

становки.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Киричук В. С., Косых В. П., Пустовских А. И. Восстановление слабоконтрастных электронно-микроскопических изображений // Автометрия.— 1983.— № 6.
2. Рао С. Р. Линейные статистические методы и их применение.— М.: Наука, 1968.
3. Кендалл М. Дж., Стюарт А. Статистические выводы и связи.— М.: Наука, 1973.— Т. 2.
4. Губанов А. В., Ефимов В. М., Киричук В. С., Пустовских А. И., Резник А. Л. Методы оценивания взаимного смещения фрагментов цифровых изображений // Автометрия.— 1988.— № 3.

Поступила в редакцию 5 января 1988 г.

УДК 519.713 : 007.5 : 681.5

О. И. БИТЮЦКИЙ, Г. И. ПЕРЕТИЯГИН

(Новосибирск)

## ПОИСК И ЛОКАЛИЗАЦИЯ РЕПЕРНЫХ ФРАГМЕНТОВ ПРИ СОВМЕЩЕНИИ ПОВТОРНЫХ СНИМКОВ

**Введение.** Прямым дистанционным методом контроля динамики экосистем является сопоставление аэрокосмических снимков одной и той же территории, полученных в разное время [1]. Это требует проведения точной координатной и амплитудной коррекции текущего снимка для того, чтобы корректно реализовать поточечное сравнение его с эталонным изображением, хранящимся в базе данных системы обработки. Начальный этап задачи совмещения сводится к выделению пар реперных фрагментов (взаимно соответствующих друг другу на сравниваемых изображениях), по которым можно восстановить функцию геометрического преобразования идентичных элементов снимков. Эту задачу следует рассматривать как процесс отождествления образца, выделенного на эталонном изображении, с одним из множества текущих фрагментов, выбираемых из зоны поиска контролируемого изображения [2].

Алгоритмы установления сходства в своих первоначальных вариантах в той или иной степени были связаны с получением характеристик стохастической взаимосвязи сравниваемых изображений [3]. Все они основывались на идеях корреляционной и спектральной теории сигналов, и для соответствующих критериев были получены экспериментальные характеристики основных процедур поиска по образцу [4]. В отличие от данных методик в [2] поставленная проблема охарактеризована с точки зрения статистических решающих правил и найден оптимальный (в известном смысле) критерий сходства, инвариантный относительно группы допустимых преобразований амплитуды двумерного сигнала. Показано, что вид статистик критерия идентификации определяется формой представления исходной информации: для изображений, характеризуемых смесью детерминированного двумерного сигнала с шумом, мера сходства зависит в основном от нормированной функции взаимной корреляции сигналов. В то же время для изображений, моделируемых случайными

полями, мера сходства определяется функцией взаимной когерентности эталонного и текущего фрагментов (нормированной корреляцией спектральных компонент сигналов). В последнем случае учитывается пространственная структура изображений фрагментов, в результате чего существенно повышается чувствительность критерия к локальному сдвигу идентичных фрагментов за счет некоторой потери устойчивости к геометрическим искажениям снимков.

В данной работе предлагается подход к идентификации, основанный на вычислении обобщенной кросс-спектральной меры сходства. Выясняются свойства изображений, влияющие на точность взаимной локализации одноименных фрагментов, находятся характеристики точности и приводятся экспериментальные данные.

**Кросс-спектральная мера сходства.** Будем считать, что матрица  $[V]$  размером  $L \times L$ ,  $L = n + m$ , представляет изображение в «зоне поиска»  $\Omega$  контролируемого снимка. В данной зоне требуется локализовать фрагмент, соответствующий изображению эталонного фрагмента, представленного матрицей  $[V_0]$  размером  $n \times n$ . Для единобразия запишем матрицу эталонного фрагмента в левом верхнем углу нулевой матрицы порядка  $L \times L$ . Взаимно соответствующие элементы изображений должны удовлетворять соотношению

$$v_0(x, y) = (av(x+k, y+l) + b)\text{rect}(x/n, y/n) + \epsilon(x, y), \quad (1)$$

где  $a$  и  $b$  — параметры контраста и средней освещенности;  $k, l$  — параметры относительного сдвига образца и его аналога на контролируемом снимке;  $\epsilon(x, y)$  — шум;

$$\text{rect}(x/n, y/n) = \begin{cases} 1, & x \leq n, y \leq n; \\ 0 & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

В такой формулировке процедура селекции образца должна найти параметры  $k$  и  $l$ , характеризующие сдвиг одноименных (реперных) фрагментов.

