

## ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ НОВЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ФОТОНИКИ

УДК 535.375

А. В. ГАЙНЕР, Г. И. СУРДУТОВИЧ  
(Новосибирск)

### ОПТИЧЕСКАЯ БИСТАБИЛЬНОСТЬ В РАСПРЕДЕЛЕННЫХ СИСТЕМАХ (НОВЫЕ РЕЖИМЫ И МЕХАНИЗМЫ)

**Введение.** Оптическая бистабильность в стационарном режиме может быть определена как наличие двух устойчивых состояний системы при фиксированном входном сигнале (для пассивных систем) или фиксированных внутренних параметрах (для активных систем). Интерес к бистабильным оптическим системам связан с возможным использованием их для оптической обработки информации, особенно с учетом реализации сверхбыстрых переключений. Изложим здесь общий подход для нахождения стационарных состояний в системах с произвольной амплитудной и фазовой нелинейностями и исследуем вопрос об устойчивости этих состояний. Данный подход позволил получить критерии возникновения бистабильности в пассивных системах в общем случае. Показана возможность наблюдения бистабильности в резонаторных системах абсорбционного типа как с суперлинейными (просветляющимися), так и с сублинейными (затемняющимися) элементами. Сформулирован универсальный наглядный критерий устойчивости стационарных состояний в бездисперсионных системах с произвольного вида нелинейностями. Для распределенных (по координате распространения излучения) систем в ситуациях с двумя устойчивыми стационарными состояниями показана возможность существования режима стационарных устойчивых или практически устойчивых (с экспоненциально малым инкрементом неустойчивости) импульсов почти прямоугольной формы (квасисолитонов). Квасисолитонные режимы удалось зарегистрировать как в пассивных, так и в активных бистабильных системах. Предсказан новый тип безрезонаторной бистабильности в нелинейных средах с определенного вида динамическими характеристиками при импульсно-периодическом воздействии.

Рассматривается простейший вариант распределенной бистабильной системы — кольцевой резонатор с помещенной внутрь него нелинейной средой (рис. 1). Обычный подход к исследованию такой ситуации состоит в решении внутри резонатора волнового уравнения для поля  $\mathcal{E}$  с несущей частотой  $\omega_0$  вместе с материальными уравнениями среды и граничными условиями на входе резонатора

$$\mathcal{E}(0, t) = R\mathcal{E}\left(L, t - \frac{l-L}{c}\right) + \mathcal{E}_i, \quad (1)$$

где  $\mathcal{E}_i = \kappa\mathcal{E}_{\text{вх}}$  ( $\kappa$  — коэффициент пропускания входного зеркала). При таком подходе задача о распространении поля в среде и динамика поля за большие по сравнению с временем обхода резонатора времена рассматриваются одновременно, что нередко делает расчеты необычайно громоздкими. Здесь воспользуемся другим эквивалентным подходом —

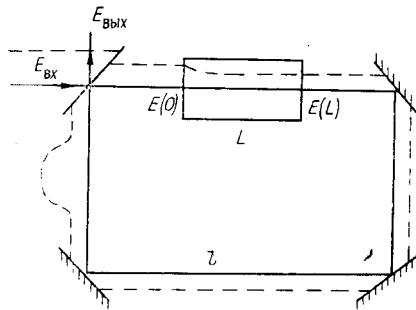


Рис. 1. Кольцевой резонатор с нелинейным элементом и постоянным внешним сигналом  $E_{вх}$ : штриховая линия показывает распределение поля внутри резонатора

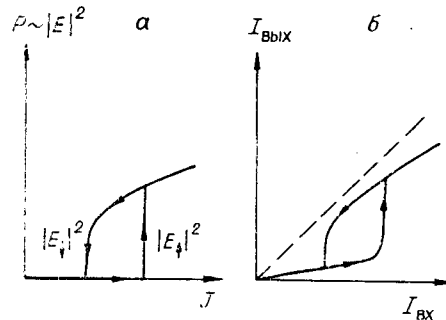


Рис. 2. Зависимости мощности генерации лазера  $P$  от усиления (тока разряда  $J$  в активной части) (а) и выходной интенсивности  $I_{ввых}$  от интенсивности входного сигнала  $I_{вх}$  интерферометра Фабри — Перо с пассивным нелинейным элементом (б)

методом отображений Пуанкаре. При этом подходе выбирается какая-либо точка внутри резонатора, например сразу же за входным зеркалом, и рассматриваются значения поля только в моменты времени, разделенные интервалом  $T$  (время обхода резонатора). Произвольность выбора начального момента времени может быть описана при таком преобразовании параметром  $\tau$  ( $0 < \tau < T$ ). Отличающийся параметром  $\tau$  набор отображений Пуанкаре позволяет в принципе описывать не только «грубое» за большие по сравнению с  $T$  времена поведение системы, но и ее динамику за малые времена.

Из (1) можно получить закон отображений Пуанкаре для амплитуды огибающей поля ( $\mathcal{E} = Ee^{i\omega_0 t}$ )

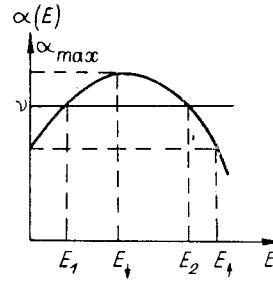
$$E_{n+1}(\tau) = E_n(\tau) k_r(E_n(\tau)) \exp(i\varphi_r(\tau)) + E_i(\tau, t), \quad (2)$$

где  $n$  — номер обхода резонатора,  $0 < \tau < T$ . Это же преобразование можно рассматривать и при  $-\infty < \tau < \infty$ , но тогда физический смысл будут иметь только те решения, для которых выполнено условие типа «перевброса»  $E_n(T + \tau) = E_{n+1}(\tau)$ ;  $k_r$  и  $\varphi_r$  — амплитудный коэффициент ослабления и набег фазы при однократном обходе резонатора. Это уравнение справедливо, строго говоря, только для безынерционной среды, когда  $k_r$ ,  $\varphi_r$  зависят только от амплитуды поля  $E_n(\tau)$  в данный момент времени. В общем случае вместо  $k_r(E_n(\tau))$  нужно написать интегральный оператор, представляющий собой свертку нелинейных восприимчивостей с амплитудами поля в разные моменты времени, либо считать  $k_r$  зависящим от дополнительного параметра, который также зависит от времени. Оба эти варианта рассмотрим далее в случае слабой дисперсии и в модели двухуровневой среды.

**1. Стационарная бистабильность: критерии возникновения и неустойчивости.** Оптическая бистабильность в активных системах (лазерах) была обнаружена еще в 60-х годах Лашером и др. [1] в двухсекционном полупроводниковом лазере и Лисицыным и Чеботаевым [2] в He—Ne-лазере с нелинейным поглощением. В [2] бистабильность мощности генерации лазера наблюдалась при изменении потерь резонатора, усиления (тока разряда) и частоты резонатора. Картина токового гистерезиса приведена на рис. 2, а. В пассивных оптических системах бистабильность впервые была исследована в эксперименте Мак-Колла и др. [3] при пропускании резонансного луча через резонатор Фабри — Перо, заполненный невозбужденными парами натрия. Характерная бистабильная зависимость выходной мощности приведена на рис. 2, б. Несмотря на то, что активные системы демонстрируют, вообще говоря, гораздо большее разнообразие различных режимов по сравнению с пассивными, для довольно широкого класса лазеров с не слишком инерционными средами (например, газовые лазеры) критерий возникновения бистаб-

Рис. 3. Зависимость эффективного коэффициента усиления  $\alpha(E)$  от поля:

прямая  $\nu$  определяет уровень потерь; точка  $E_1$  неустойчивая,  $E_2$  устойчивая



бильности (порог гистерезиса) можно записать в универсальной форме [4]. Наличие области бистабильности на рис. 2, а связано с немонотонной зависимостью эффективного коэффициента усиления  $\alpha$  от поля. Простейший вариант такой зависимости показан на рис. 3. При изменении потерь (которые обычно от поля не зависят) нахождение системы в одном из двух устойчивых состояний  $E = 0$  или  $E = E_2$  определяется предысторией: при уменьшении потерь, т. е. опускании линии усиления вниз, генерация возникает скачком  $E = E_1$  при  $\alpha(0) = \nu$ , а при обратном движении срывается в точке  $\alpha_{\max} = \nu$  (ср. рис. 2). Порог гистерезиса связан с наличием «немонотонности кривой  $\alpha(E)$ , т. е. определяется из условий  $\alpha(0) = \alpha_{\max} = \frac{\partial \alpha}{\partial E} \Big|_{E=0} = 0$ . Например, для однородно уширенных линий усиления и поглощения  $\alpha_i = \eta_i(1 + \beta_i E^2)^{-1}$  (значения  $i = 1, 2$  соответствуют активной и пассивной частям лазера), отсюда немедленно получаем минимальные пороговые значения ненасыщенных коэффициентов усиления и поглощения:  $\eta_1^{(кр)}$  и  $\eta_2^{(кр)}$ , выраженных через параметры насыщения  $\beta_1$  и  $\beta_2$  \*:

$$\eta_1^{(кр)} = \frac{\beta_2}{\beta_2 - \beta_1}; \quad \eta_2^{(кр)} = \frac{\beta_1}{\beta_2 - \beta_1}. \quad (3)$$

Таким образом, необходимым условием возникновения бистабильности является присутствие более легко насыщающегося поглотителя с  $\beta_2 > \beta_1$ .

