

А. В. ГУСЕВ, А. В. РОМАНОВСКИЙ

(Новосибирск)

ПРОСТРАНСТВЕННАЯ СОРТИРОВКА ТРЕХМЕРНЫХ ОБЪЕКТОВ

Одним из главных требований к системам синтеза визуальной обстановки (ССВО) реального времени является способность таких систем генерировать изображения с частотой 25—50 Гц [1].

В ССВО, разрабатываемых в Институте автоматики и электрометрии СО АН СССР, для визуализации трехмерных сцен, состоящих из объектов, аппроксимированных плоскими гранями, используются алгоритмы удаления невидимых поверхностей, основанные на принципе приоритетного упорядочения элементов сцены.

Выбор таких алгоритмов и специальной структуры баз данных [1, 2], в которых описываются моделируемые сцены, позволяет значительно сократить вычислительные затраты при генерации изображений. Принцип приоритетного упорядочения отражается на структуре баз данных двояко.

Во-первых, грани, аппроксимирующие объекты сцены, группируются в сегменты — последовательности граней, упорядоченные так, что любая грань последовательности не может закрываться ни одной стоящей за ней гранью ни при каких положениях наблюдателя. При генерации изображения грани сегмента обрабатываются в порядке их следования, и, таким образом, при любом положении точки наблюдения сгенерированное изображение сегмента будет достоверным.

Во-вторых, поскольку не всякая последовательность граней может быть упорядочена, как указано выше, в структуру базы данных вводятся так называемые разделяющие плоскости, разрезающие исходную последовательность на части, которые сортируются независимо друг от друга.

Например, пусть объекты A и B разделены плоскостью так, что объект A находится по одну сторону плоскости, а объект B — по другую сторону от нее. Тогда, если точка наблюдения находится в одном полупространстве с объектом A , то ни одна грань объекта B не сможет закрыть ни одной грани A , в то время как грани объекта A потенциально могут закрывать грани объекта B .

В этом случае при генерации изображения необходимо учесть положение точки наблюдения относительно плоскости и первым обрабатывать тот объект, в полупространстве которого находится точка наблюдения.

Таким образом, при построении базы данных нужно упорядочить последовательность граней, аппроксимирующих объекты сцены, а если это невозможно, то последовательность должна быть разрезана разделяющими плоскостями на части так, что каждая из этих частей может быть упорядочена. В статье дан анализ существующих подходов к решению задачи пространственной сортировки и предложен более эффективный подход.

Авторам статьи известны два опубликованных подхода к решению задачи пространственной сортировки [3, 4]. Однако оба эти подхода не являются достаточно эффективными с практической точки зрения.

Для независимости изложения вводятся некоторые понятия. Более полное изложение дано в [3], подробные библиографические данные на историю проблемы имеются в [4, 5].

Гранью называется плоский невырожденный ориентированный многоугольник в трехмерном пространстве. Ориентация грани определяется порядком задания вершин многоугольника.

Плоскость в прямоугольной декартовой системе координат задается уравнением $NP + D = 0$, где N — единичный вектор нормали к плоско-

сти; P — произвольная точка плоскости; D — расстояние от начала координат до плоскости.

Всякая плоскость разбивает трехмерное пространство на два полупространства. Полупространство, точки которого удовлетворяют неравенству $NP + D > 0$, будет называться полупространством «над плоскостью». Другое полупространство, точки которого удовлетворяют неравенству $NP + D < 0$, будет называться полупространством «под плоскостью».

Отношение порядка для двух граней A и B определяется следующим образом. Грань A закрывает грань B (грань B закрывается гранью A), что обозначается как $A \gg B$ ($B \ll A$), если существует хотя бы одна вершина грани B , находящаяся под плоскостью грани A , и хотя бы одна вершина грани A , находящаяся над плоскостью грани B . Если грани A и B не закрывают друг друга, то считается, что отношение порядка между гранями не определено, и обозначается как $A \neq B$.

Данное отношение порядка не обладает свойством транзитивности. Это означает, что можно найти такие грани A_1, \dots, A_N , где $N > 1$, что $A_1 \gg A_2, \dots, A_N \gg A_1$. Считают, что такие грани образуют цикл по отношению порядка \gg .

