УДК 621.391.2

А. С. ДАНЯЕВ, В. Н. ПРОКОФЬЕВ

(Ленинград)

[illegible] временной, пространственно-временной областях нередки на практике. Таковыми являются многие прикладные задачи радио-, гидролокации, оптической локации, радиоастрономии (например, анализ «сканов»), обработки астрофизических данных и другие.

При этом обычно параметры сигнала и шума априорно неизвестны и меняются как по частотной (пространственной) координате, так и во времени; кроме того, может изменяться «местоположение» сигнала в анализируемой области и сигнал образует в ней «траекторию» (в общем случае не обязательно одну). Задача заключается в обнаружении и указании местоположения такой «сигнальной траектории» в условиях нестационарности и неопределенности сигнала и шума.

Ниже задача формулируется и решается применительно к частотно-временно́й области (анализ спектров в гидроакустике; доплеровская расфильтровка в радиолокации); с соответствующими уточнениями она охватывает также анализ в пространственно-временно́й зоне (задачи радиоастрономии, оптической локации и связи). Указываются пригодные для реализации в автоматизированных устройствах инвариантные [1—3] решающие алгоритмы обнаружения на базе оценок спектра мощности наблюдаемых процессов, взятых в заданном частотном диапазоне в дискретные моменты времени.

Уточним исходные предпосылки.

1. Задан анализируемый частотный диапазон, образованный совокупностью элементарных частотных интервалов.

2. Спектр шумов неизвестен (по форме и уровню), но меняется плавно по частотному диапазону, так что его уровень одинаков для пары смежных частотных интервалов. Предполагается попарное наблюдение оценок энергетического спектра, дающее r независимых пар оценок в диапазоне.

3. Сигнал может присутствовать во втором частотном интервале какой-либо пары и характеризуется возрастанием уровня (мощности) спектра в нем по сравнению с уровнем спектра «шумового» интервала. Уровни (мощности) шума и сигнала априорно неизвестны и в общем случае различны для всех r пар интервалов в полосе анализа.

4. Неизвестные местоположение сигнала по частоте, уровни сигнала и шума выдерживаются неизменными в течение «слоя стационарности», включающего n временны́х моментов взятия оценок спектра. По истечении времени, включающего эти n моментов, местоположение сигнала, уровни шума и сигнала могут измениться и снова сохраняются в течение следующего «слоя». Анализ включает по времени p «слоев стационарности».

5. Данные наблюдений — это независимая совокупность $(x, y) = \{(x_{ijk}, y_{ijk}), i=\overline{1, r};\ j=\overline{1, n};\ k=\overline{1, p}\}$ парных оценок спектра (x_{ijk}, y_{ijk}) в i-й паре в j-й момент времени в k-м слое. Пусть каждая оценка имеет показательное (типа χ^2 с двумя степенями свободы) распределение с параметром σ_{ik} для шума и $\tau_{ik}=\sigma_{ik}+\nu_{ik}=\sigma_{ik}(1+q_{ik})$ при сигнале, $j=\overline{1, n}$; $q_{ik}=\nu_{ik}/\sigma_{ik}$ — отношение С/Ш в i-й паре k-го «слоя» (ν_{ik} — соответствующая мощность сигнала). Значения σ_{ik}, ν_{ik}, $i=\overline{1, r}$; $k=\overline{1, p}$, априорно неизвестны.

Инвариантные решающие алгоритмы. Задача заключается в обнаружении и указании «сигнальной траектории», т. е. указании набора из p номеров $(i_k,\ k=\overline{1,\ p})$ сигнальных пар частотных интервалов в анализируемых слоях. Такая задача сводится к проверке многих (по числу возможных траекторий) альтернатив, включающих гипотезу об отсутствии сигнала.

Условное распределение данных для траектории с набором $J=(i_k,\ k=\overline{1,\ p})$

$$p_J(x,\ y)=\prod_{k=1}^{p} p_{ik}(x_k,\ y_k), \tag{1}$$

где $p_{ik}(.\ ,.)$ — распределение данных k-го слоя $(x_k,\ y_k)=\{(x_{ijk},\ y_{ijk}),\ i=\overline{1,\ r};\ j=\overline{1,\ n}\}$ при условии, что в k-м слое сигнал содержится в i_k-й паре; в соответствии с предпосылкой 5 последнее распределение есть

$$p_{ik}(x_k,\ y_k)=\sigma_{ik}^{-2n}(1+q_{ik})^{-n}\exp\left[-\frac{X_{ik}}{\sigma_{ik}}-\frac{Y_{ik}}{\sigma_{ik}(1+q_{ik})}\right]\times$$
$$\times\prod_{l\neq i_k}^{r}\sigma_{lk}^{-2n}\exp\left(-\frac{X_{lk}+Y_{lk}}{\sigma_{lk}}\right). \tag{2}$$

Здесь $X_{ik}=\sum\limits_{j=1}^{n}x_{ijk};\ Y_{ik}=\sum\limits_{j=1}^{n}y_{ijk}$.