Ради простоты будем считать, что параметр  $b$  не меняется по полю снимков, что позволяет перейти к центрированным переменным

$$\begin{aligned} \hat{v}(x, y) &= v(x, y) - \bar{v}, \bar{v} = \frac{1}{L^2} \sum_{(x,y) \in \Omega} v(x, y); \\ \hat{v}_0(x, y) &= v_0(x, y) - \bar{v}_0, \bar{v}_0 = \frac{1}{n^2} \sum_{x,y=1}^n v_0(x, y) \end{aligned}$$

и от них к спектральным компонентам (фурье-образам) изображений  $\hat{[V]}$  и  $\hat{[V_0]}$ :

$$\begin{aligned} s_{pq}(\hat{V}) &= \{\mathcal{F}(\hat{V})\}_{pq} = |s_{pq}(\hat{V})| e^{i\varphi_{pq}(\hat{V})}, p, q = 0, 1, \dots, L-1; \\ |s_{pq}(\hat{V})| &= \sqrt{\text{Re}^2 s_{pq}(\hat{V}) + \text{Im}^2 s_{pq}(\hat{V})}, \varphi_{pq}(\hat{V}) = \arctg(\text{Im } s_{pq}/\text{Re } s_{pq}). \end{aligned}$$

Поскольку при смещении «образца»  $\{\hat{v}_0(x, y), x \leq n, y \leq n\}$  в области поиска  $\Omega$  меняется только его фазовый спектр  $\{\mathcal{F}(\hat{V}_0(x+k, y+l))\}_{pq} = s_{pq}(\hat{V}_0) e^{i\frac{2\pi}{L}(pk+ql)}$ , то будем минимизировать функционал

$$F_{kl} = \sum_{p=0}^{L-1} \sum_{q=0}^{L-1} h_{pq} |as_{pq}(\hat{V}) - e^{i\frac{2\pi}{L}(pk+ql)} s_{pq}(\hat{V}_0)|^2 \quad (2)$$

по параметрам сдвига  $k, l$ , где функция  $h_{pq}$  осуществляет необходимое «взвешивание» разностной меры спектральных компонент. Так как «энергия» изображений фрагментов не зависит от параметров  $k, l$ , то положение минимума функционала  $F_{kl}$  соответствует точке экстремума

линейного фильтра (кросс-спектральной меры сходства)

$$C_{kl}(\hat{V}, \hat{V}_0) = \sum_{p=0}^{L-1} \sum_{q=0}^{L-1} h_{pq} s_{pq}(\hat{V}_0) s_{pq}(\hat{V}) e^{\frac{i2\pi}{L}(ph+ql)}. \quad (3)$$

Считая, что распределение  $C_{kl}(\hat{V}, \hat{V}_0)$  в (3) аппроксимируется нормальной плотностью

$$f(C_{kl}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_c} e^{-\frac{(C_{kl}-\bar{C}_{kl})^2}{2\sigma_c^2}},$$

находим нижнюю границу (Рао — Крамера) дисперсии любой несмещенной оценки параметров сдвига  $k, l$  в виде

$$E(k - \hat{k})^2 \geq -\frac{1}{E\left\{\frac{\partial^2 \ln f}{\partial k^2}\right\}}.$$

