

Правильность последнего утверждения подтверждается рис. 3, на котором представлены гистограммы  $G_m$  и  $G_n$  соответственно.

Из рис. 3 следует, что после применения нового алгоритма медианной фильтрации удалось значительно улучшить условия выбора порога для удаления импульсных шумов.

Таким образом, в данной работе предложен новый алгоритм медианной фильтрации результатов голографических измерений ближних полей, вносящий меньший уровень искажений и позволяющий с большой эффективностью осуществлять обнаружение и удаление импульсных помех.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Быстрые алгоритмы в цифровой обработке изображений.— М.: Радио и связь, 1984.
2. Rabiner L. R., Sambur M. E., Schmidt C. E. Applications of a nonlinear smoothing algorithm to speech processing // IEEE Trans. Acoust., Speech, and Signal Processing.— 1975.— ASSP-23.— P. 522.
3. Прэтт У. Цифровая обработка изображений.— М.: Мир, 1982.— Т. 2.
4. Ip H. S., Potter R. J., Lebedev D. S. Impulse noise cleaning by iterative threshold median filtering // Pattern Recogn. Lett.— 1983.— 2, N 2.— P. 89.

Поступила в редакцию 15 июня 1987 г.

УДК 681.327.68 : 778.38

С. А. ДОМБРОВСКИЙ

(Новосибирск)

#### ДОСТОВЕРНОСТЬ СЧИТЫВАНИЯ В КАНАЛЕ ГОЛОГРАФИЧЕСКОГО ЗУ С ФЛУКТУИРУЮЩИМИ ПАРАМЕТРАМИ

В [1] проанализирована достоверность считывания двоично-кодированных данных в канале ГЗУ с постоянными параметрами. В таком канале характеристики восстановленных изображений — контраст  $k$  и отношение сигнал/шум оптических «1» и «0» — являются неизменными. Показано, что вероятность ошибки считывания отдельной голограммы при типичных значениях ее характеристик ( $k = 10$ ,  $(C/Ш)_1 = 5$ ,  $(C/Ш)_0 = 2$ ) равна  $2 \cdot 10^{-10}$ .

Экспериментальные данные по фотосчитыванию массивов голограмм дают вероятность ошибки  $\sim 10^{-6} - 10^{-7}$ , что на несколько порядков хуже [2]. Это объясняется тем, что в реальном канале ГЗУ параметры восстановленных изображений нельзя считать постоянными. Их флуктуации связаны с несовершенством регистрирующей среды (микродфекты) [3], изменением уровня голографических шумов в зависимости от информационного содержания страницы данных [4] и т. д. Однако основные источники искажений голограмм — случайные aberrации и разъюстировки оптической системы [2].

Цель данной статьи — дать оценку достоверности считывания в флуктуирующем канале ГЗУ, когда параметры восстановленных изображений изменяются из-за случайных отклонений восстанавливающего и информационного пучков в плоскости голограммы и фотоматрицы соответственно.

Случайные aberrации пучков, приводящие к искажению характеристик голограмм, связаны с угловым дрейфом диаграммы направленности луча лазера, с тепловой нестабильностью дефлектора [5], с неточностью позиционирования голограммы в зоне считывания, с усадкой

эмульсии и т. д. Однако, как показывают экспериментальные исследования [2], указанные причины aberrаций пучков не приводят к изменению характеристик воспроизводимой голограммы за время считывания (~1 мс). Это позволяет провести оценку вероятности ошибки считывания во флуктуирующем канале ГЗУ, используя результаты работы [1] для канала с постоянными параметрами.

Согласно [1], вероятность ошибки считывания в ГЗУ с постоянными параметрами при оптимальном пороге различения «1» и «0» определяется как

$$N(z) = \frac{\alpha}{\sqrt{2\pi}} \frac{\exp(-z^2/2)}{z}, \quad (1)$$

$$\text{где } z = \frac{2(\sqrt{k}-1)}{\sigma'_0 + \sqrt{k}\sigma'_1} \quad (2)$$

— обобщенное отношение сигнал/шум;

$$\alpha = \frac{(1+k^{1/4})}{2} \left( \frac{\sigma'_0 + \sigma'_1}{\sigma'_0 + \sqrt{k}\sigma'_1} \right)^{1/2}, \quad k = \bar{P}_1/\bar{P}_0, \quad \sigma'_1 = 1/(C/\Pi)_1, \quad \sigma'_0 = 1/(C/\Pi)_0$$

— коэффициенты вариаций мощностей изображений «1» и «0» соответственно;  $\bar{P}_1, \bar{P}_0$  — средние мощности изображений «1» и «0». Выражение (1) получено в предположении, что распределения мощностей оптических «1» и «0» подчиняются обобщенному закону Рэлея — Райса, что подтверждается экспериментальными результатами [1].