Формальным различием кривых на рис. 2, а, б является число (одно или два) ненулевых стационарных состояний. Более сложная, чем на рис. 3, зависимость коэффициента  $\alpha(E)$  от поля может обеспечить наличие двух ненулевых стационарных состояний также и в активном варианте оптической системы \*\*.

1.1. *Пассивные системы.* Для получения критерия бистабильности таких систем в стационарном режиме можно было бы воспользоваться граничным условием (1), опустив в нем зависимость от времени. Оказывается, однако, более удобным использовать преобразование (2), в котором нужно опустить зависимость от  $\tau$  и положить  $E_n = E_{n+1} = \tilde{E}$ . Приняв фазу внешнего сигнала равной нулю, запишем  $\tilde{E} = E e^{i\varphi}$ , где  $\varphi$  — сдвиг фазы внутри резонатора относительно внешнего сигнала. Зависящий от интенсивности коэффициент ослабления поля  $k_r(E)$  и набег фазы  $\varphi_r(E)$  являются наиболее общими характеристиками всей кольцевой системы. Исключая фазу  $\varphi$ , получаем уравнение на амплитуду поля  $E$  внутри резонатора:

$$E_i = E \sqrt{1 - 2k_r(E) \cos \varphi_r(E) + k_r^2(E)}, \quad E_i = \kappa E_{вх}. \quad (4)$$

Выражение (4) по форме совпадает с формулой нелинейного интерферометра, с тем, однако, существенным обобщением, что фазовая и амплитудная зависимость коэффициента ослабления поля  $k_r(E)$  и набег фазы  $\varphi_r(E)$  являются наиболее общими характеристиками всей кольцевой системы.

\* Ввиду малости поля на пороге гистерезиса этот критерий фактически универсален.

\*\* Подобная бистабильность была реализована в  $\text{CO}_2$ -лазере с нелинейным поглощением [5].

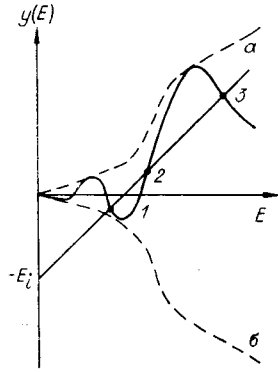


Рис. 4. Графическое решение уравнения (4') при амплитудной и фазовой нелинейностях произвольного вида: штриховые линии — кривые  $y(E)$  в случае чисто амплитудной нелинейности в условиях точного резонанса (а) и антирезонанса ( $\varphi_r \equiv \pi$ ) (б)

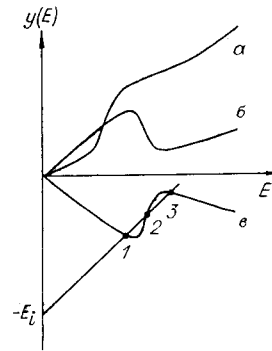


Рис. 5. Графики  $y(E)$  абсорбционного суперлинейного (а), сублинейного (б) элементов в точном резонансе ( $\varphi_r \equiv 0$ ) и характеристика этого сублинейного элемента при отрицательной обратной связи ( $\varphi_r \equiv \pi$ ) (в)

литудная нелинейности считаются произвольными функциями поля. Поэтому (4) является теперь уравнением для нахождения амплитуды поля  $E$ . Оказывается удобным графический анализ этого уравнения, записанного в форме

$$E - E_i = E \left( 1 - \sqrt{1 - 2k_r \cos \varphi_r + k_r^2} \right) \equiv y(E), \quad (4')$$

поскольку график правой части (4') при любом виде фазовой нелинейности  $\varphi_r$  лежит всегда между граничными кривыми, соответствующими чисто амплитудной нелинейности с положительной и отрицательной обратной связью:  $\varphi_r = 0$  или  $\pi$  (рис. 4). Как видно из рисунка, возможность возникновения бистабильности определяется наличием на кривой  $y(E)$  участков, где  $\left| \frac{\partial y}{\partial E} \right| > 1$ . Как увидим далее, и в общем случае устойчивость стационарных решений определяется величиной производной  $\frac{\partial y}{\partial E}$  в точках, как и в случае чисто абсорбционной бистабильности.

Из (4) находим область бистабильности  $\frac{\partial E_i}{\partial E} < 0$ :

$$1 - 2k_r \cos \varphi_r + k_r^2 + (k_r - \cos \varphi_r) E \frac{\partial k_r}{\partial E} + (k_r \sin \varphi_r) E \frac{\partial \varphi_r}{\partial E} < 0. \quad (5)$$

Рассмотрим предельные случаи этого критерия.

А. Адсорбционная нелинейность при точном резонансе:  $\varphi_r \equiv 0$ . Тогда условие (5) принимает вид

$$\frac{\partial E(L)}{\partial E(0)} > \frac{1}{R}. \quad (6)$$

Б. Адсорбционная нелинейность с расстройкой от резонанса:  $\varphi_r = \varphi_0$ . При положительной обратной связи  $\cos \varphi_0 - k_r > 0$

$$R \frac{\partial E(L)}{\partial E(0)} > 1 + \frac{(1 + k_r)(1 - \cos \varphi_0)}{\cos \varphi_0 - k_r}. \quad (7)$$

При отрицательной обратной связи  $\cos \varphi_0 - k_r < 0$  знак неравенства в (7) меняется на противоположный. Требующиеся характеристики для наблюдения бистабильности при положительной и отрицательной обратной связи приведены на рис. 5, а, б.

В. Чисто фазовая нелинейность:  $k_r = 0$ . Из анализа (5) следует, что при заданной зависимости производной  $\varphi_r'$  наиболее благоприятные условия для возникновения бистабильности получаются при выполнении

равенства  $\operatorname{tg} \varphi_r = -\frac{E}{2} \varphi_r'$ , которое всегда может быть обеспечено подбором  $\varphi_0$ , т. е. длины резонатора. В таком случае критерий (5) в экстремальной точке функции  $E\varphi_r'$  принимает вид

$$E\varphi_r' > \frac{1}{k_r} - k_r \text{ при } \operatorname{tg} \varphi_r = -\frac{1}{2} E\varphi_r'. \quad (8)$$

Остановимся коротко на вопросе устойчивости стационарных решений. В нестационарном случае выражение (2) принимает вид

$$E_{n+1}e^{i\varphi_{n+1}} = E_n e^{i\varphi_n} k_r e^{i\varphi_r} + E_i. \quad (9)$$

Отсюда получаем систему уравнений, связывающих приращения амплитуды  $\Delta E$  и фазы  $\Delta\varphi$  на  $n$ -м и  $n+1$ -м обходе:

$$\begin{aligned} \Delta E_{n+1} - \Delta E_n = & \left[ E \left( \frac{\partial k_r}{\partial E} \cos \varphi_r - k_r \frac{\partial \varphi_r}{\partial E} \sin \varphi_r \right) + k_r \cos \varphi_r - 1 \right] \Delta E_n - \\ & - (E k_r \sin \varphi_r) \Delta \varphi_n; \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \Delta \varphi_{n+1} - \Delta \varphi_n = & \left( \frac{\partial k_r}{\partial E} \sin \varphi_r + k_r \frac{\partial \varphi_r}{\partial E} \cos \varphi_r + \frac{k_r}{E} \sin \varphi_r \right) \Delta E_n + \\ & + (k_r \cos \varphi_r - 1) \Delta \varphi_n. \end{aligned}$$