Так как

$$E\left(\frac{\partial^2 \ln f}{\partial k^2}\right) = -E\left\{\frac{(C_{kl} - \bar{C}_{kl})}{\sigma_c^2} \frac{\partial^2 C_{kl}}{\partial k^2}\right\} - E\left\{\frac{1}{\sigma_c^2} \left(\frac{\partial C_{kl}}{\partial k}\right)^2\right\},$$

то точность локализации определяется крутизной функции отклика фильтра вблизи экстремума, характеризующего положение образа эталонного фрагмента. С этой точки зрения наилучшей моделью для  $C_{kl}(\hat{V}, \hat{V}_0)$  служит дискретный вариант дельта-функции  $\delta(k - \hat{k}, l - \hat{l})$ . Нетрудно убедиться, что последнему условию удовлетворяет весовая функция  $h_{pq}$  вида

$$\hat{h}_{pq} = |s_{pq}^*(\hat{V}_0) s_{pq}(\hat{V})|^{-1}, \quad (4)$$

так как в этом случае обратное дискретное Фурье-преобразование

$$\mathcal{F}^{-1}\left\{e^{i(\varphi_{pq}(\hat{v}(x+k, y+l)) - \varphi_{pq}(\hat{v}_0(x, y)))}\right\} = \delta(k - \hat{k}, l - \hat{l}) = \begin{cases} 1, & k = \hat{k}, l = \hat{l}; \\ 0, & (k, l) \neq (\hat{k}, \hat{l}). \end{cases}$$

Полученный результат можно интерпретировать следующим образом. Обнаружитель с передаточной функцией (4) представляет собой «фазовый» фильтр, т. е. фильтр, который фазовую часть комплексного спектра изображений оставляет без изменений, а амплитудный спектр нормализует. То, что фазовая часть комплексного спектра играет более важную роль при распознавании образов (идентификации сходства), подтверждается и рядом экспериментальных работ [4, 5]. Нетрудно также усмотреть, что в данном варианте кросс-спектральная мера  $C_{kl}(\hat{V}, \hat{V}_0)$  есть Фурье-образ функции когерентности  $\gamma_{pq} = s_{pq}^*(\hat{V}_0) s_{pq}(\hat{V}) / |s_{pq}^*(\hat{V}_0) s_{pq}(\hat{V})|$ . Тём самым все признаки оптимальности когерентного функционала [2] можно отнести и к кросс-спектральной мере сходства, допускающей к тому же эффективную реализацию на основе метода быстрого преобразования Фурье.

**Вероятность ложной привязки.** В качестве критериев эффективности алгоритмов идентификации сходства примем вероятность ложной привязки и точность совмещения изображений. Под вероятностью ложной привязки  $P_{лп}$  понимается вероятность того, что экстремум функционала сходства будет смешен относительно истинного положения на расстояние, превышающее размер дискрета (пиксел) в целочисленной решётке  $hZ^2$ . Точность совмещения характеризуется среднеквадратическим значением величины рассогласования  $\sigma_p^2$ .