При наличии случайных aberrаций в оптической системе ГЗУ величина  $z$  является также случайной, поэтому вероятность  $N(z)$  нужно рассматривать как условную, которая соответствует данному  $z$ . Для получения безусловной вероятности ошибки необходимо усреднить  $N(z)$  по всевозможным значениям  $z$  [6]:

$$\bar{N}_{\text{ош}} = \int_0^{z_0} N(z) W(z) dz, \quad (3)$$

где  $z_0$  — обобщенное отношение сигнал/шум в отсутствие aberrаций;  $W(z)$  — закон плотности распределения величины  $z$ .

Выражение (3) определяет среднюю вероятность ошибки в канале с флуктуирующими параметрами. Видно, что для вычисления  $\bar{N}_{\text{ош}}$  необходимо знать закон плотности распределения случайной величины  $z$ . Получим его из экспериментальных данных для случая, когда флуктуации  $z$  обусловлены случайными смещениями восстанавливающего и информационных пучков. На рис. 1, а, б приведены экспериментальные графики зависимостей характеристик ( $k, (C/\Pi)_{1,0}, \bar{P}_1$ ) восстановленного

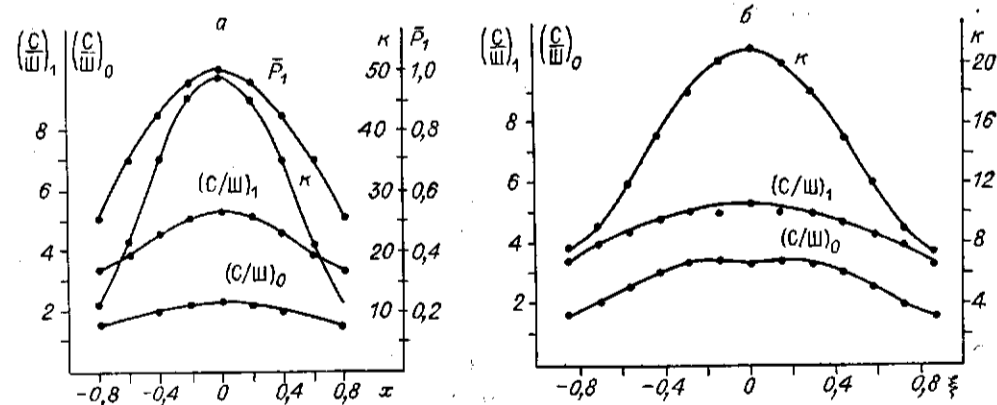


Рис. 1. Экспериментальные зависимости характеристик изображений ( $k, (C/\Pi)_{1,0}, \bar{P}_1$ ) от aberrаций в плоскостях фотоматрицы (а) и голограммы (б)

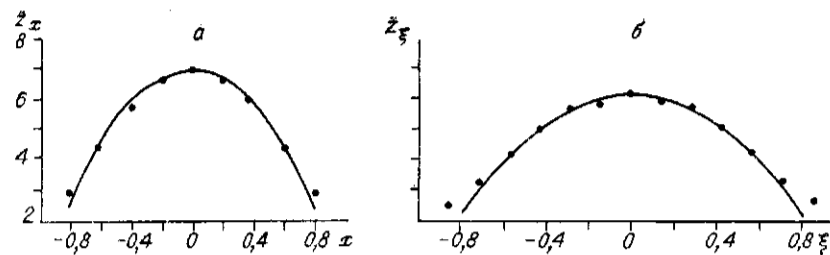


Рис. 2. Зависимости обобщенного отношения сигнал/шум ( $z$ ) от aberrаций в плоскостях фотоматрицы (а) и голограммы (б)