Вводя связь между приращениями амплитуды и фазы при смежных обходах  $1 + \lambda$  и приравнявая нулю детерминант уравнения (10), находим условие устойчивости  $-2 < \lambda < 0$  преобразования Пуанкаре (9) в виде

$$1 - 2k_r \cos \varphi_r + k_r^2 + E k_r \frac{\partial k_r}{\partial E} + E \left( k_r \frac{\partial \varphi_r}{\partial E} \sin \varphi_r - \frac{\partial k_r}{\partial E} \cos \varphi_r \right) > 0; \quad (11a)$$

$$2(1 - k_r \cos \varphi_r) + E \left( k_r \frac{\partial \varphi_r}{\partial E} \sin \varphi_r - \frac{\partial k_r}{\partial E} \cos \varphi_r \right) > 0 \quad (11b)$$

(критерий  $\lambda < 0$ ) и еще дополнительный критерий ( $\lambda > -2$ )

$$1 + 2k_r \cos \varphi_r + k_r^2 + E k_r \frac{\partial k_r}{\partial E} + E \left( -k_r \frac{\partial \varphi_r}{\partial E} \sin \varphi_r + \frac{\partial k_r}{\partial E} \cos \varphi_r \right) > 0; \quad (12a)$$

$$2(1 + k_r \cos \varphi_r) + E \left( -k_r \frac{\partial \varphi_r}{\partial E} \sin \varphi_r + \frac{\partial k_r}{\partial E} \cos \varphi_r \right) > 0. \quad (12b)$$

Подчеркнем, что из двух «дублетных» условий устойчивости (11) и (12) при переходе к пределу высокодобротного резонатора (приближение среднего поля)  $|\lambda| \rightarrow 0$ , так что условие (12) выполняется всегда. Иначе говоря, оно связано именно с дискретным характером отображения (9) и неустойчивость «дискретного» типа исчезает при переходе в (9) к дифференциальному уравнению с производными  $\frac{\partial E}{\partial t}$  и  $\frac{\partial \varphi}{\partial t}$  ( $t = nT$ ). Что касается «дублетных» условий (11), то (11a) в точности совпадает с обратным условием (5), т. е. с отсутствием бистабильности. Условие (11b) отличается от первого дополнительным слагаемым  $1 - k_r^2 - E k_r \frac{\partial k_r}{\partial E}$ , которое строго больше нуля в случаях чисто фазовой нелинейности  $\varphi_r' \neq 0$ ,  $\frac{\partial k_r}{\partial E} = 0$  в отсутствие генерации  $k_r < 1$ , а также является следствием первого и при чисто амплитудной нелинейности в точном резонансе. В этих случаях сам вид пересечения кривой  $y(E)$  с прямой  $E - E_i$  (см. рис. 4) сразу же отвечает на вопрос об устойчивости (все точки (1—3), в которых производная  $\frac{\partial y}{\partial E} < 1$ , т. е. кривая  $y$  пересекает прямую «снизу вверх», неустойчивы, пересечение типа «сверху вниз» означает устойчивость точки). В общем случае произвольных амплитудной и фазовой нелинейностей при наличии участков кривой с падением

поглощения  $\frac{\partial k_r}{\partial E} < 0$  условие (11б) может стать определяющим. Итак, в случае произвольных безынерционных амплитудных и фазовых нелинейностей для достаточно добротного резонатора согласно рис. 4 можно решить вопрос об устойчивости стационарных точек сразу либо после дополнительной проверки по критерию (11б). Учет дискретности отображения (9) для не слишком добротного резонатора сводится к необходимости построения еще одного рисунка типа рис. 4 с заменой  $\varphi_r$  на  $\varphi_r + \pi$  и дополнительного рассмотрения, учитывающего условия (12).

Учет дисперсии (конечности времени релаксации) вначале всегда приводит к ухудшению условий устойчивости, хотя в противоположном пределе очень большой инерционности системы условия устойчивости могут снова улучшиться по сравнению с безынерционным пределом.

В наиболее широко известном пределе инерционной керровской нелинейности отображение (9) необходимо дополнить временным уравнением

$$\tau \frac{d\varphi_r}{dt} = \varphi_r - \varphi_0 + |E_n|^2. \quad (13)$$

С учетом  $\tau \neq 0$  условие (11а) сохраняет свой вид, а второе условие дублета принимает форму

$$\begin{aligned} & \gamma^2 (1 - k_r \cos \varphi_r) (1 - 2k_r \cos \varphi_r + k_r^2) + \gamma [2(1 - k_r \cos \varphi_r)^2 + \\ & + E^2 k_r \sin \varphi_r (1 - 2k_r \cos \varphi_r)] + 1 - k_r \cos \varphi_r + E^2 k_r \sin \varphi_r > 0, \quad \gamma = \tau/T. \end{aligned} \quad (14)$$

Нетрудно убедиться, что при конечных  $\gamma$  это условие может сделать систему неустойчивой, даже если при  $\gamma = 0$  условия устойчивости выполнялись. В пределе  $\gamma \rightarrow \infty$  критерий (14) выполнен всегда.

В случае конкретных механизмов амплитудной и фазовой нелинейностей (например, двухуровневой модели нелинейной среды, керровского механизма нелинейности), определенных моделей дисперсии системы, а также в известных предельных случаях приближения среднего поля в резонаторе результаты нашего анализа совпадают с известными результатами (см. возникновение неустойчивостей в модели фазовой нелинейности с учетом конечного времени релаксации среды [6, 7] и различные варианты неустойчивости в рамках двухуровневой модели среды, приведенные в [8]). В нашем анализе вопрос об устойчивости стационарных состояний сводится фактически к рассмотрению возможности появления бистабильных областей. Это избавляет от необходимости проводить анализ на устойчивость в каждой конкретной модели среды заново. Существенно также и то, что удается четко разграничить неустойчивости, связанные с дискретностью преобразования [9], с теми, которые остаются при переходе к пределу высокодобротного резонатора, т. е. связаны только с характеристиками среды. Не касаясь вопроса о хаотических режимах, все известные в настоящее время переходные явления, связанные с неустойчивостями в бистабильных системах, можно разделить на два класса. Это, во-первых, регенеративные пульсации Мак-Колла, связанные с наличием в системе различного знака нелинейностей с различными временами, что приводит к неустойчивости системы и переходом ее из одного стабильного (по отношению только к одной нелинейности) состояния в другое (отметим, что такой режим очень напоминает режим мультивибратора в активной системе). Во-вторых, это осцилляционный режим Икеды, возникающий вследствие неустойчивости стационарных состояний в системах с чисто фазовой нелинейностью и конечным временем релаксации среды либо в системах со смешанной нелинейностью: существенно, что в обоих случаях стационарные состояния системы являются неустойчивыми.

Покажем далее, что даже в самой простейшей бистабильной системе только с одним в отличие от варианта Мак-Колла механизмом нели-

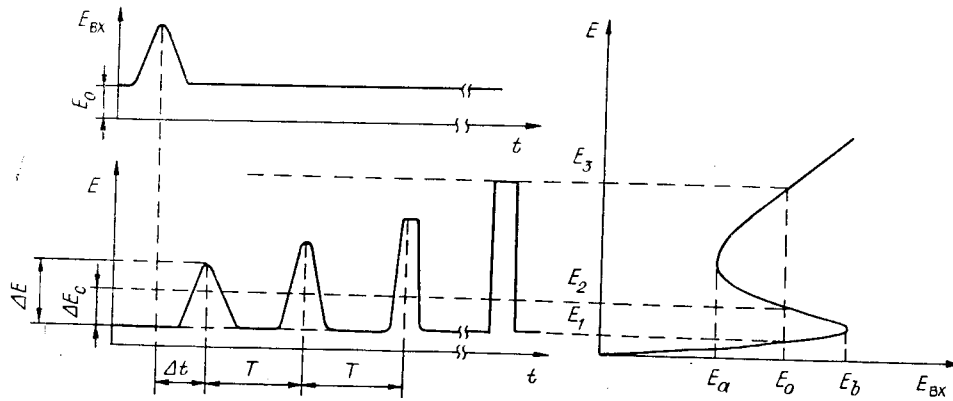


Рис. 6. Зависимость от времени амплитуды  $E_{вх}$  входного сигнала и амплитуды поля внутри резонатора при фиксированном значении стационарной входной амплитуды  $E_0$ : сдвиг  $\Delta t$  соответствует времени распространения между входом и точкой наблюдения

нейности и двумя устойчивыми (в этом разница с вариантом Икеды) состояниями возможны, если учесть свойства распределенности системы, периодически зависящие от времени стационарные или квазистационарные состояния нового типа.