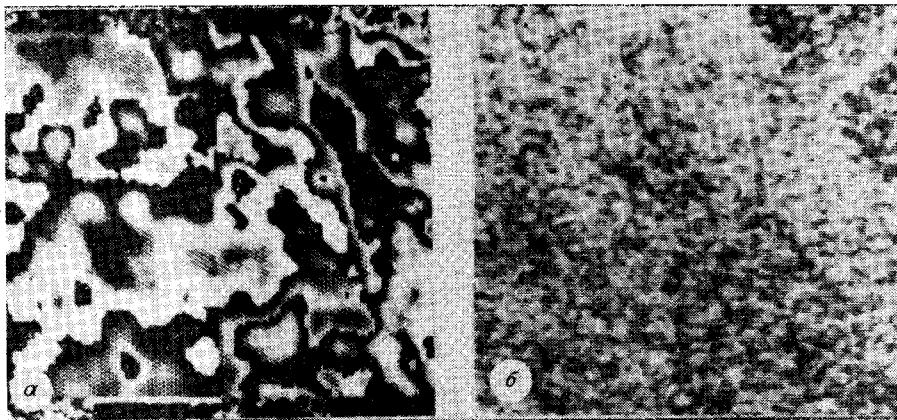


Рис. 1. Модельные изображения:  
а — фон, б — помеха

Следует отметить, что выражение (3) при  $h_{pq} \equiv 1$  соответствует классическому корреляционному алгоритму, реализуемому в спектральной области. Эффективный размер кросс-спектральной меры сходства в этом случае определяется радиусом корреляции элементов изображения  $\hat{V}_0$ . Функционирование данного алгоритма при наличии геометрических искажений было исследовано в [6]. Анализ результатов имитационных экспериментов позволил сделать следующие выводы.

1. При наличии геометрических искажений существует оптимальный размер изображения, позволяющий минимизировать вероятность ложной привязки. Оптимальный размер изображения пропорционален эффективному радиусу автокорреляции и уменьшается с увеличением геометрических искажений.

2. При заданном уровне искажений размер изображения, при котором погрешность совмещения минимальна, меньше, чем размер изображения, необходимый для минимизации вероятности ложной привязки.

Моделирование показало, что аналогичные выводы справедливы и для когерентного (фазового) алгоритма. Однако рабочая зона идентификации фазового фильтра (по величине допустимых геометрических искажений) уже аналогичной зоны для корреляционного алгоритма. Это и понятно, так как чем меньше эффективный радиус кросскорреляционной функции сходства  $C_{hl}(\hat{V}_0, \hat{V})$ , тем более чувствителен алгоритм к изменению геометрии идентифицируемых фрагментов.

Рассмотрим конкретный пример. При моделировании процесса поиска по образцу в качестве эталонного было выбрано изображение, приведенное на рис. 1, а. Контролируемое изображение формировалось из эталонного, к которому (с соответствующим масштабным множителем) аддитивно добавлялось изображение «помехи» (рис. 1, б).

Моделирование показало, что в заданных условиях алгоритм нормированной корреляции [2] ведет удовлетворительный поиск по образцу для снимков, развернутых на угол  $10^\circ$  ( $n = 18$ ,  $L = 25$ ). Алгоритм фазовой корреляции здесь нормально функционирует, если угол поворота не превышает  $5^\circ$ . На рис. 2, а представлено типичное поведение кросс-спектральной меры сходства в рассматриваемых вариантах, а на рис. 2, б даны графики оцененных вероятностей ложной привязки в зависимости от уровня случайной составляющей сигнала на контролируемом снимке. Видно, что фазовый фильтр в достаточно широком диапазоне мощностей шума (до 55%) имеет меньшую вероятность ложной привязки фрагментов, нежели классический корреляционный алгоритм.

**Уточнение взаимного положения.** После установления целочисленных параметров смещения  $\hat{k}$ ,  $\hat{l}$  чаще всего требуется небольшая «до-

