение t , например $t = 1$. Для среднего значения $\sum_{j=1}^n F_j(t) = 0,85$ из табл. 1 определяем из равенства (5) величину $d_{nt} \approx \approx 2,12867$. Затем, используя это

Таблица 1

Таблица 2

$\sum_{j=1}^n F_j(t_n)$	t_n	$t = \frac{1/V + t_n}{d_{nt}}$	$\sum_{j=1}^n F_j(t_n)$
4,78	-1,73465	0,94687	0,27
3,93	-1,79770	0,96362	0,41
3,27	-1,85619	0,98131	0,61
2,06	-1,96151	1,00000	0,85
1,65	-2,00917	1,04981	1,23
1,23	-2,05393	1,04083	1,65
0,85	-2,09609	1,06322	2,06
0,61	-2,13588	1,11270	3,27
0,41	-2,17352		
0,27	-2,20919		
0,10	-2,24307		

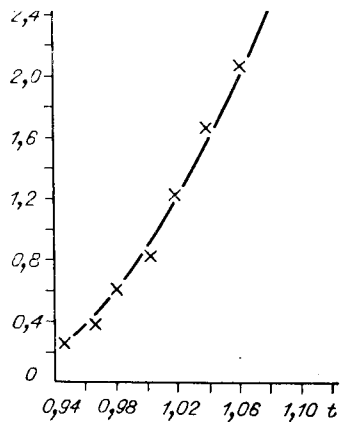


Рис. 1

$A = f(t)$ нанесены на рис. 1. Аппроксимируем зависимость $A = f(t)$ по методу наименьших квадратов многочленом

$$A = at^2 + bt + c. \quad (7)$$

В результате

$$A = 56,87136t^2 - 98,81301t + 42,83058. \quad (8)$$

График уравнения (8) изображен на рис. 1.

Из выражения (1) с учетом (7) следует

$$P[W_n < (-1/V + d_{nt})] = 1 - \exp[-(at^2 + bt + c)], \quad (9)$$

где W_n — минимальное значение случайной величины t . Для переменной $z = (p/\bar{p})^{1/2}$ равенство (9) переписывается в виде

$$P(W_n < d_{nt}Vz) = 1 - \exp[-(az^2 + bz + c)] \quad (10)$$

(W_n — минимальное значение случайной величины z).

Экспериментальные результаты. Сравнение теоретического (10) и экспериментального распределений минимума мощности «1» проводилось на основе «вероятностной бумаги» [2], которая получена с учетом функции распределения (10). Запишем (10) в более удобном виде:

$$P(W_n < z^1) = 1 - \exp\left\{-\left[a\left(\frac{z^1}{Vd_{nt}}\right)^2 + b\frac{z^1}{Vd_{nt}} + c\right]\right\}, \quad (11)$$

где $z^1 = (p_1/\bar{p})^{1/2}$; p_1 — минимальная мощность оптической «1» в выборке объема n . Для сравнения использован тот же массив голограмм, для которого были получены табл. 1 и 2. В этом случае в качестве d_{nt} может быть взята ранее определенная величина $d_{nt} \approx 2,12867$, а коэффициентам a, b, c соответствуют коэффициенты уравнения (8). Обычно принято изображать функцию $\Pi(z^1) = 1 - P(W_n < z^1)$. После логарифмирования (11) приведенная переменная y , в качестве которой принимаем значение

$$y = z^1/Vd_{nt}, \quad (12)$$

находится из выражения

$$y = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4a[c + \ln \Pi(z^1)]}}{2a} = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4a\left[c + \ln \frac{m}{N+1}\right]}}{2a}, \quad (13)$$

где N — количество значений экстремумов z^1 , представленных на «вероятностной бумаге»; m — порядковые номера экстремумов z^1 , упорядоченных в порядке убывания их величины. Принятый ранее при получении табл. 1 и 2 объем выборки $n \approx 2500$ обеспечивался группировкой по пять голограмм. Для 83 групп в каждой из голограмм в группе определялось значение $z = (p_1/\bar{p})^{1/2}$ (p_1 — минимальная мощность оптической «1» в голограмме) и из пяти значений выбиралось наименьшее, обозначаемое как z^1 . Величины z^1 наносятся на «вероятностной бумаге» (рис. 2) как ординаты точек, которым соответствуют абсциссы на шкале приведенной переменной y , определяемые по формуле (13). Параллельно шкале y нанесена шкала вероятностей $\Pi(z^1) = m/(N+1)$. Экспериментальным значениям z^1 на рис. 2 соответствует график 1. Через точки графика 1 проведена штриховой линией прямая 2, отражающая, исходя из равенства (12), уравнение прямой:

$$z^1 = yVd_{nt}. \quad (14)$$

Как видно из рис. 2, точки графика 1 почти идеально лежат на прямой 2, что свидетельствует о хорошем соответствии теоретической (11) и эмпирической функций распределения. Ясно видно, что не требуется даже построения контрольных зон, как это делалось в [1]. На рис. 2 также проведена теоретическая прямая 3, соответствующая уравнению (14). Совпадение прямой 3 с графиком 1 хорошее.

Заключение. В работе показано, что исходный массив оптических «1» в восстановленном изображении голограммы удовлетворяет условиям E_n -последовательно-

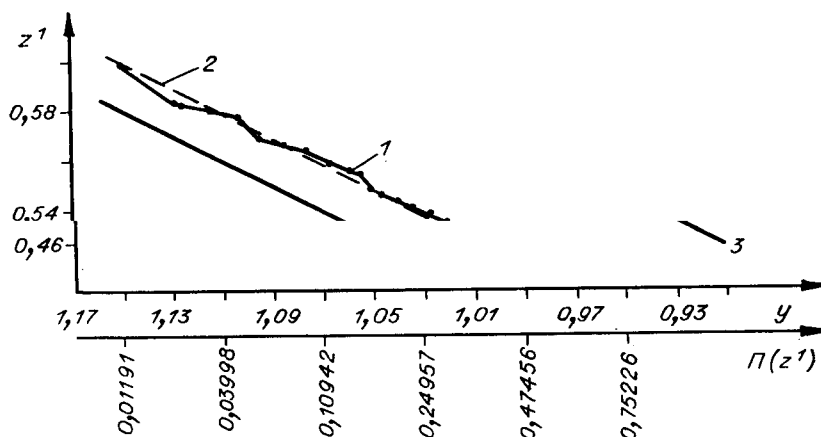


Рис. 2

стей случайных величин. На основе модели E_n -последовательностей найден вид функции распределения минимума мощностей оптической «1».

Методика расчета достоверности считывания информации в голографических ЗУ на основе предложенного подхода будет дана в последующих работах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ванюшев Б. В. Экстремальные распределения мощностей восстановленных изображений в голографических ЗУ // Автометрия.— 1989.— № 4.
2. Гумбель Э. Статистика экстремальных значений.— М.: Мир, 1965.
3. Галамбош Я. Асимптотическая теория экстремальных порядковых статистик.— М.: Наука, 1984.
4. Домбровский В. А. Статистика перекрестных помех голограмм в ГЗУ // Автометрия.— 1987.— № 5.
5. Блок А. А., Ванюшев Б. В., Волков А. В. и др. Устройство автоматической записи матриц голограмм цифровых данных // Автометрия.— 1984.— № 3.

Поступило в редакцию 5 октября 1988 г.