**2. Квазисолитон в распределенной бистабильной системе [9].** Рассмотрим сначала систему на рис. 1 с безынерционной нелинейной средой. Пусть амплитуда стационарного внешнего сигнала обеспечивает нахождение системы в области бистабильности (рис. 6). Воспользуемся распределенностью системы, создадим такие начальные условия, чтобы амплитуда  $E$  в одних местах резонатора была больше, а в других — меньше неустойчивости решения  $E_2$ . Для безынерционной среды в отсутствие пространственной дисперсии все участки волнового фронта будут независимо друг от друга эволюционировать либо к  $E_1$ , либо к  $E_3$ . Практически подобную ситуацию можно реализовать, создав на входе системы затравочный импульс  $\Delta E$  с длительностью, меньшей времени обхода резонатора (см. рис. 6). Если входная амплитуда импульса  $\Delta E < \Delta E_c$ , то он со временем затухнет. Однако при  $\Delta E > \Delta E_c$  амплитуда импульса начнет нарастать от прохода к проходу. В итоге затравочный импульс произвольной формы, у которого амплитуда центральной части больше, а периферийных участков меньше критической, приобретет асимптотически прямоугольную форму. Подчеркнем, что в таком режиме квазипрямоугольных импульсов система ни в один из моментов времени не находится ни в каком из двух состояний:  $E_1$  или  $E_3$ , поскольку для импульса выполнение граничного условия на входе системы и процесс его взаимодействия со средой разнесены во времени (длина импульса меньше длины резонатора). Отметим еще, что режим прямоугольных импульсов является состоянием безразличного равновесия относительно возмущений, меняющих только длительность импульса или осуществляющих его трансляционный сдвиг.

Учет дисперсии системы существенно влияет на форму стационарных, т. е. воспроизводящихся от прохода к проходу, импульсов. В простейшей модели дисперсии, когда потери на частоте накачки  $\omega_0$  минимальны, так что  $k_r = k_0 - \sigma(\omega - \omega_0)^2 / (\sigma > 0)$ , в эволюционном уравнении (9) возникает дополнительный член  $\sigma \frac{\partial^2 E_n}{\partial \tau^2}$ . Для высокодобротного резонатора  $|E_{n+1} - E_n| \ll E_n$  получаем уравнение

$$\frac{\partial E}{\partial t} = E(t, \tau) \frac{k_r(E(t, \tau)) - 1}{T} + \frac{E_i}{T} + \frac{\sigma}{T} \frac{\partial^2 E}{\partial \tau^2}; \quad (15)$$

$$E(t + T, \tau) = E(t, \tau + T).$$

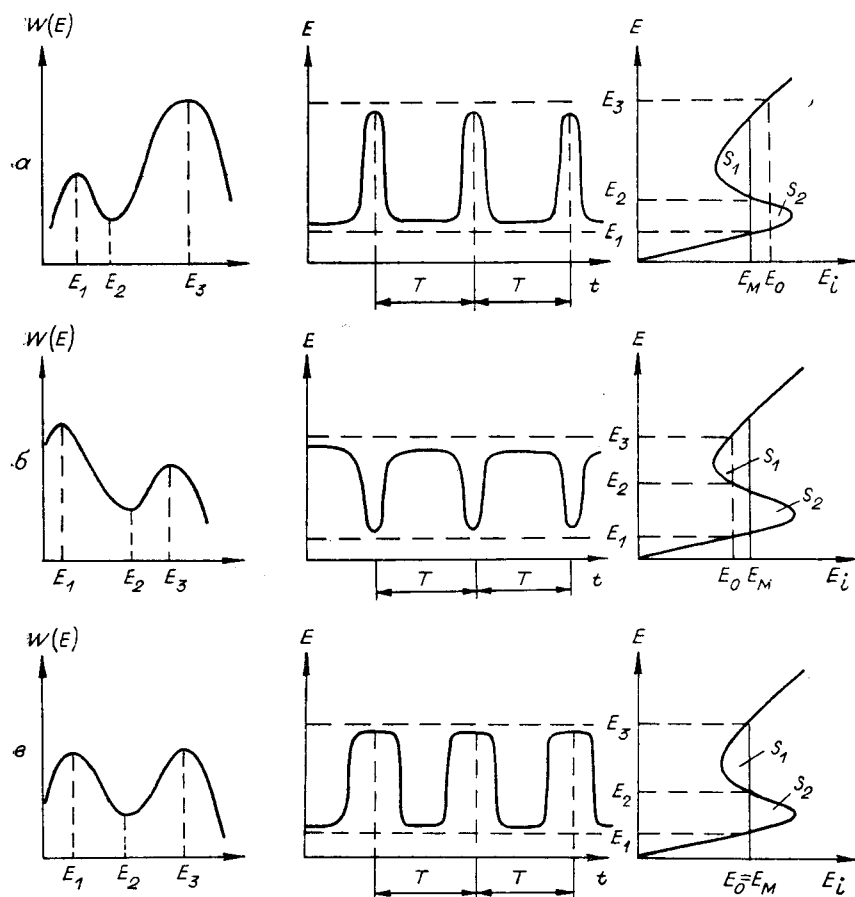


Рис. 7. Зависимость от времени поля внутри резонатора при различных значениях амплитуды стационарного входного сигнала  $E_0$ :  
 $E_0 > E_M$  — режим импульсов (а);  $E_0 < E_M$  — режим провалов (б);  $E_0 = E_M$  — меандр (в)

Это уравнение позволяет определить все стационарные состояния: как стационарные режимы  $E_1, E_2, E_3$  ( $\frac{\partial E}{\partial \tau} = 0$ ), так и режимы стационарных импульсов, форма которых дается решениями (15) при  $\frac{\partial E}{\partial t} = 0$ . Очевидно, что такое решение суть траектория классической частицы в потенциальной яме  $W(E) = \int \frac{\tilde{E}_0 + E(k_r - 1)}{T} dE$  (амплитуда  $E$  здесь играет роль координаты частицы). Условия цикличности (см. (15)) из всех возможных решений выбирают те, для которых выполнено равенство

$$2 \int_{E_-}^{E_+} \frac{dE}{\sqrt{\text{const} - W(E)}} = \frac{T}{m}, \quad (16)$$

где  $m$  — целое число;  $E_-, E_+$  — амплитуды точек поворота.

В зависимости от амплитуды входного сигнала  $E_0$  можно выделить три характерных режима (рис. 7):  $E_0 > E_M$ ,  $E_0 < E_M$ ,  $E_0 = E_M$ . Фигурирующая здесь кривая  $E_0 = E_M$  с термодинамической точки зрения не что иное, как известная кривая Максвелла в теории фазовых переходов первого рода (для активных оптических систем эта аналогия впервые была предложена в [10]), которая проводится из соображений равенства площадей  $s_1$  и  $s_2$ . Оптико-механическую аналогию рис. 7 можно исполь-



зовать только для тех решений, для которых выполнено условие (16). Поскольку частота осцилляций вблизи дна ямы велика ( $\sqrt{\sigma} \ll T$ ), то увеличением амплитуды осцилляций можно сделать период колебаний кратным  $T$ , приближаясь к точке  $E_1$  (рис. 7, а) или  $E_3$  (рис. 7, б) либо сразу к обеим (рис. 7, в). Как видно из рисунка, характер режима (импульсы, провалы или меандр) зависит от соотношения высоты горбов  $W(E_1)$  и  $W(E_3)$ .