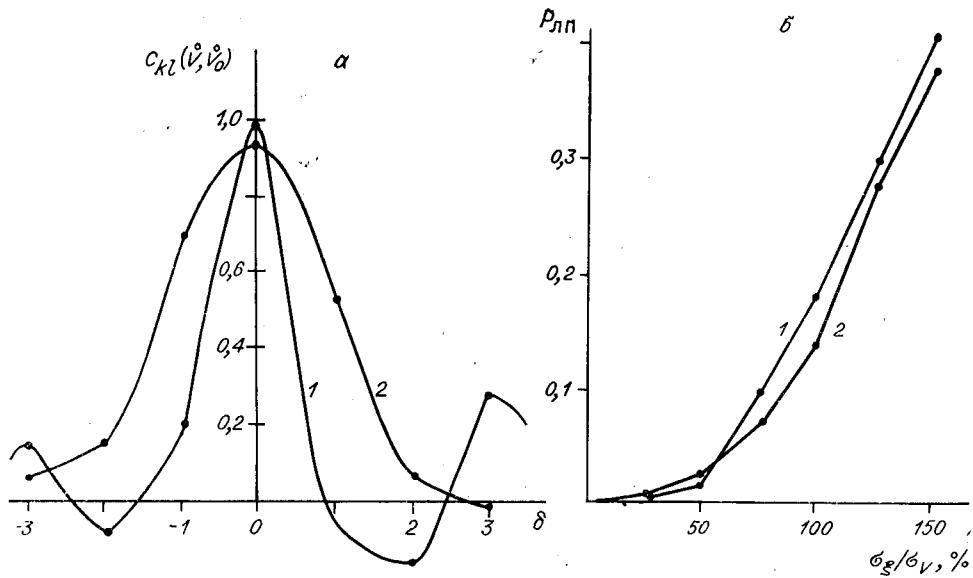


Рис. 2. Меры эффективности алгоритмов идентификации сходства:  
 а — поведение кросс-спектральной меры сходства вблизи ее экстремума: 1 — отклик фазового фильтра, 2 — отклик корреляционного обнаружителя; б — оценки вероятностей ложной привязки (ВЛП) в зависимости от отношения амплитуды шума  $\sigma_\xi$  к амплитуде фонового сигнала (в %): 1 — ВЛП в фазовом алгоритме, 2 — в корреляционном алгоритме

водка» фрагментов в пределах элемента разложения изображения (шага решетки  $hZ^2$ ). Чтобы найти соответствующий вектор сдвига  $(\xi, \eta)$ ,  $0 \leq \xi \leq h$ ,  $0 \leq \eta \leq h$ , предположим, что контролируемый сигнал  $\{v(x + \xi, y + \eta)\}$  (соответствующий эталону  $v_0(x + \hat{k}, y + \hat{l})$  в области  $\Omega$ ) в окрестности каждой точки  $(x, y)$  разлагается в ряд Тейлора:

$$v(x + \xi, y + \eta) = v(x, y) + \xi \frac{\partial v}{\partial x} + \eta \frac{\partial v}{\partial y} + \xi^2 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \eta^2 \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \dots$$

Переходя от непрерывных функций к дискретному описанию и аппроксимируя производные конечными разностями, находим (после группировки членов с одинаковыми  $v(x, y)$ )

$$\begin{aligned} \widehat{v}(x + \xi, y + \eta) &= b_{0,0}(\xi, \eta)v(x, y) + b_{1,0}(\xi, \eta)v(x + 1, y) + \\ &+ b_{-1,0}(\xi, \eta)v(x - 1, y) + \dots = v_0(x + \hat{k}, y + \hat{l}), \end{aligned} \quad (5)$$

где величины  $b_{mt}(\xi, \eta)$  зависят от параметров сдвига  $(\xi, \eta)$ . Отсюда непосредственно устанавливается соотношение между спектральными компонентами исходного изображения и его смешенного аналога:

$$s_{pq}(v(x + \xi, y + \eta)) = \sum_{m,t} b_{mt}(\xi, \eta) e^{i \frac{2\pi}{L} (mp + tq)} s_{pq}(v(x, y)), \quad L = n.$$

Функционал (2) в рассматриваемом приближении приобретает вид

$$\begin{aligned} F_{\hat{k}, \hat{l}}^{\xi, \eta}(\vec{V}, \vec{V}_0) &= \sum_p \sum_q h_{pq} \left( \sum_{m,t} b_{mt} e^{i \frac{2\pi}{L} (mp + tq)} s_{pq}(\vec{V}) - e^{i \frac{2\pi}{L} (\hat{k}p + \hat{l}q)} s_{pq}(\vec{V}_0) \right)^* \times \\ &\times \left( \sum_{m,t} b_{mt} e^{i \frac{2\pi}{L} (mp + tq)} s_{pq}(\vec{V}) - e^{i \frac{2\pi}{L} (\hat{k}p + \hat{l}q)} s_{pq}(\vec{V}_0) \right). \end{aligned} \quad (6)$$

Минимизируя данный функционал по параметрам  $\{b_{mt}(\xi, \eta)\}$ , определяющим