В отсутствие сигнала распределение наблюдений $p_0(x,\ y)$ получается из (1), (2) при всех $q_{ik}=0$.

Задача обнаружения траектории заключается в проверке на базе семейств распределений (1) и $p_0(x,\ y)$ следующих статистических гипотез:

$$H_0: p_0(x,\ y);\quad H_J: p_J(x,\ y);\quad J\in I, \tag{3}$$

причем параметры σ_{ik} распределений неизвестны и выступают как мешающие масштабные параметры, $i=\overline{1,\ r};\ k=\overline{1,\ p};\ I=\{J=(i_1,\ \ldots,\ i_p)\}$ — все множество индексов (номеров сигнальных частотных пар, соответствующих возможным траекториям).

Решающее правило проверки гипотез (3) следует искать среди инвариантных к масштабу наблюдений в каждой i-й паре интервалов каждого k-го слоя, $i=\overline{1,\ r};\ k=\overline{1,\ p}$. Класс таких правил удобно описывается распределениями данных, найденных для подполя тех событий в пространстве значений $(x,\ y)$, которые инвариантны к указанным масштабным изменениям [2]. Методика соответствующих вычислений предписывает здесь найти функции (плотности на подполе инвариантных событий)

$$w_J(x,\ y)=\prod_{k=1}^{p}w_{ik}(x_k,\ y_k)=\prod_{k=1}^{p}\frac{\bar p_{ik}(x_k,\ y_k)}{\bar p_0(x_k,\ y_k)},$$

где $\bar p_{ik}(x_k,\ y_k)=\int\limits_0^\infty\lambda^{2n-1}p_{ik}(\lambda x_k,\ \lambda y_k)\,d\lambda$, а $\bar p_0(x_k,\ y_k)$ находится аналогично при $q_{ik}=0$; здесь запись $\lambda x_k,\ \lambda y_k$ означает умножение координат векторов $x_k,\ y_k$ на общее число $\lambda>0$.

Выполнив указанные вычисления, находим

$$w_J(x,\ y)=\prod_{k=1}^{p}(1+q_{ik})^{-n}(1+Z_{ik})^{2n}/(1+a_{ik}Z_{ik})^{2n}, \tag{4}$$

где $Z_{ik}=Y_{ik}/X_{ik};\ a_{ik}=(1+q_{ik})^{-1}$.

Согласно теории решений, оптимальное инвариантное правило проверки гипотез (3) на базе функций (4), которое при фиксированной вероятности ложной тревоги максимизирует вероятность правильного решения, выбирает траекторию (альтернативу) с набором индексов $J^* = (i_k, k = \overline{1, p})$ либо гипотезу H_0 об отсутствии сигнала, если соответственно

$$w_{J^*}(x, y) = \max_{J \in I} w_J(x, y) > C \text{ либо все } w_J(x, y) \leqslant C, \ J \in I, \tag{5}$$

где C — пороговый уровень.

Будучи инвариантным к масштабу наблюдений, оптимальное правило (5) выражается через отношения $Z_{ik} = Y_{ik}/X_{ik}$, распределение которых не зависит от уровней шума σ_{ik}. Поэтому порог C алгоритма не зависит от мешающих параметров, а вероятность α ложных тревог неизменна при любых значениях σ_{ik}.

Для практической реализации желательно правило, не содержащее также параметров q_{ik}. Такой субоптимальный инвариантный алгоритм можно получить из (5), например, при всех $q_{ik} = q \ll 1$ (слабый сигнал); он имеет форму (5), но вместо функций $w_J(x, y)$ следует использовать статистики вида $\sum_{k=1}^{p} Z_{ik}/(1 + Z_{ik})$. При сильном сигнале (все $q_{ik} = q \gg 1$) надлежит использовать аналогично статистики вида $\sum_{k=1}^{p} \ln(1 + Z_{ik})$. Эти субоптимальные инвариантные алгоритмы могут быть рекомендованы для автоматизированных устройств.

Еще более удобным для реализации вследствие своей простоты является инвариантный алгоритм вида

$$\begin{aligned} &\text{принять } H_{J^*}, \text{ если } \sum_{k=1}^{p} Z_{i^*k} = \max_{(I)} \sum_{k=1}^{p} Z_{ik} > C; \\ &\text{принять } H_0, \text{ если все } \sum_{k=1}^{p} Z_{ik} \leqslant C, \ J = (i_k, k = \overline{1, p}) \in I, \end{aligned} \tag{6}$$

который также может быть рекомендован для практического использования.