Для решения вопроса об устойчивости стационарных состояний линеаризуем (15) относительно малых возмущений и найдем их спектр. Подобный анализ, основанный на осцилляционной теореме для стационарного уравнения Шредингера [11], был проведен в [12] для нелинейного уравнения теплопроводности (в [13] впервые доказана устойчивость решения типа фронта переключения нелинейного уравнения диффузии с одной устойчивой и одной неустойчивой точками). Такой анализ показывает, что единственными устойчивыми решениями являются монотонные решения типа фронта переключения  $E_1 \rightarrow E_3$  или  $E_3 \rightarrow E_1$ . Любое импульсное решение, опирающееся на одно из состояний  $E_1$  или  $E_3$ , будет иметь одну моду малых возмущений с инкрементом больше нуля. Оказывается, что среди всех импульсных решений особый интерес представляют состояния, сформированные из двух встречных волн переключения. Действительно, запишем уравнение (15) в системе координат, движущейся со скоростью  $v' = v_0 + v$  ( $v_0$  — фазовая скорость монохроматической волны):

$$\frac{\partial E}{\partial t} + (v' - v_0) \frac{\partial E}{\partial \tau} - \sigma \frac{\partial^2 E}{\partial \tau^2} + F(E) = 0. \quad (17)$$

Тогда стационарное решение  $E(\tau, t) = E_s(\tau)$ :  $\frac{\partial E_s}{\partial t} \equiv 0$  определится (при  $v = 0$ ) после разрешения  $E_s(\tau)$  из уравнения

$$\frac{\sigma}{2} \left( \frac{\partial E}{\partial \tau} \right)^2 + W(E) = C; \quad E(\tau) = \sqrt{\frac{\sigma}{2}} \int_{E_0}^E \frac{dE'}{\sqrt{C - W(E')}} + \tilde{E}; \quad W(E_0) = C. \quad (18)$$

Анализ на устойчивость возмущения  $E(\tau, t) - E_s(\tau) = \delta E(\tau, t)$  сводится к нахождению собственных значений «энергии» стационарного уравнения Шредингера

$$\sigma \frac{\partial^2 \psi}{\partial \tau^2} - \left( \frac{v^2}{4\sigma} + U + \lambda \right) \psi = 0, \quad (19)$$

где  $\delta E(\tau, t) = \psi(\tau) e^{-v/2\sigma + \lambda t} = \varphi(\tau) e^{\lambda t}$ . Очевидно, что «сдвиговая» мода  $\varphi(\tau) = \frac{\partial E_s(\tau)}{\partial \tau} \delta \tau$ , где  $\delta \tau$  — амплитуда сдвига, имеет собственное значение  $\lambda = 0$ . По осцилляционной теореме отсюда следует, что если малый сдвиг  $\varphi(\tau)$  имеет нули (т. е. функция  $\frac{\partial E_s}{\partial \tau} \delta \tau$  пересекается с осью  $\tau$ ), то соответствующее уровню  $\lambda = 0$  состояние не является «основным» в потенциальной яме, т. е. существует уровень с  $\lambda > 0$ . Следовательно, стационарное состояние неустойчиво. Если же малый сдвиг не имеет нулей, то состояние  $E_s(\tau)$  устойчиво. Отсюда следует, что стационарные состояния типа «фронта переключения» (доменной стенки) монотонного вида устойчивы, тогда как немонотонные импульсные решения будут неустойчивы. Из (19) также следует, что устойчивость стационарного пространственно однородного решения  $\frac{\partial E_{s(\tau)}}{\partial \tau} \equiv 0$  определяется знаком

$$\left. \frac{\partial^2 W}{\partial E^2} \right|_{E=E_s}, \quad \text{т. е.} \\ -f(E_{ss}) = - \left. \frac{\partial F}{\partial E} \right|_{E=E_{ss}} \equiv \left. \frac{\partial^2 W}{\partial E^2} \right|_{E=E_{ss}} < 0. \quad (20)$$

Из рис. 7 видно, что состояния  $E_1$  и  $E_3$  устойчивы, а  $E_2$  неустойчиво. В случае «симметричного гистерезиса» (см. рис. 7, е),  $W(E_1) = W(E_3)$ , из (18) получаем при  $F = a(x^2 - b)x$ ,  $C = ab^2/4$

$$\tau - \tau_0 = \pm \sqrt{\frac{2\sigma}{a}} \int_0^{E_0} \frac{dE'}{(E')^2 - b} = \pm \sqrt{\frac{\sigma}{2ab}} \ln \frac{\sqrt{b} - E_0}{\sqrt{b} + E_0};$$

$$E_s = \pm \sqrt{b} \operatorname{th} \sqrt{\frac{ab}{2\sigma}} (\tau - \tau_0)$$
(21)

— хорошо известную форму фронта переключения. При  $C \neq ab^2/4$  из (18) находим решение в виде эллиптического синуса Sn:

$$E_s = \pm \sqrt{b-d} \operatorname{Sn} \left( \sqrt{\frac{a(b+d)}{2\sigma}} (\tau - \tau_0), \sqrt{\frac{1 - \frac{d}{b}}{1 + \frac{d}{b}}} \right),$$
(22)

где  $d^2 = b^2 - 4C/a$ , который при  $C \rightarrow 0$  дает обычные синусоидальные колебания вблизи дна ямы (см. рис. 7, е).

Рассмотрим решения, «составленные» из двух фронтов переключения. Если ширина такого импульса велика по сравнению с характерным временем самого фронта переключения, то анализ устойчивости импульса сводится к нахождению сдвига уровней (расщеплению их) при просачивании между двумя  $\delta$ -образными ямами. Величина этого сдвига, т. е. инкремент неустойчивости «составленного решения», равна

$$\lambda \sim \exp\{-4T/\tau_\Phi\},$$
(23)

где  $\tau_\Phi = (\sigma/1 - k_r)^{1/2}$ .

В качестве второго примера рассмотрим модель инерционной двух-уровневой среды и с этой целью введем дополнительное уравнение для коэффициента ослабления амплитуды, пропорционального в данном случае разности заселенностей. В системе координат, движущейся с фазовой скоростью монохроматической волны  $v_0$ , вместо (17) имеем

$$\frac{\partial E}{\partial t} = \frac{k_r - 1}{T} E + \frac{\tilde{E}_0}{T}; \quad \frac{\partial k_r}{\partial \tau} = \gamma \left[ k_0 - \left( 1 + \frac{E^2}{E_H^2} \right) k_r \right],$$
(24)

где  $\gamma$  — скорость релаксации коэффициента поглощения;  $k_0$  — ненасыщенное усиление;  $E_H$  — насыщающее поле. Вместо (24) при  $\partial E = 0$  имеем в системе координат, движущейся со скоростью  $v_0 + v$ ,

$$v \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} + \left[ v\gamma (1 + e^{2u}) - \frac{\tilde{E}_0}{T} e^{-u} \right] \frac{\partial u}{\partial \tau} + \frac{\gamma}{T} [k_0 - 1 - e^{2u} + 2\tilde{E}_0 \operatorname{ch} u] = 0;$$

$$u = \ln E/E_H; \quad \tilde{E}_0 \rightarrow \tilde{E}_0/E_H.$$
(25)

Периодические стационарные решения возможны, только если работа сил трения за период равна нулю. Как видно из (25), этому условию всегда можно удовлетворить. Анализ на устойчивость, подобный проведенному в первом случае, показывает устойчивость только монотонных решений типа «фронта переключения» и экспоненциально малый инкремент неустойчивости импульса, составленного из двух фронтов переключения (в этом случае  $\tau_\Phi \sim \gamma^{-1}$ ).

Отметим, что полученная «неполная» устойчивость квазисолитонных импульсов не является каким-либо неотъемлемым физическим свойством системы, а связана с конкретными свойствами рассмотренных моделей дисперсии. В другой модели дисперсии можно достичь полной устойчивости импульса.

«Квазисолитонный» характер составленных импульсов связываем даже не столько с их неполной устойчивостью (при малости параметра  $\tau_\Phi/T$  может практически совершенно не проявляться), сколько с весьма

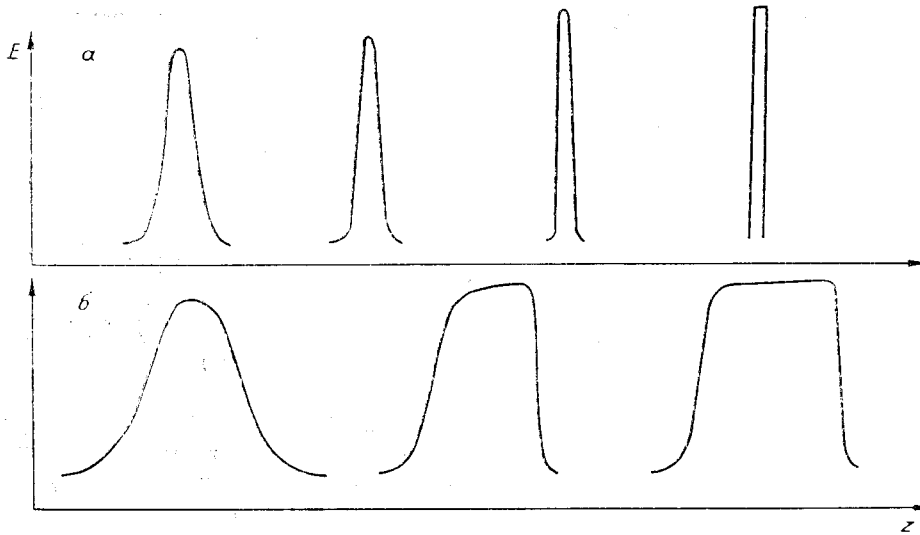


Рис. 8. Прямоуголизация плавного затравочного импульса при распространении в локально бистабильной двухуровневой среде при постоянной «подсветке» с амплитудой  $E_0$ .

