УДК 621.391

В. С. КИРИЧУК, А. И. ПУСТОВСКИХ

(Новосибирск)

ПРИМЕНЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ В ЗАДАЧЕ ОЦЕНИВАНИЯ СТАЦИОНАРНОЙ ЧАСТИ ФОНА ПО СЕРИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ

При цифровой обработке серии изображений с целью точного оценивания фона (стационарной части сигнала) и поиска динамических объектов принципиально важным является предположение о поведении сигнала и (или) его статистик между дискретными отсчетами. Вопрос приобретает особую остроту в случае близости размеров выделяемых объектов и шага пространственной дискретизации изображений, поскольку построение эффективных алгоритмов выделения отличий, равно как и оценивания стационарной части фона, невозможно без введения «разумных» предположений. В данной работе предложено два алгоритма построения оценок фона, выбор конкретного осуществляется исследователем в зависимости от априорной информации относительно механизма формирования серии. В обоих случаях предполагается, что относительные сдвиги изображений более пространственного дискрета исключены предварительной обработкой [1].

Модель детерминированного фона. Пусть имеется n изображений одной и той же сцены, полученных со смещением (в пределах дискрета) координат отсчетов:

$$X_l(i,\ j)=F(i+\varepsilon_l,\ j+\delta_l)+Z_l(i,\ j),\quad l=\overline{1,\ n-1}. \tag{1}$$

В n-м изображении могут содержаться некоторые локальные отличия (объекты), описываемые функцией $W(i,\ j)$:

$$X_n(i,\ j)=F(i,\ j)+W(i,\ j)+Z_n(i,\ j). \tag{2}$$

Здесь $X_l(i,\ j)$ — зарегистрированные изображения, $i=\overline{1,\ N_x}$; $j=\overline{1,\ N_y}$, $l=\overline{1,\ n}$; $F(i,\ j)$ — функция, описывающая стационарный фон; $Z(i,\ j)$ — случайный шум; далее предполагается, что шум подчиняется гауссовому распределению и не коррелирован, $Z\in N(0,\ \sigma^2I)$ (равноточность введена для простоты вывода формул и не имеет принципиального значения).

В рамках рассматриваемой модели при предположении допустимости разложения функции фона в ряд Тейлора

$$F(i+\varepsilon_l,\ j+\delta_l)=F(i,\ j)+\sum_k\sum_m F_{xy}^{(km)}\varepsilon^k\delta^m\alpha_{km} \tag{3}$$

необходимо оценить функции $F(i,\ j)$, $W(i,\ j)$.

Для удобства введем матричные обозначения:

$$X_k=\{X_1(i_k,\ j_k),\ X_2(i_k,\ j_k),\ \ldots,\ X_{n-1}(i_k,\ j_k)\}$$

— $(n-1)$-мерный вектор, составленный из значений всех $(n-1)$ изображений в точке $(i_k,\ j_k)$ (переход к индексу k означает лексикографическое упорядочивание), $k=\overline{1,\ N_x\times N_y}$;

$$Z_k=\{Z_1(i_k,\ j_k),\ Z_2(i_k,\ j_k),\ \ldots,\ Z_{n-1}(i_k,\ j_k)\}$$

— вектор шума в точке $(i_k,\ j_k)$; матрица S смещений с элементами

$$\{S\}_l=\{1,\ \varepsilon_l,\ \delta_l,\ \varepsilon_l,\ \delta_l,\ \ldots\}$$

(длина строки матрицы S определяется числом членов тейлоровского разложения); вектор производных

$$D_k=\left\{F_k,\ F'_{k_x},\ F'_{k_y},\ \ldots\right\}.$$

В матричной записи уравнения (1) — (3) принимают вид

$$\begin{cases} X_k = SD_k + Z_k, \quad k = 1, N_x \times N_y; \\ x_k = RD_k + z_k + W_k; \end{cases}$$

$x_k = X_n(i_k, j_k)$, $z_k = Z_n(i_k, j_k)$, $R = (1, 0, \ldots, 0)$ — вектор-строка длины m; m — число членов тейлоровского разложения.

В такой постановке задача сводится к оцениванию векторов D_k, смещений $\varepsilon_l \delta_l$ (матрицы S) и функции W_k по результатам наблюдений X_k и x_k. Легко показать, что в данном случае не существует единственного решения относительно оцениваемых параметров, поскольку по $N_x \times N_y$ значениям n-го изображения необходимо оценить $N_x \times N_y$ значений функции $W(i, j)$ и $2 \times (n-1)$ параметров смещений.