лим для них уравнения оценивания

$$\begin{aligned} \hat{b}_{fg} = \frac{1}{2N} \sum_p \sum_q & \left\{ \frac{s_{pq}^*(\dot{\vec{V}}_0) s_{pq}(\dot{\vec{V}})}{|s_{pq}^*(\dot{\vec{V}}_0) s_{pq}(\dot{\vec{V}})|} e^{i \frac{2\pi}{L} ((\hat{k}-f)p + (\hat{l}-g)q)} + \right. \\ & \left. + \frac{s_{pq}^*(\dot{\vec{V}}) s_{pq}(\dot{\vec{V}}_0)}{|s_{pq}^*(\dot{\vec{V}}_0) s_{pq}(\dot{\vec{V}})|} e^{-i \frac{2\pi}{L} ((\hat{k}-f)p + (\hat{l}-g)q)} \right\}. \end{aligned} \quad (7)$$

Можно заметить, что когда фрагменты идентичны друг другу и сдвига нет, то  $\hat{b}_{fg} = 0$  при  $f \neq 0$  и  $g \neq 0$ ,  $\hat{b}_{00} = (1 - \xi^2 - \eta^2) = 1$ , так что  $\xi = \eta = 0$ .

Если не взвешивать спектральные компоненты изображений, полагая  $h_{pq} = 1$ , то в данном варианте уравнения оценивания приводятся к виду

$$\sum_{f,g} b_{fg} R_{m-f, t-g}(\dot{\vec{V}}_0) = K_{mt}(\dot{\vec{V}}, \dot{\vec{V}}_0), \quad (8)$$

где  $R_{m-f, t-g}$  — элементы автоковариационной функции  $R(\dot{\vec{V}}_0)$ ;  $K_{mt}(\dot{\vec{V}}_0, \dot{\vec{V}})$  — элементы взаимной ковариационной функции  $\dot{\vec{V}}_0$  и  $\dot{\vec{V}}$ ; индексы  $m, t$  пробегают ряд значений, определяемый радиусом корреляции изображений. Используя метод наименьших квадратов для решения (8), получим

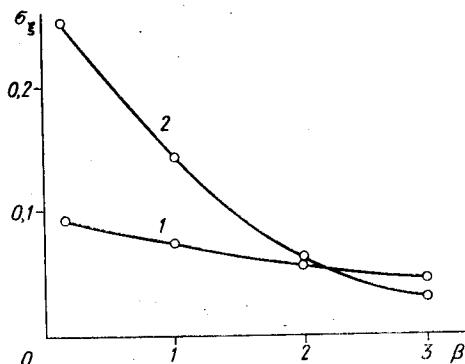
$$\hat{\mathbf{b}} = (R^T R)^{-1} R^T K. \quad (9)$$

Точность взаимной локализации фрагментов обусловливается их площадью (числом отсчетов  $N$ ), а также пространственной структурой составляющих изображений. Можно показать, что оценки  $\{b_{fg}\}$  в (7) не коррелированы и их дисперсия равна  $\sigma_b^2 = \sigma_{e,\phi}^2 / N$ , где  $\sigma_{e,\phi}$  характеризует среднюю величину случайных сдвигов одноименных элементов совмещенных изображений  $V$  и  $V_0$ , обусловленных различного рода помехами. В то же время ковариационная матрица оценок вектора  $\mathbf{b}$  в (9)

$$D_{\mathbf{b}} = \frac{\sigma_e^2}{N} (R^T R)^{-1}, \quad (10)$$

где  $\sigma_e^2$  — дисперсия аддитивного шума. Видно, что пренебрежение пространственной (фазовой) структурой может приводить к ухудшению точности оцениваемых параметров. Это подтверждается и численным моделированием. При моделировании изображения формировались как гаусс-марковские случайные поля [7] с зависимостью между элементами  $R_{m-f, t-g} = e^{-\beta(|m-f|+|t-g|)}$ . На рис. 3 приведены графики среднеквадратичного отклонения  $\sigma_{\xi}$  полученных оценок параметра сдвига  $\xi$  в зависимости от величины  $\beta$  ( $n = 32$ ). Видно, что при малых  $\beta$  (что соответствует сильной корреляции соседних отсчетов) точность метода оценивания (8), не учитывающего фазовую структуру изображений, несколько хуже. Этого можно было ожидать, поскольку для плавных и