Численный расчет проведен при  $\gamma = 10$  и  $E_0 = 0,99E_M$ . Заметно сужение импульса (скорость заднего фронта  $v(3 \rightarrow 1)$  больше скорости переднего фронта  $v(1 \rightarrow 3)$ ) (а). Подобный же расчет при  $E_0 = 1,003E_M$  демонстрирует уширение импульса ( $v(3 \rightarrow 1) < v(1 \rightarrow 3)$ ) (б).

заметным изменением их амплитуды и формы при распространении внутри резонатора. При полном обходе резонатора и интерференционном сложении импульса со стационарным входным сигналом его форма и амплитуда восстанавливаются.

Подчеркнем еще, что практически более существенной причиной реального прекращения квазисолитонного режима может оказаться увеличение или уменьшение их длительности из-за разницы скоростей переднего и заднего фронтов, которые определяются соотношением экстремальных значений  $W(E_1)$  и  $W(E_3)$ . При  $W(E_3) > W(E_1)$  скорость фронта  $v(E_1 \rightarrow E_3) > v(E_3 \rightarrow E_1)$  (см. рис. 7, а), т. е. передний фронт обгоняет задний и импульс будет расширяться. В случае, показанном на рис. 7, в, ситуация обратная: импульс должен сокращаться.

На рис. 8, а, б приведены результаты численного расчета эволюции формы затравочного импульса при распространении в локально бистабильной среде при «настройке» амплитуды постоянной подсветки слева (см. рис. 8, а) и справа (см. рис. 8, б) от максвелловской кривой. Заметен эффект различия скоростей формирования переднего и заднего фронтов импульса (передний фронт формируется гораздо быстрее).

Итак, для экспериментальной реализации режима квазисолитонных импульсов достаточно выполнение двух условий: система должна быть бистабильной и не слишком инерционной (слабодисперсионной). В итоге эволюционная картина импульсов не зависит от физической природы волн и приобретает универсальный характер. В оптике к настоящему времени квазисолитонный режим удалось реализовать в варианте активной системы — бистабильном инжекционном лазере с внешним резонатором [14].

Двухсекционный GaAlAs-лазер демонстрировал гистерезисный режим при определенном подборе токов в активной и пассивной частях и без внешнего резонатора. Внешний резонатор лишь незначительно менял ширину гистерезисной кривой и пороговый ток. Изучалось поведение системы под действием короткого импульса тока в активной части лазера в области бистабильности. Точковый импульс порождал первый световой импульс, после чего систему можно было рассматривать как исключительно оптическую. Для удобства регистрировался не единичный «затравочный» импульс, а последовательность таких импульсов с



Рис. 9. Зависимость амплитуды импульсов от времени в активной оптической системе — бистабильном инжекционном лазере с внешним резонатором: верхние кривые показывают зависимость от времени тока питания активной части лазера; при амплитуде первого «затравочного» светового импульса  $\Delta E < \Delta E_c$  (см. с рис. 6) возникает обычный режим затухающих импульсов (а); при  $\Delta E > \Delta E_c$  наблюдалось несколько сотен незатухающих импульсов (б)

периодом 2,2 мкс. Время обхода резонатора  $T = 6$  пс. Была четко зарегистрирован пороговый характер отклика системы на амплитуду затравочного импульса: в случае «допороговой» амплитуды импульса  $\Delta E < \Delta E_c$  (см. рис. 6) наблюдалось только несколько затухающих импульсов (рис. 9, а). Однако при превышении этого порогового значения вместо затухания наблюдалось усиление импульсов, причем в установленном режиме число наблюдаемых импульсов достигало  $3 \cdot 10^2$  (рис. 9, б). Вся эта картина имела место, только если длительность затравочного импульса  $\Delta t$  была меньше  $T$ : при  $\Delta t > T$  режим повторяющихся импульсов не возникал ни при каких затравочных амплитудах. Вся описанная картина относится к случаю, когда система первоначально находилась в нижнем (безгенерационном) состоянии. Если реализовать верхнее (генерационное) состояние системы, то вместо режима генерации импульсов можно было наблюдать характерный режим генерации провалов, имеющий также ярко выраженный пороговый характер по амплитуде и длительности затравочного импульса. Все характерные черты наблюдаемых режимов сохранялись и при изменении длины внешнего резонатора.

С точки зрения теории лазера наблюдаемые режимы соответствуют хорошо известному режиму синхронизации мод в лазере с широкой линией люминесценции малоинерционной активной среды по сравнению с полосой пропускания резонатора, однако с необычными начальными условиями: затравочный импульс вместо спонтанного излучения.

Квазисолитонные режимы были реализованы также и в акустоэлектронной системе на поверхностных волнах [15], причем как в активном, так и в пассивном варианте. В этом случае удалось также наблюдать процесс формирования квазипрямоугольного импульса (укручение фронтов).

**3. Безрезонаторная бистабильность в стационарном и нестационарном режимах.** 3.1. *Безрезонаторная бистабильность при постоянной амплитуде входного сигнала.* Покажем, что в случае чисто абсорбционного механизма нелинейности нельзя получить бистабильность в пассивной системе без обратной связи (безрезонаторной) ни при каком виде зависимости коэффициента поглощения от поля. Действительно, из уравнения для огибающей амплитуды поля в ячейке

$$\frac{\partial E(z)}{\partial z} = -\alpha(E(z))E(z), \quad \int_{E(0)}^{E(L)} \frac{dE}{\alpha(E)E} = -L \quad (26)$$

немедленно следует [16]

$$\frac{\partial E(L)}{\partial E(0)} = \frac{\alpha(E(L))E(L)}{\alpha(E(0))E(0)}. \quad (27)$$

Поскольку для получения бистабильности необходимо обеспечить обращение  $\frac{\partial E(L)}{\partial E(0)}$  в бесконечность, то это означает обращение  $\alpha(E)$  в нуль

хотя бы при одном значении амплитуды поля (возникновение усиления). В пассивной среде с произвольной амплитудной нелинейностью получить неоднозначную зависимость выходного сигнала от входного невозможно. Вывод этот верен только для стационарного однопараметрического (в данном случае амплитудного) входного сигнала. (Далее мы уточним смысл этого замечания.)

Приведем примеры безрезонаторной бистабильности в несколько более сложных моделях нелинейных сред.

А. Модель ангармонического осциллятора [17]. Поскольку нас здесь интересуют нелинейности на собственной частоте, то естественно выбрать осциллятор с кубической нелинейностью:

$$m\ddot{x} + \gamma\dot{x} + kx + \beta x^3 = e\varepsilon(xt); \quad \varepsilon = Ee^{i\omega t} + \text{кр.} \quad (28)$$

Граница области бистабильности определится из условия

$$\frac{\partial |E|^2}{\partial |x|^2} = 4m^2 \left[ \frac{3\beta^2}{4e^2 m^2 \omega^2} |x|^4 - \frac{8m\omega\beta\Delta}{e^2} |x|^2 + \Delta^2 + \gamma^2 \right], \quad (29)$$

откуда получаем условие на величину расстройки  $\Delta < 0$ ,  $\Delta^2 > 3\gamma^2$  и минимальное пороговое значение интенсивности

$$|E_{\text{пор}}|^2 = \frac{32}{3\sqrt{3}} \frac{m^2 \omega^2 \gamma^3}{e^4 \beta}. \quad (30)$$

Б. Модель двухуровневой среды с учетом локального поля [18]. Обычно поправки, связанные с учетом локального поля, либо малы по абсолютной величине (в случае газовых сред), либо легко учитываются тривиальной перенормировкой действующего поля (в случае твердотельных сред, когда вклад резонансного перехода в формирование диэлектрической проницаемости мал). Если, однако, плотность резонансных частиц не мала и поправки на локальное поле существенны, то их учет также может привести к возникновению бистабильности в отсутствие обратной связи. Запишем в этом случае уравнение для поляризации с локальным полем  $E_{\text{лок}} = E + \frac{4\pi}{3} P$ :

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \Gamma \left[ 1 + i \left( \Delta - \frac{L}{3\omega} BN \right) \right] P = \frac{L}{i4\pi} \frac{\Gamma}{\omega} BNE, \quad (31)$$

где  $L = \left( \frac{\varepsilon_0 + 2}{3} \right)^2$  — коэффициент Лоренца;  $B = 4\pi \frac{d^2 \omega_0}{3\hbar \Gamma}$  — коэффициент Эйнштейна. Решая это уравнение в балансном приближении и подставляя решение в уравнение для заселенности  $n = N/N_e$ , получаем

$$\frac{\partial n}{\partial \tau} = (1 - n) - \frac{\frac{\beta L}{2\pi} \frac{B|E|^2}{\gamma} n}{1 + \left( \Delta - \frac{LBN_e}{3\omega} n \right)^2}, \quad \tau = \gamma t. \quad (32)$$

Граница области гистерезиса определяется условием  $\frac{\partial n}{\partial \tau} = 0$ , т. е. находится из анализа кубического уравнения по  $n$ . В общем случае этот анализ может быть проведен только численно.