Однако если рассматривать проблему как задачу оценивания фона и предполагать, что изображение x_k не содержит объектов, то «вырождение» снимается. Использование метода максимального правдоподобия [2] приводит к системе уравнений

$$\begin{cases} S^T(X_k - SD_k) + R^T(x_k - RD_k) = 0; \\ \sum\limits_k D_k^T S_{\varepsilon_l}'^T (X_k - SD_k) = 0; \\ \sum\limits_k D_k^T S_{\delta_l}'^T (X_k - SD_k) = 0. \end{cases} \tag{4}$$

Оценки фона и производных равны

$$D_k = (S^T S - R^T R)^{-1} (S^T X_k + R^T x_k). \tag{5}$$

Подставляя (5) в (4), получаем нелинейную систему из $2 \times (n-1)$ уравнений относительно ε_l и δ_l. Решение такой системы (особенно при больших n) вызывает значительные трудности и вряд ли оправдано, особенно в задачах массовой обработки изображений.

При дополнительных предположениях можно построить процедуру, свободную от указанных недостатков. Рассмотрим последовательный алгоритм оценивания смещений. Пусть известны смещения для $(n-1)$ изображений, а n-е изображение поступает с неизвестными смещениями ε_n и δ_n. Для оценивания смещений воспользуемся тем фактом, что зона действия локальных отличий на статистики фона существенно меньше площади всего фрагмента и поэтому определение ε_n и δ_n из условия минимума функционала

$$J = \{x_k - RD_k\}^2$$

не приведет к значительным ошибкам, а оценки D_k находятся по $(n-1)$ изображениям

$$D_k = (S^T S)^{-1} S^T X_k,$$

причем оценка функции локальных отличий равна

$$W_k = x_k - R(D^T D)^{-1} D^T X_k.$$

Рассмотренный алгоритм дает возможность производить последовательный анализ изображений следующим образом. По поступившему n-му изображению оцениваются ε_n, δ_n и осуществляется анализ отличий. Для обработки $(n+1)$-го изображения используется вся совокупность изображений $X_1, X_2, \ldots, X_n$, поскольку оценки ε_n и δ_n получены. Необходимо, однако, учитывать, что область применимости этого алгоритма зависит от соотношения площади локальных отличий с площадью снимка.

Стохастическая модель. Принципиальное отличие от детерминистского варианта состоит в том, что каждое из изображений рассматривается теперь как случайная двумерная дискретная функция, заданная на дискретной решетке, с известными математическими ожиданиями и матрицами вторых центральных моментов:

$$E(X_k)=M_k,\ E\{(X_k-M_k)(X_m-M_m)^T\}=C_{km}.$$

Необходимо по $(n-1)$ изображениям $X_1, X_2, \ldots, X_{n-1}$ составить оптимальный линейный прогноз изображения X_n:

$$X_n(i, j)=\sum_{l}^{n-1}\sum_{\Omega}\beta_{l\Omega}(i, j)\,X_l(i, j)+\alpha(i, j). \tag{6}$$

В выражении (6) каждая точка изображения X_n представлена в виде линейной комбинации точек изображений X_l, выбранных из некоторых подобластей Ω_l вокруг центров (i, j). Очевидно, что размер S и форма этих областей зависят от вида корреляционной функции изображения.

Для оптимального выбора параметров α и $\beta_{l\Omega}$ воспользуемся критерием минимума среднеквадратичной ошибки [3]. Согласно данному критерию коэффициенты предсказания определяются из условия минимума функционала

$$J=E\left\{X_n(i, j)-\sum_{l}\sum_{\Omega}\beta_{l\Omega}X_l(i, j)-\alpha(i, j)\right\}^2= \tag{7}$$

$$=\sigma_n^2(i, j)+b^2(i, j)-2\sum_{l}\sum_{\Omega}\beta_{l\Omega}r_{nl}(i, j, \Omega)+\sum_{l_1}\sum_{l_2}\sum_{\Omega_1}\sum_{\Omega_2}\beta_{l_1\Omega_1}\beta_{l_2\Omega_2}r_{l_1l_2}(\Omega_1, \Omega_2).$$

В выражении (7) σ_n^2 — дисперсия изображения X_n в точке (i, j); $r_{l_1l_2}(\Omega_1, \Omega_2)$ — корреляция точки (i, j, Ω_1) изображения X_{l_1} с точкой (i, j, Ω_2) изображения X_{l_2}, а $b(i, j)=-M_n(i, j)+\sum\sum\beta_{l\Omega}(i, j)\,M_l(i, j)+$ $+\alpha(i, j)$.