с голограммы изображения от его смещения  $x$  относительно фотоматрицы (рис. 1, а) и aberrаций  $\xi$  восстанавливающего пучка в плоскости голограммы (рис. 1, б). По осям абсцисс на рис. 1, а, б отложены смещения  $x$  и  $\xi$ , отнесенные к полуширине информационного и восстанавливающего пучков соответственно. Данные получены на фотоматричной измерительной системе (ФМИС) [7]. В эксперименте использовалась голограмма, записанная в устройстве [8]. Эффективный размер голограммы  $2w_r = 250$  мкм, размер восстанавливающего пучка на уровне  $1/e^2$  по интенсивности  $2w_s = 300$  мкм, размер информационных пучков в плоскости фотоматрицы  $2w_o = 200$  мкм. Зависимости величины  $z$  от смещений  $x$  и  $\xi$ , рассчитанные из выражения (2) по данным графиков рис. 1, а, б, показаны на рис. 2, а, б. Экспериментальные значения  $z$  на графике обозначены точками. Аппроксимируем функции  $z(x)$  и  $z(\xi)$  квадратичной зависимостью

$$z_i(t) = z_0(1 - t^2), \quad (4)$$

где  $t = x = \Delta x/w_o$  — для aberrаций информационных пучков;  $t = \xi = \Delta \xi/w_s$  — для aberrаций восстанавливающего пучка;  $\Delta x$ ,  $\Delta \xi$  — абсолютные значения смещений.

Таким образом, определена связь параметра изображения  $z$  с относительными aberrациями  $x$  и  $\xi$ . Так как aberrации в плоскости голограммы и фотоматрицы зависят от многих случайных факторов, то, следуя центральной предельной теореме теории вероятностей, можно утверждать, что случайные величины смещений  $x$  и  $\xi$  подчиняются нормальному закону распределения

$$W_t t = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_t} \exp(-t^2/2\sigma_t^2),$$

где  $\sigma_t^2$  — дисперсия ( $x$  или  $\xi$ ).

Воспользовавшись теоремой о функциональном преобразовании случайных величин и их распределений [9], для  $W_t(z_i)$  получим

$$W_t(z_i) = W_t(\sqrt{1 - z_i/z_0}) |(\sqrt{1 - z_i/z_0})'_{z_i}|$$

или

$$W_t(z_i) = \frac{\exp(-(z_0 - z_i)/2\sigma_t^2 z_0)}{\sqrt{2\pi} \sigma_t \sqrt{z_0} \sqrt{z_0 - z_i}}, \quad 0 < z_i \leq z_0. \quad (5)$$

Вид функции распределения  $W_t(z_i)$  приведен на рис. 3.

Среднее значение и дисперсию случайной величины  $z$  найдем из соотношения [9]

$$\bar{z}_t = \int_{-\infty}^{\infty} z_0(1 - t^2) \frac{e^{-t^2/2\sigma_t^2}}{\sqrt{2\pi} \sigma_t} dt = z_0(1 - \sigma_t^2);$$

$$\sigma_z^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \{z_0(1 - t^2)\}^2 \frac{e^{-t^2/2\sigma_t^2}}{\sqrt{2\pi} \sigma_t} dt - \bar{z}_t^2 = 2z_0^2\sigma_t^4.$$

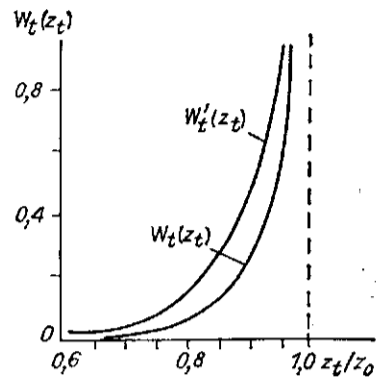


Рис. 3. Функция распределения  $W_t(z_t)$

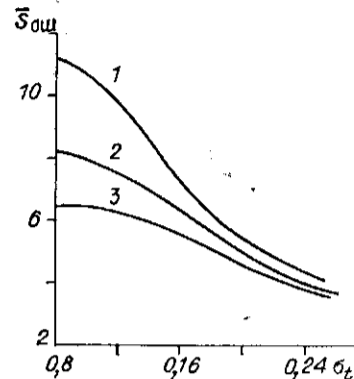


Рис. 4. Зависимость средней достоверности считывания  $\bar{S}_{ош}$  от уровня aberrаций  $\sigma_t$ :  
1 —  $z_0 = 6,8$ ; 2 —  $5,7$ ; 3 —  $5$