Пусть заданы последовательность граней и плоскость, разрезающая эту последовательность на две. Первой последовательности будут принадлежать грани, не имеющие ни одной вершины под плоскостью, а второй — не имеющие вершин над плоскостью. Грани, имеющие вершины с обеих сторон плоскости, разрезаются плоскостью. Получающиеся в результате разреза грани однозначно попадают в соответствующие последовательности. Грани, все вершины которых лежат в плоскости, могут быть отнесены к любой из двух последовательностей. Такая плоскость будет разделяющей плоскостью для двух последовательностей граней, полученных в результате разреза заданной последовательности.

Традиционный подход к решению задачи пространственной сортировки последовательности граней в этом общем случае состоит из трех этапов, которые могут рекурсивно повторяться.

На первом этапе определяются отношения порядка для всех пар граней сортируемой последовательности. При помощи некоторой структуры данных эти отношения могут сохраняться и использоваться во время второго этапа — топологической сортировки исходной последовательности граней. В качестве структуры данных для хранения отношений порядка могут использоваться либо матрица, как это предлагается в [3], либо списки, как в классическом изложении алгоритма топологической сортировки [6].

На втором этапе с использованием отношений порядка среди всех сортируемых граней ищется грань (максимальный элемент), которая не может закрываться ни одной гранью последовательности. Если такая грань найдена, то она исключается из последовательности и помещается в список отсортированных граней, который в дальнейшем будет называться списком «незакрываемых» граней. Все отношения порядка между этой гранью и другими гранями последовательности исключаются из структуры данных, используемой для хранения отношений порядка. Затем среди оставшихся граней снова ищется «незакрываемая» грань. Этот процесс поиска и исключения продолжается до тех пор, пока либо не будут исключены все грани, либо останутся грани, каждая из которых закрывается хотя бы одной из оставшихся граней. В первом случае процесс пространственной сортировки последовательности граней заканчивается. Во втором случае для продолжения пространственной сортировки необходимо перейти к третьему этапу.

На третьем этапе получившийся цикл разрезается некоторой плоскостью на две новые последовательности. В [3] в качестве разделяющей плоскости предложено выбирать плоскость, соответствующую некоторой произвольной грани, входящей в цикл. В [4] плоскость строится по одной из нескольких выбранных случайным образом граней цикла.

Однако легко найти ситуацию, довольно часто встречающуюся в моделируемых сценах, когда оба способа построения разделяющей плоскости не дают удовлетворительных результатов. Например, рассмотрим два конуса, аппроксимированных гранями (рис. 1). Количество граней в каждом конусе одинаково и равно K . Нижнее основание одного из них совпадает с верхним основанием другого. В этом примере для любой грани одного конуса можно найти грань другого конуса, которая образует цикл с первой. При использовании первого или второго способа выбора разделяющих плоскостей будет построено K таких плоскостей, тогда как «вручную» можно построить единственную разделяющую плоскость, проходящую через нижнее основание первого конуса, которая разбивает все циклы.

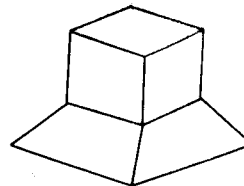


Рис. 1

После завершения третьего этапа для каждой из новых последовательностей процесс пространственной сортировки повторяется сначала.

Авторами статьи предлагается следующая модификация описанного выше подхода.

Исходя из предположения, что в моделируемых сценах, представленных некоторым количеством граней M , общее число отношений порядка значительно меньше MM , в качестве структуры данных для хранения отношений порядка между гранями взята списковая структура. Эта структура отличается от применяемой в классическом алгоритме топологической сортировки тем, что, используя то же количество памяти, она позволяет на втором этапе схемы сортировки находить не только «незакрываемые» грани, но и «незакрывающие» грани, т. е. такие грани, которые не закрывают ни одной грани сортируемой последовательности (минимальные элементы). В описанном же подходе после завершения второго этапа пространственной сортировки среди оставшихся граней могут быть грани, которые не входят в цикл, но закрываются гранями, образующими цикл. Впервые такая идея «выделения» цикла была упомянута в [5].

Вторая особенность модифицированного подхода состоит в том, что после разреза несортируемой последовательности граней разделяющей плоскостью благодаря выбранным структурам данных легко исключаются отношения порядка между теми гранями, которые находятся по разные стороны плоскости. Если для данной грани существовало отношение порядка с гранью, которая разрезается разделяющей плоскостью на две новые грани, то это отношение также исключается и затем проверяется наличие отношения между данной гранью и одной из новых граней, получившихся в результате разреза. Если такое отношение есть, то оно включается в соответствующие списки. Таким образом, после разрезания цикла разделяющей плоскостью отношения порядка не рассчитываются заново для всех граней, а пересчитываются только для граней, разрезаемых разделяющей плоскостью, и только с теми гранями, с которыми было отношение до разреза.