Рис. 3. Рассогласование между оценкой параметра сдвига и его действительным значением в зависимости от свойств изображений и метода оценивания:  
1 — фазовый метод, 2 — корреляционный метод



слабоизменяющихся изображений небольшой взаимный сдвиг не приводит к сколько-нибудь заметному изменению функции кросскорреляции.

Следует отметить, что знание вектора параметров  $\mathbf{b}$  позволяет находить интерполяционную оценку изображения эталонного фрагмента  $\tilde{V}_0$  (по значению выделенного аналога  $V$  на контрольном изображении — см. (5)), в определенном смысле наилучше «близкую» к  $V_0$ :  $\tilde{v}_0(x, y) = \sum_m \sum_t \hat{b}_{mt} v(x + m, y + t)$ . При сопоставлении повторных снимков уточнение взаимного положения сходных фрагментов позволяет компенсировать локальные различия в совмещенных изображениях. Экспериментальное исследование показало, что уточнение взаимного положения фрагментов до доли дискрета снижает дисперсию флуктуаций разностного фона и дает возможность избавиться от больших ложных выбросов, соответствующих нескомпенсированным резким перепадам интенсивности.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Виноградов Б. В. Аэрокосмический мониторинг экосистем.— М.: Наука, 1984.
2. Киричук В. С., Перетягин Г. И. Об установлении сходства фрагментов изображений с эталоном // Автометрия.— 1986.— № 4.
3. Прэтт У. Цифровая обработка изображений.— М.: Мир, 1982.
4. Бочкирев А. М. Корреляционно-экстремальные системы навигации // Зарубеж. радиоэлектрон.— 1981.— № 9.
5. Kuglin C. D. Map-matching techniques for terminal guidance using Fourier phase information // Proc. SPIE.— 1979.— V. 186.— P. 21—29.
6. Mostafavi H., Smith F. W. Image correlation with geometric distortion // IEEE Trans. on Aerospace and Electron. Syst.— 1978.— V. AES-14, N 3.— P. 487.
7. Перетягин Г. И. Представление изображений гауссовыми случайными полями // Автометрия.— 1984.— № 6.

Поступила в редакцию 27 октября 1987 г.

УДК 519.3

В. С. КИРИЧУК  
(Новосибирск)

## МНОГОКАНАЛЬНАЯ ЛИНЕЙНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ

Пусть на изображении  $X$ , заданном на дискретной решетке, присутствуют объекты известной формы, но с неизвестными координатами и амплитудой:

$$X_{ij} = M_{ij} + \sum_{l=1}^{r_k} A_l f_{v_l}(i + i_l, j + j_l), \quad (1)$$

где  $f_{v_l}$  — распределение интенсивности объектов  $v = 1, m$ ;  $m$  — число различных форм объектов (в общем случае  $m \leq r$ );  $A_l$  — амплитуда, а  $i_l, j_l$  — координаты объектов. Относительно исходного изображения  $M_{ij}$  предполагаем, что  $M$  — реализация случайного процесса, подчиняющегося нормальному закону распределения с известной корреляционной матрицей  $\sigma^2 K$ . В дальнейшем будем полагать, что корреляционная матрица диагональна. Данное предположение не приводит к потери общности, поскольку проведение операции декоррелирования [1]  $X^* = K^{-1/2} X$ ,  $f^* = K^{-1/2} f$  преобразует задачу к виду (1).

Для определенности также положим, что

$$\sum_{ij \in \Omega} f_v^2(ij) = 1, \quad v = 1, m,$$

где  $\Omega$  — область задания форм объектов.