Для упрощения последующих выкладок функцию  $W_t(z_t)$  заменим выражением

$$W'_t(z_t) = \frac{e^{-\frac{z_0 - z_t}{2\sigma_t^2 z_0}}}{2z_0 \sigma_t^2} \quad (6)$$

исходя из нормирующего соотношения [10]

$$\int W_t(z_t) dz_t = \int W'_t(z_t) dz_t.$$

Зависимость  $W'_t(z_t)$  также показана на рис. 3. Подставляя (1) и (6) в формулу (3), для  $\bar{N}_{ош}$  получим

$$\bar{N}_{ош} \approx \int_0^{z_0} \frac{\alpha e^{-z_t^2/2}}{\sqrt{2\pi} z_t} \frac{e^{-\frac{z_0 - z_t}{2\sigma_t^2 z_0}}}{2\sigma_t^2 z_0} dz_t \quad (7)$$

Так как функция перед экспоненциальным множителем является медленно меняющейся, то для оценки интеграла (7) можно приближенно заменить  $z_t$  на ее среднее значение  $\bar{z}_t = z_0(1 - \sigma_t^2)$ . С учетом этой замены (7) запишется

$$\bar{N}_{ош} \approx \frac{\alpha e^{-\frac{4\sigma_t^2 z_0^2 - 1}{8\sigma_t^4 z_0^2}}}{2\sqrt{2\pi} \sigma_t^2 z_0^2 (1 - \sigma_t^2)} \int_0^{z_0} e^{-\frac{1}{2} \left( z_t - \frac{1}{2\sigma_t^2 z_0} \right)^2} dz_t$$

После некоторых преобразований выражение для  $\bar{N}_{ош}$  примет вид

$$\bar{N}_{ош} \approx \frac{\alpha e^{-\frac{4\sigma_t^2 z_0^2 - 1}{8\sigma_t^4 z_0^2}}}{4\sigma_t^2 z_0^2 (1 - \sigma_t^2)} \left\{ \Phi \left( \frac{1}{2\sigma_t^2 z_0} \right) + \Phi \left( z_0 - \frac{1}{2\sigma_t^2 z_0} \right) \right\} \quad (8)$$

где  $\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-z}^z e^{-t^2/2} dt$  — интеграл ошибок.

Проанализируем полученное выражение. Если  $\sigma_t \rightarrow 0$  (это соответствует случаю отсутствия aberrаций), а  $z \gg 2$ , то с помощью соотношения  $1 - \Phi(z) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{e^{-z^2/2}}{z}$  формула (8) сводится к (1) и определяет вероятность ошибки считывания в канале ГЗУ с постоянными параметрами

рами. При условии  $\sigma_t^2 > \frac{4}{z_0^2}$  (случай значительных aberrаций) сомножитель в фигурных скобках выражения (8) можно приближенно заменить единицей и достоверность считывания в канале ГЗУ с флуктуирующими параметрами записать

$$S_{\text{ош}} = \frac{1}{z_0} \bar{N}_{\text{ош}},$$

$$\bar{N}_{\text{ош}} \approx \frac{c \cdot e}{4\sigma_t^2 z_0^2 (1 - \sigma_t^2)}$$

где

На рис. 4 показана зависимость достоверности считывания от среднеквадратического отклонения  $\sigma_t$  при разных значениях параметра  $z_0$ . Из рисунка видно, что при  $\sigma_t < 0,1$  (случай малых aberrаций) средняя достоверность считывания  $S_{\text{ош}}$  практически определяется качеством восстановленного изображения (параметром  $z_0$ ). Наоборот, при  $\sigma_t > 0,2$  (большие aberrации) вероятность ошибки слабо зависит от  $z_0$  и является функцией aberrаций восстанавливающего и информационного пучков. Из графика (см. рис. 4) следует, что при  $\sigma_t < 0,2$  путем улучшения характеристик исходного восстановленного изображения можно незначительно снизить требования к aberrациям пучков. Например, для средней вероятности ошибки считывания  $< 10^{-7}$  при значении обобщенного отношения сигнал/шум  $z_0 = 5,7$  среднеквадратическое отклонение  $\sigma_t$  должно быть меньше 0,14 (для  $w_s = 100$ ,  $w_a = 150$ ,  $\Delta x < 14$ ,  $\Delta \xi < 21$  мкм), а при  $z_0 = 6,8$   $\sigma_t < 0,16$  ( $\Delta x < 16$ ,  $\Delta \xi < 24$  мкм).