В. Модель «затемняющейся» среды [19]. Пусть оптические свойства среды характеризуются не просто зависящим от поля коэффициентом поглощения  $\alpha(E)$ , а данный коэффициент зависит от некоторого внутреннего параметра среды  $x$  (это может быть, например, температура или эффективная перенаселенность среды), который сам пропорционален поглощенной мощности:  $x = \eta \alpha P$ . Тогда выходная интенсивность  $P_{\text{вых}} = \rho(1 - \alpha(x))P$  ( $P = |E_{\text{вх}}|^2$ ,  $\rho$  — некоторая константа). Отсюда следует, что порог бистабильности, т. е. критерий  $\frac{\partial P_{\text{вых}}}{\partial P} = \infty$ , реализуется, только когда  $\left( \frac{\partial x}{\partial P} \right)$  обращается в бесконечность. Из определения  $x$

находим

$$\frac{\partial x}{\partial P} = \frac{\alpha \eta}{1 - \frac{x}{\alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial x}}. \quad (33)$$

Отсюда следует, что бистабильность возникает только при условии «суперлинейной» зависимости, точнее, наличия участка с такой зависимостью коэффициента поглощения  $\alpha$  от внутреннего параметра среды  $x$ :  $\frac{\partial \alpha}{\partial x} > \frac{\alpha}{x}$ .

Первым конкретным физическим механизмом, позволившим наблюдать рассмотренный тип безрезонаторной бистабильности, по-видимому, был температурный сдвиг края зоны поглощения многослойной структуры из прямозонного полупроводникового материала GaAs/GaAlAs [20, 21]. Возможны и другие механизмы, приводящие к подобному результату. С этой точки зрения рассмотренная выше модель двухуровневой среды с учетом локального поля есть частный случай механизма «затемнения» среды, приводящего к бистабильности.

Отметим еще два типа бистабильных элементов (оптических логических устройств), которые хотя формально и не являются «безрезонаторными» системами, но операционно ведут себя именно таким образом. Это полупроводниковые тонкопленочные интерферометры Фабри — Перо [22], имеющие структуру интерференционного фильтра с промежуточным слоем из полупроводникового материала ZnS или ZnSe, в котором оптическая нелинейность связана либо с температурной зависимостью показателя преломления полупроводника, либо с квантово-размерными эффектами при движении электронов и экситонов в отдельных зернах поликристаллической пленки [23]. Другой пример относится к области гибридных бистабильных устройств [24], в которых увеличение нелинейности систем достигается выводом части выходного сигнала на управляющий электрод. Одним из практически интересных вариантов создания гибридной бистабильной структуры может быть использование электрооптических логических элементов [25], позволяющих реализовать систему в интегральном исполнении. При этом времена переключения элементов могут быть не более  $\sim 10^{-8}$  с, а энергия переключения  $\sim 10^{-12}$  Дж [26].

3.2. *Новый механизм безрезонаторной бистабильности под действием импульсно-периодического возбуждения* [27]. Покажем, что под действием зависящего от времени входного сигнала можно реализовать бистабильность даже на тех средах, для которых безрезонаторная бистабильность при постоянном входном сигнале не существует. Мы увидим, что в этом случае будут важны не столько статические нелинейности среды, сколько ее динамические характеристики.

Рассмотрим периодический входной сигнал, падающий на среду, которая не проявляет никаких бистабильных свойств под действием входного сигнала постоянной амплитуды. Очевидно, что в стационарном режиме выходной сигнал также будет периодическим. Нас будут интересовать такие характеристики, как, например, максимальная или усредненная по периоду амплитуда выходного сигнала в зависимости от входной амплитуды. Можно ли обеспечить условия, когда бы эта зависимость имела неоднозначный характер? Предположим, что такая ситуация действительно реализована, так что в зависимости от предыстории при данной стационарной последовательности входных импульсов можно видеть две различные по амплитуде и в общем случае по форме последовательности периодических выходных импульсов. Тогда, очевидно, между этими двумя устойчивыми стационарными значениями амплитуды выходного сигнала должна находиться точка, соответствующая неустойчивому значению этой амплитуды. «Подстроим» амплитуду входного сигнала таким образом, чтобы выходная амплитуда соответствовала точке неустойчивости. При этом любое произвольное уменьшение или увеличение этой амплитуды переведет систему в нижнее или верхнее

Рис. 10. Временная зависимость нелинейного отклика системы  $n(t)$  на периодическую последовательность прямоугольных импульсов  $n_{in}$ :

$$\Delta t_2 = \Delta t_1, \quad \Delta t_3 = \Delta t_2' \quad (n_{in} - \text{внешний сигнал})$$

устойчивое состояние соответственно. Попробуем проиллюстрировать это утверждение графически. Фактически нужно выяснить, при какой форме отклика нелинейной системы может быть обеспечено существование постулированной выше неустойчивой точки, т. е. бистабильного режима.

Рассмотрим простейший вариант периодической последовательности — последовательность прямоугольных импульсов (рис. 10). Отклик нелинейной среды на одиночный импульс зависит главным образом от инерционности среды. Очевидно, что для последовательности импульсов амплитуда установившегося отклика будет зависеть также от амплитуды, длительности и скважности входных импульсов, в особенности если интервал между импульсами сравним с временем релаксации нелинейности среды. На рис. 10 иллюстрируется временная зависимость внутреннего параметра системы  $n$ . Это может быть концентрация носителей или, например, инверсная заселенность в случае двухуровневой среды. Любое флуктуационное изменение внутреннего параметра  $\Delta n$  (штриховая линия) можно интерпретировать как следствие флуктуационного увеличения одного из импульсов входного сигнала, например, его «предвключения» на время  $\Delta t_1$ . Связь между  $\Delta t_1$  и  $\Delta n_1$  очевидна. Тогда неустойчивость рассматриваемой точки должна проявиться в соотношении приращений:  $\Delta n_3 > \Delta n_1$ . Выражая эти приращения через производные в соответствующих точках, нетрудно получить критерий неустойчивости в виде

$$\left| \underbrace{\left( \frac{dn}{dt} \Big|_{t_1} \right)^{-1} \frac{dn}{dt} \Big|_{t_2}}_a \underbrace{\left( \frac{dn}{dt} \Big|_{t_2'} \right)^{-1} \frac{dn}{dt} \Big|_{t_3}}_b \right| > 1. \quad (34)$$

Это неравенство накладывает, очевидно, ограничения на форму отклика нелинейной среды на одиночный входной импульс прямоугольной формы. Если найти теоретически или экспериментально формы такого отклика, то можно на основании этого критерия сделать однозначный вывод о возможности или невозможности получения бистабильности с такой средой при импульсно-периодическом возбуждении. При этом, как и во всех других известных вариантах бистабильности, такая возможность существования бистабильности подразумевает еще необходимость соответствующего подбора параметров системы (в нашем случае амплитуды, длительности и скважности импульсов входного сигнала), причем последний параметр особенно важен. Ясно, что весь этот подбор параметров имеет смысл осуществлять, только если выполнен критерий (34), т. е. временной отклик среды имеет подходящую форму. Из анализа (34) нетрудно выяснить, что релаксация хотя бы одного из фронтов импульса должна быть существенно нелинейной, так как в простейшем случае линейной релаксации этот критерий никогда не выполняется. Для выполнения критерия бистабильности достаточно обеспечить наличие области «насыщающейся» релаксации при стремлении к равновесию. Иначе говоря, кривая  $n(t)$  должна иметь точку перегиба хотя бы на одном из фронтов импульса. Рассмотрим простейшую модель не-

линейной релаксации \*

$$\frac{dn}{dt} = \gamma(n_i - n) + \sigma_0(n_i - n)^2, \quad (35)$$

для которой форма отклика имеет вид

$$n(t) = n_i + \left[ 1 - \frac{n_0 - n_i - \frac{\gamma}{\sigma_0}}{n_0 - n_i} e^{\gamma t} \right]^{-1} \frac{\gamma}{\sigma_0}; \quad (36)$$

$$n_0 \equiv n|_{t=0}.$$

Из (34) следует, что при таком законе нелинейной релаксации множитель  $b$ , связанный с задним фронтом импульса, всегда может быть сделан больше единицы подбором скважности импульсов. С другой стороны, связанный с передним фронтом множитель  $a$  можно в принципе сделать сколь угодно близким к единице, увеличивая амплитуду входного импульса и уменьшая его длительность (сближая точки  $t_1$  и  $t_2$ ). Следовательно, наличие точки перегиба в отклике среды на одиночный импульс является не только необходимым, но и достаточным условием для выполнения критерия (34).