И наконец, последнее изменение касается выбора разделяющей плоскости. При указанных выше особенностях организации данных и вычислений самым естественным критерием при выборе разделяющей плоскости из некоторого количества плоскостей-«кандидатов» будет тот, по которому выбирается плоскость, разрывающая наибольшее количество отношений порядка между гранями цикла и разрезающая наименьшее количество граней цикла.

Например, в качестве критерия может быть выбрана линейная функция с отрицательным коэффициентом для параметра, соответствующего количеству разрезаемых граней, и положительным — для количества разрываемых отношений порядка.

Расчет уравнений разделяющих плоскостей-«кандидатов» происходит так.

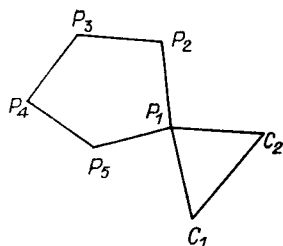


Рис. 2

Первое уравнение — это уравнение плоскости, проходящей через случайно выбранную грань цикла. Если среди всех остальных плоскостей не будет найдено плоскости, лучшей с позиций критерия выбора, чем первая, то разрез по этой плоскости гарантирует конечность алгоритма, поскольку разрез по грани, входящей в цикл, сводит сортировку последовательности из N граней к сортировке двух последовательностей граней, каждая из которых может содержать максимум $N - 1$ грань. Если, исходя из критерия выбора,

находится плоскость лучше, чем первая, то это означает, что число граней в новых последовательностях, которые получаются в результате разреза, будет меньше $N - 1$, т. е. алгоритм в этом случае также конечен.

Далее рассматриваются уравнения плоскостей, проходящих через ребра выбранной грани и ребра граней, имеющих общую вершину с упомянутыми выше ребрами.

Например, пусть вершины выбранной грани находятся в точках P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 (т. е. грань — пятиугольник) и существует грань с вершинами в точках C_1, C_2, P_1 , т. е. эта грань имеет с данной гранью общую вершину P_1 (рис. 2). В этом случае, как упомянуто выше, будут рассчитаны уравнения плоскостей для следующих пар ребер: $([P_1, P_2], [P_1, C_2])$, $([P_1, P_2], [P_1, C_1])$, $([P_1, P_5], [P_1, C_2])$, $([P_1, P_5], [P_1, C_1])$.

Если общих вершин две, т. е. у граней общее ребро, то для такого ребра рассчитывается только одно уравнение.

Аналогично для всех остальных ребер (вершин) грани.

На случай, если все грани, смежные с данной гранью, лежат с ней в одной плоскости (либо вообще не существует граней, смежных с ней), строятся такие же «смежные» плоскости еще для двух граней: для какой-либо грани, закрывающей данную грань, и какой-либо грани, закрываемой данной гранью.

Этот способ выбора разделяющей плоскости, как показала практика, дает в результате такое количество разделяющих плоскостей для моделируемой сцены, которое сравнимо с количеством разделяющих плоскостей, расставляемых «вручную».

Программа, написанная на основании модифицированного подхода, используется в системе подготовки баз данных для ССВО, разрабатываемых в Институте автоматизации и электротехники СО АН СССР.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ковалев А. М., Талныкин Э. А. Машинный синтез визуальной обстановки // Автоматизация. — 1984. — № 4.
2. Гусев А. В., Ивашин С. Л., Талныкин Э. А. Математические модели сцен в синтезирующих системах визуализации реального времени // Там же. — 1985. — № 4.
3. Зингер Б. Х., Талныкин Э. А. Предварительная пространственная сортировка — основа алгоритма удаления невидимых поверхностей для систем отображения приоритетного типа // Там же. — 1983. — № 6.
4. Fuchs Henry, Abram Gregory D., Grant Erie D. Near real-time shaded display of rigid objects // Comput. Graph. — 1983. — 3, N 3.
5. Fuchs Henry, Kedem Zvi, Naylor Bruce. Predetermining visibility priority in 3-D scenes // Ibid. — 1979. — 13, N 2.
6. Кнут Д. Искусство программирования для ЭВМ. — М.: Мир, 1976. — Т. 1.

Поступила в редакцию 6 января 1988 г.