Для канала ГЗУ [11] с характеристиками голограмм  $k = 40$ ,  $\sigma_t' = 0,2$ ,  $\sigma_0' = 0,45$  и обобщенным отношением сигнал/шум  $z_0 = 6,2$  ( $N(z_0) = 2 \cdot 10^{-10}$ ) и для типичных случайных отклонений восстанавливающего пучка  $\sigma_t = 0,15$  (для  $w_s = 150$ ,  $\Delta \xi = 23$  мкм) расчетная средняя вероятность ошибки составляет  $10^{-7}$ . Эта величина хорошо согласуется с экспериментальными результатами по фотосчитыванию [2]. Здесь экспериментальные данные получены для массива 500 голограмм тестовых данных (тест — шахматное «поле»). При этом ошибки, связанные с дефектами регистрирующей среды, в рассмотрение не принимались.

Дальнейшее снижение средней вероятности ошибки с  $10^{-6} - 10^{-7}$  до уровня  $10^{-10} - 10^{-12}$ , предъявляемого к современным ЗУ, достигается введением избыточного кодирования (например, путем кодирования информации в кодах Хэмминга [12]).

**Заключение.** Таким образом, на основе экспериментальных данных изменения характеристик восстановленного изображения от aberrаций считывающего и информационных пучков получены выражения для оценки средней вероятности ошибки в флуктуирующем канале ГЗУ. В результате их анализа показано, что:

1) путем улучшения исходного качества голограмм (увеличения параметра  $z_0$ ) можно незначительно снизить требования к aberrациям пучков или наоборот;

2) для обеспечения средней вероятности ошибки считывания  $10^{-7} - 10^{-8}$  при исходном значении параметра  $z_0 = 6$  ( $N \sim 10^{-10}$ ) случайные отклонения пучков не должны превышать  $\sigma_t < 0,15$  (для  $w_s = 100$ ,  $w_a = 150$ ,  $\Delta x < 15$ ,  $\Delta \xi < 23$  мкм). Принимая во внимание правило трех сигм, максимальные aberrации восстанавливающего и информационных пучков не должны превышать 20% от их размеров ( $3\Delta x \leq 45$ ,  $3\Delta \xi \leq 70$  мкм).

Теоретические оценки достоверности считывания хорошо согласуются с экспериментальными данными [2], полученными в реальном канале ГЗУ [11].

Автор выражает благодарность Е. Ф. Пену и В. А. Домбровскому за полезные обсуждения и замечания, а также А. А. Блоку за помощь в проведении экспериментов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Домбровский В. А., Домбровский С. А., Пен Е. Ф. Достоверность считывания информации в канале голографического ЗУ с постоянными параметрами // Автометрия.— 1988.— № 6.
2. Блок А. А., Домбровский В. А., Домбровский С. А., Пен Е. Ф. Экспериментальное устройство автоматических ЗУ // Автометрия.— 1984.— № 3.
6. Пенин И. И. Системы передачи цифровой информации.— М.: Сов. радио, 1976.
7. Бутт В. Е., Вьюхина Н. Н., Мангуш Т. Н., Панков Б. Н., Пен Е. Ф. Автоматизированная измерительная система для исследования фотоматриц и восстановленных изображений в ГЗУ // Тез. докл. I Всесоюз. конф. по радиооптике.— Фрунзе: ФПИ, 1981.
8. Блок А. А., Ванюшев Б. В., Волков А. В. и др. Устройство автоматической записи матриц голограмм цифровых данных // Автометрия.— 1984.— № 3.
9. Вентцель Е. Ф. Теория вероятностей.— М.: Наука, 1969.
10. Хилл. Исследования голографической памяти большой емкости // Зарубеж. радиоэлектрон.— 1972.— № 10.
11. Блок А. А., Ванюшев Б. В., Гибин И. С. и др. Устройство хранения и считывания цифровых данных в голографической системе архивной памяти // Автометрия.— 1984.— № 3.
12. Домбровский С. А., Твердохлеб П. Е. Помехоустойчивость голографической памяти // Тез. докл. 6 Всесоюз. школы-семинара по оптической обработке информации.— Фрунзе: ФПИ, 1986.— Ч. 1.

*Поступила в редакцию 9 февраля 1987 г.*