Попытка экспериментальной реализации рассмотренного типа бистабильности была предпринята в акустоэлектронной системе — слоистой структуре полупроводник — пьезоэлектрик при возбуждении поверхностных акустических волн [28]. Релаксационные процессы в подобной структуре чрезвычайно сложны, так что в одном эксперименте важны времена релаксации, отличающиеся между собой по величине на шесть порядков (от секунд до микросекунд!) [29]. Кроме того, в этих структурах существенно не только амплитудная, но и фазовая нелинейность. Тем не менее удалось обнаружить бистабильность ряда явлений (акустоэлектронное затухание, поперечная акустоэлектрическая ЭДС, сигнал свертки) при импульсно-периодическом возбуждении структур, которые не проявляли бистабильности ни при каких амплитудах стационарного входного сигнала. Уменьшение и увеличение скважности входных импульсов приводило к уменьшению и затем к полному исчезновению картины бистабильности.

Бистабильность такого рода может представлять особый интерес с точки зрения практических приложений, поскольку она позволяет получить бистабильность при использовании слабонелинейных сред, для которых в схемах с постоянным входным сигналом необходимо использовать высокочастотные резонаторы или сильные внешние поля.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Nathan M. I., Marinace J. C., Rutz R. F. e. a. GaAs injection laser with novel mode control and switching properties // J. Appl. Phys.—1965.—36.— P. 473.
2. Лисицын В. Н., Чеботаев В. П. Гистерезис и «жесткое» возбуждение в газовом лазере // Письма в ЖЭТФ.—1968.—7.— С. 3.
3. McCall S. L., Gibbs H. M., Churchill G. G., Venkatesan T. N. C. Optical transistor and bistability // Bull. Am. Phys. Soc.—1975.—20.— P. 636.
4. Казанцев А. П., Раутман С. Г., Сурдутович Г. И. Теория газового лазера с нелинейным поглощением // ЖЭТФ.—1968.—54.— С. 1409.
5. Дембовецкий В. В., Сурдутович Г. И. Гистерезисные явления в CO<sub>2</sub>-лазере с нелинейным поглощением // Лазерные пучки.—Хабаровск: ХПИ, 1985.
6. Ikeda K. Multi-valued stationary state and its intensity of the transmitted light by a ring cavity system // Opt. Commun.—1979.—30.— P. 257.
7. Ikeda K., Akimoto O. Instability leading to periodic and chaotic self-pulsations in a bistable optical cavity // Phys. Rev. Lett.—1982.—48.— P. 617.
8. Gibbs H. M. Optical Bistability.—N.-Y.: Academ. Press, 1985.
9. Гайнер А. В., Сурдутович Г. И. Квазисолитонный режим в диссипативной бистабильной системе // Квантовая электрон.—1988.—15.— С. 975.
10. Казанцев А. П., Сурдутович Г. И. Квантовая модель лазера с нелинейным поглощением // ЖЭТФ.—1970.—58.— С. 245.

\* Подобная модель релаксации имеет место, например, в молекулярных средах.



11. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. // Квантовая механика.— М.: Наука, 1974.
12. Баренблатт Г. И., Зельдович Я. Б. // Прикладная математика и механика.— 1957.— 21.— С. 856.
13. Колмогоров А. Н., Петровский И. Г., Пискунов Н. С. // Бюл. МГУ.— 1937.— 1.— С. 4.
14. Velichansky V. L., Ghiner A. V. e. a. Quasi-soliton mechanism of generation of bistable injection laser with external cavity // Phys. Stat. Sol. (b).— 1988.— 150.— P. 605.
15. Vyun V. A., Ghiner A. V., Surdutovich G. I., Yakovkin I. B. Quasi-soliton mode in bistable acoustoelectronic systems // Acoustoelectronic-87.— Varna, Bulgaria: IPSS, 1987.— P. 344.
16. Гайнер А. В., Заболотский А. А., Сурдутович Г. И. О возможности формирования коротких прямоугольных световых импульсов в бистабильных оптических системах.— Новосибирск, 1986.— (Препр./СО АН СССР. ИФП; 12).
17. Goldstone J. A., Garmire E. Intrinsic optical bistability in nonlinear media // Phys. Rev. Lett.— 1984.— 53.— P. 910.
18. Hopf F. A., Bowden C. M., Louisell W. H. Mirrorless optical bistability with the use of the local field correction // Phys. Rev.— 1984.— A29.— P. 2591.
19. Miller D. A. B., Chemla D. C., Eilenberger D. J. e. a. Optical bistability from increasing absorption // Opt. Lett.— 1984.— 9.— P. 162.
20. Miller D. A. B., Chemla D. C., Eilenberger D. J. e. a. Large room-temperature optical nonlinearity in GaAs/Ga<sub>1-x</sub>Al<sub>x</sub>As multiple quantum well structures // Appl. Phys. Lett.— 1982.— 41.— P. 679.
21. Шашкин В. В. Модуляция света в полупроводниковых структурах с квантовыми ямами // Автометрия.— 1989.— № 3.
22. Карпушко Ф. Б., Сеницын Г. В. Оптический логический элемент для интегральной оптики // Журн. прикл. спектр.— 1978.— 29.— С. 820.
23. Sinitsyn G. V. Digital circuits for all-optical computing based on thin-film interferometers // Optical Nonlinearity and Bistability.— Berlin: Humb. Univer., 1988.
24. Кастаньский А. А. Оптические и электрические явления в схемах с резонатором Фабри — Перо // ФТП.— 1973.— 7.— С. 935.
25. А. с. 748892. Электрооптический логический элемент/Э. Г. Косцов, А. И. Мишин.— Оpubл. 19.06.72, Бюл. № 26.
26. Егоров В. М., Косцов Э. Г. Микроэлементные оптические цифровые вычислительные устройства // Автометрия.— 1989.— № 3.
27. Ghiner A. V., Surdutovich G. I. New mechanism of intrinsic bistability of nonlinear slugged structures under the action of repetitive pulse excitation // Phys. Stat. Sol. (b).— 1988.— 150.— P. 539.
28. Вьюн В. А., Гайнер А. В., Сурдутович Г. И., Яковкин И. Б. Бистабильность акустоэлектронных явлений в нестационарном режиме // Письма ЖТФ.— 1986.— 12.— С. 799.
29. Вьюн В. А., Гайнер А. В., Сурдутович Г. И., Яковкин И. Б. Гистерезисные явления в акустоэлектронных структурах // ДАН СССР.— 1987.— 296, № 3.

*Поступила в редакцию 9 января 1989 г.*

УДК 535.2 : 530.182 : 621.372.8

**В. В. ШАШКИН**

(Новосибирск)

## МОДУЛЯЦИЯ СВЕТА В ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ СТРУКТУРАХ С КВАНТОВЫМИ ЯМАМИ

**Введение.** В последние годы появился новый класс материалов, представляющий значительный интерес для создания устройств модуляции оптического излучения. Это полупроводниковые структуры с квантовыми ямами (КЯ). Создание таких структур стало возможным благодаря развитию технологии молекулярно-лучевой эпитаксии [1] и металл-органической эпитаксии из газовой фазы [2]. Такие технологии, а также их модификации позволяют изготовить на площади в несколько десятков квадратных сантиметров чередующиеся слои различных полупроводников с атомарно-гладкой границей раздела и толщиной каждого слоя от единиц микрон до величин менее нанометров. Квантование по-