Рассмотрим практически важный случай стационарных случайных полей, заданных на двумерном торе (последнее ограничение дает возможность пренебрегать граничными условиями и гарантирует цикличность кросс- и автокорреляционных связей):

$$\sigma^2(i, j)=\sigma^2;\ r_{l_1l_2}(i, j, \Omega_1, \Omega_2)=r_{l_1l_2}(\nu_1-\nu_2, \gamma_1-\gamma_2)=r_{l_1l_2}(\Omega),$$

т. е. элемент ковариационной матрицы зависит только от расстояния между элементами.

Введем матричные обозначения, для чего определим вектор параметров B, вектор кросскорреляции R (оба вектора размерности $m\times$ $\times(n-1)$) и матрицу ковариаций C:

$$\{B\}_l=\beta_{l\Omega};\quad \{R\}_l=r_{nl}(\Omega);$$

$$C=\begin{bmatrix} r_{1,1}(\Omega)\ \ldots\ r_{1,n-1}(\Omega) \\ \vdots \\ r_{n-1,1}(\Omega)\ \ldots\ r_{n-1,n-1}(\Omega)\end{bmatrix}.$$

Индекс l по-прежнему относится к l-му изображению, индекс Ω вводит лексикографическое упорядочивание в окрестности Ω_l. В матричной записи соотношение (7) принимает вид

$$J=\sigma_n^2+b^2-2B^TR+B^TCB. \tag{8}$$

Решение (8) относительно b и B выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned}&\text{из условия } b=0,\ \alpha=M_n-\sum\sum\beta_{l\Omega}M_l;\\ &\text{из условия } \frac{\partial J}{\partial B}=0,\ B=C^{-1}R.\end{aligned} \tag{9}$$

Минимальное значение функционала (остаточная сумма квадратов) определяет дисперсию разности $X_n-\widehat{X}_n$ и равно

$$J_{\min}=\sigma^2-R^TC^{-1}R, \tag{10}$$

а коэффициент корреляции между измеренным X_n и предсказанным $\widehat{X}_n$

СКО	Параметры прогноза					
	$n=2$, $i=1$, $S=5$	$n=2$, $i=2$, $S=5$	$n=2$, $i=3$, $S=5$	$n=4$, $X_4-\widehat{X}_4^{(\cdot)}$, $S=1$	$n=4$, $X_4-\widehat{X}_4^{(+)}$, $S=5$	$n=4$, $X_4-\widehat{X}_4^{(T)}$
$X_4 - X_i$	6,07	8,08	6,09	3,93	1,84	3,56
$X_4 - \widehat{X}_{4i}$	3,04	4,58	3,05			

Примечание. СКО — среднее квадратическое отклонение; X_4 — опорное изображение $X = X(6i;\ 6j)$; $X_1 = X(6i+3;\ 6j)$; $X_2 = X(6i;\ 6j+3)$; $X_3 = X(6i+3;\ 6j+3)$; $\widehat{X}_{4i}$ — прогноз опорного изображения по i-му, $S = 5$; $\widehat{X}_4^{(\cdot)}$, $\widehat{X}_4^{(+)}$ — прогнозы опорных изображений по трем, $S = 1$ и $S = 5$ соответственно; $\widehat{X}_4^{(T)}$ — прогноз (тейлоровский 1-го порядка) опорного изображения по трем.

значениями составляет $\rho^2 = (R^TC^{-1}R)/\sigma^2$. Данное значение является максимальным для всех возможных линейных комбинаций $X_1, X_2, \ldots, X_{n-1}$.

Практическое использование полученных соотношений затруднено по нескольким причинам. Главные из них — значительные вычислительные затраты на получение оценки фона и, как правило, априори неизвестные ковариационные матрицы. Последняя трудность обходится при достаточно слабых предположениях заменой истинных значений их оценками. Оценки ковариации имеют смещения и дисперсии порядка $1/N\ (N = N_x \times N_y)$ и при $N \to \infty$ сходятся по вероятности (при достаточно слабых условиях стационарности в узком смысле и конечности четырех моментов) к истинным значениям. Следовательно, использование оценки (9) оправдано только при достаточно большом числе измерений (количестве точек изображений X_l).