Важным частным случаем рассмотренной задачи является обнаружение сигнала с неизменным за время анализа частотным (пространственным) положением — обнаружение «прямых» траекторий. При этом множество I содержит всего r возможных траекторий и упрощенный алгоритм (6) принимает решение о сигнале в i^*-й частотной паре (H_{i^*}) либо об отсутствии сигнала, если соответственно

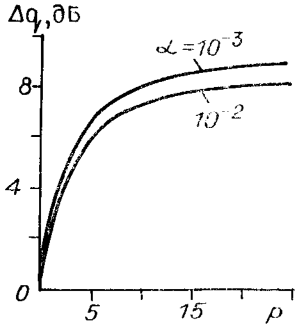
$$\sum_{k=1}^{p} Z_{i^*k} = \max_{(i=\overline{1,r})} \sum_{k=1}^{p} Z_{ik} > C \text{ либо все } \sum_{k=1}^{p} Z_{ik} \leqslant C, \quad i = \overline{1, r}. \tag{7}$$

Как видно, все r тестовых статистик $t_i = \sum_{k=1}^{p} Z_{ik}$ правила (7) статистически независимы; это облегчает отыскание порога C и эффективности алгоритма. Используя центральное F-распределение [1, 4] статистик Z_{ik} (с $2n$, $2n$ степенями свободы) и нормальную аппроксимацию распределений статистик t_i, можно оценить порог C и вероятность правильных решений $P_{\text{пр}}$ алгоритма (7) в виде

$$\begin{aligned} &C \sim [\sqrt{pn(2n-1)/(n-2)}\,u + pn]/(n-1), \quad n > 2; \\ &P_{\text{пр}} \sim 1 - (1-\alpha)^{1-1/r} \Phi\left[\frac{u - q\sqrt{pn(n-2)/(2n-1)}}{1+q}\right], \end{aligned} \tag{8}$$

где $\Phi(\cdot)$ — функция распределения стандартного нормального закона; u — квантиль нормального закона, соответствующий вероятности $(1-\alpha)^{1/r}$.

Расчеты эффективности более общего алгоритма (6) могут основываться на моделировании (тестовые статистики в (6) зависимы); однако для ориентировочных оценок можно применить формулы (8), где вместо числа r следует использовать число m возможных альтернатив.



На рисунке приведена полученная с помощью указанной методики зависимость (от числа p «слоев стационарности») выигрыша Δq в пороговом отношении С/Ш по сравнению со случаем $p = 1$ при $P_{\text{пр}} = 0{,}9$; $\alpha = 10^{-2}$ и 10^{-3}; $n = 15$; $r = 128$. Число $m = r$ при $p = 1$; при $p > 1$ это число определялось соотношением $m \sim r3^{p-1}$, которое примерно характеризует возможное количество траекторий при условии, что сигнал может либо сохранить свое частотное местоположение, либо сместиться в соседний (справа или слева) интервал в каждом очередном «слое стационарности».

На рисунке показано существенное увеличение эффективности обнаружения при использовании «траекторного анализа». Несмотря на резкое увеличение числа m возможных траекторий с увеличением их «длины» (т. е. числа p), результирующая эффективность решения быстро возрастает с ростом p.

В заключение отметим, что алгоритм обнаружения «сигнальных траекторий» может быть получен и при других моделях распределения исходных данных, а также в случае предварительного бинарного квантования данных, формирующего «единицы» и «нули» в каждой анализируемой паре частотного (пространственного и т. п.) диапазона каждого слоя стационарности. Такое предварительное квантование может существенно облегчить практическую реализацию решающего алгоритма, а также получение решения непараметрической задачи — при неизвестных распределениях исходных данных.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Леман Э.** Проверка статистических гипотез.— М.: Наука, 1964.
2. **Гаек Я., Шидак З.** Теория ранговых критериев.— М.: Наука, 1971.
3. **Горохов В. Л., Прокофьев В. П.** Устойчивые алгоритмы обнаружения сигналов для систем первичной обработки данных больших телескопов // Автометрия.— 1982.— № 6.
4. **Большев Л. Н., Смирнов Н. В.** Таблицы математической статистики.— М.: Наука, 1983.

Поступила в редакцию 25 февраля 1985 г.

УДК 621.397.2 : 519.685

И. М. БОКШТЕЙН

(Москва)

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА ПРЕОБРАЗОВАНИЯ КОМПОНЕНТ ДЛЯ СОКРАЩЕНИЯ ИЗБЫТОЧНОСТИ ЦВЕТНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Преобразование компонент с интерполяцией по отсчетам [1] представляет собой эффективный метод сжатия описаний многоградационных изображений с целью их передачи по узкополосному каналу связи или хранения в ЗУ малого объема. Применение этого метода позволяет снизить затраты на хранение или передачу таких изображений до 1,5 бит/ /отсчет при высоком визуальном качестве и малой среднеквадратичной погрешности восстановления.

Процедура кодирования и восстановления полутонового изображения методом преобразования компонент с интерполяцией по отсчетам подробно описана в [1, 8]. В наиболее эффективном варианте метода —