Что касается вычислительных трудностей, то заметим, что ранг решаемой системы растет пропорционально произведению числа кадров, участвующих в прогнозе, на площадь S окрестности Ω. Заметим, что оценка (10) приближенно аппроксимируется χ^2-распределением с $N - (n-1)\times S - 1$ степенями свободы. Анализ поведения (10) в зависимости от размера и формы зоны суммирования позволяет исследовать изменение точности предсказания, а следовательно, и определить минимально допустимый размер этой области.

Выбор зоны Ω в виде прямоугольника размером 3×3, 7×7 точек из числа ближайших соседей (по соображениям максимальной коррелированности), как правило, бывает достаточным для практического применения.

Экспериментальные результаты. Для проверки эффективности описанных выше алгоритмов были проведены численные эксперименты на ЭВМ, для чего из базового цифрового изображения большого формата (2304×1536 элементов) с помощью сдвига (ε_l, δ_l) и прореживания (выборки каждого 6-го элемента) формировалось i-е изображение серии (размером 384×256 элементов) X_1, X_2, X_3, X_4, где X_4 — изображение с нулевым сдвигом. Далее параметры (ε, δ) считались неизвестными и производилось оценивание стационарной части фона (относительно изображения X_4). Качество такой оценки характеризует остаточная сумма квадратов (8). Оценка (6) вычислялась для различных длин серии ($n = 2$, $n = 4$) и двух типов окрестности Ω: а) Ω состоит из одного элемента (ближайшая точка с целыми координатами); б) Ω состоит из 5 элементов (точка из предыдущего пункта и ее ближайшие соседи на дискретной решетке). Кроме того, для $n = 4$ вычислялась оценка тейлоровского разложения (с точностью до производных 1-го порядка).

Результаты численного моделирования сведены в таблицу.

Заметим, что уже при минимальных вычислительных затратах ($n = 2$, $S = 5$) достигается практически двойное уменьшение невязки (8).

становки.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Киричук В. С., Косых В. П., Пустовских А. И.** Восстановление слабоконтрастных электронно-микроскопических изображений // Автометрия.— 1983.— № 6.
2. **Рао С. Р.** Линейные статистические методы и их применение.— М.: Наука, 1968.
3. **Кендалл М. Дж., Стьюарт А.** Статистические выводы и связи.— М.: Наука, 1973.— Т. 2.
4. **Губанов А. В., Ефимов В. М., Киричук В. С., Пустовских А. И., Резник А. Л.** Методы оценивания взаимного смещения фрагментов цифровых изображений // Автометрия.— 1988.— № 3.

Поступила в редакцию 5 января 1988 г.

УДК 519.713 : 007.5 : 681.5

О. И. БИТЮЦКИЙ, Г. И. ПЕРЕТЯГИН

(Новосибирск)

ПОИСК И ЛОКАЛИЗАЦИЯ РЕПЕРНЫХ ФРАГМЕНТОВ ПРИ СОВМЕЩЕНИИ ПОВТОРНЫХ СНИМКОВ

Введение. Прямым дистанционным методом контроля динамики экосистем является сопоставление аэрокосмических снимков одной и той же территории, полученных в разное время [1]. Это требует проведения точной координатной и амплитудной коррекции текущего снимка для того, чтобы корректно реализовать поточечное сравнение его с эталонным изображением, хранящимся в базе данных системы обработки. Начальный этап задачи совмещения сводится к выделению пар реперных фрагментов (взаимно соответствующих друг другу на сравниваемых изображениях), по которым можно восстановить функцию геометрического преобразования идентичных элементов снимков. Эту задачу следует рассматривать как процесс отождествления образца, выделенного на эталонном изображении, с одним из множества текущих фрагментов, выбираемых из зоны поиска контролируемого изображения [2].

Алгоритмы установления сходства в своих первоначальных вариантах в той или иной степени были связаны с получением характеристик стохастической взаимосвязи сравниваемых изображений [3]. Все они основывались на идеях корреляционной и спектральной теории сигналов, и для соответствующих критериев были получены экспериментальные характеристики основных процедур поиска по образцу [4]. В отличие от данных методик в [2] поставленная проблема охарактеризована с точки зрения статистических решающих правил и найден оптимальный (в известном смысле) критерий сходства, инвариантный относительно группы допустимых преобразований амплитуды двумерного сигнала. Показано, что вид статистик критерия идентификации определяется формой представления исходной информации: для изображений, характеризуемых смесью детерминированного двумерного сигнала с шумом, мера сходства зависит в основном от нормированной функции взаимной корреляции сигналов. В то же время для изображений, моделируемых случайными