

**Заключение.** Обосновано применение метода неподвижного заряда для моделирования критических параметров и характеристик элементов СБИС.

Предложена обобщенная постановка краевой задачи для моделирования критических параметров и характеристик элементов СБИС на основе МДП-транзисторов.

На ряде конкретных примеров анализа элементов СБИС показана эффективность метода неподвижного заряда.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Польский Б. С. Численное моделирование полупроводниковых приборов.— Рига: Зинатне, 1986.
2. Кольдяев В. И., Свиташев К. К. Математическое моделирование процессов переноса электронов в диэлектриках МДП-структур в сильных полях // Микроэлектроника.— 1986.— Т. 15, № 3.
3. Мулярчик С. Г., Соловьев В. Г. Способ построения начального приближения при численном анализе МДП-приборов // Изв. вузов. Радиоэлектроника.— 1982.— Т. XX, № 6.
4. Кольдяев В. И., Мороз В. А., Назаров С. А. Исследование асимптотических свойств краевой задачи о легировании и окислении кремния // Автометрия.— 1986.— № 6.
5. Зи С. Физика полупроводниковых приборов.— М.: Мир, 1984.
6. Горбенко Н. И., Катешов В. А., Майоров Ю. К. ППП ЭФЭС (автоматизация решения краевых задач для уравнения Пуассона на ЕС ЭВМ).— Новосибирск, 1985.— (Препринт АН СССР, Сиб. отд-ние, ВЦ; 552).
7. Klose H., Seidl A. Combined process modeling and subthreshold device simulation // Solid-State Electron.— 1986.— V. 29, N 3.— P. 371.
8. Greenfield J. A., Dutton R. W. Nonplanar VLSI device analysis using the solution of Poisson's equation // IEEE Trans. Electron Devic.— 1980.— V. ED-27, N 8.

Поступила в редакцию 12 июня 1987 г.

УДК 621.382.23.011.222.001.24

Г. З. ГАРБЕР  
(Москва)

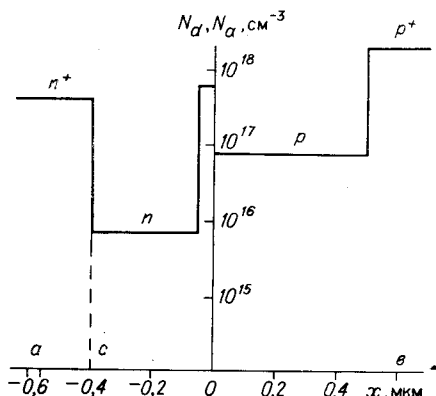
### МЕТОД РАСЧЕТА СВЧ-ПАРАМЕТРОВ ЛАВИННО-ПРОЛЕТНЫХ ДИОДОВ МИЛЛИМЕТРОВОГО ДИАПАЗОНА

**Введение.** Из генераторных полупроводниковых приборов миллиметрового диапазона наиболее мощными являются лавинно-пролетные диоды (ЛПД). Для проектирования генераторов и усилителей на ЛПД необходимо знать зависимости СВЧ-параметров диода (полного сопротивления, мощности генерации и КПД) от режима работы. Экспериментальные методы определения СВЧ-параметров трудоемки и неточны, поэтому особое значение имеет численное моделирование ЛПД, позволяющее достаточно точно рассчитывать эти параметры.

До начала 80-х годов численное моделирование ЛПД основывалось на диффузионно-дрейфовой модели (ДДМ)

Профиль легирования арсенид-галлиевого ЛПД миллиметрового диапазона:

$x = 0$  — координата технологического  $p-n$ -перехода



[1], где коэффициенты ударной ионизации, подвижности и коэффициенты диффузии электронов и дырок рассматривались как функции напряженности электрического поля. В [2] показано, что модель [1] не всегда удовлетворяет уравнению Пуассона и уравнению непрерывности дырок и их энергии:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = \frac{q}{\epsilon_s} (n - p - N_d + N_a), \quad (1)$$

где  $\varphi(x, t)$  — потенциал электрического поля;  $n(x, t)$ ,  $p(x, t)$  — концентрации электронов и дырок;  $x, t$  — пространственная и временная координаты;  $N_d(x)$ ,  $N_a(x)$  — концентрации ионизированных доноров и акцепторов;  $q$  — элементарный заряд;  $\epsilon_s$  — абсолютная диэлектрическая проницаемость полупроводника. Уравнения переноса дырок и их энергии:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{\partial j_p}{\partial x} + G_p + G_n; \quad (2)$$

$$j_p = \mu_p E p - \frac{\partial}{\partial x} (D_p p); \quad (3)$$

$$\frac{\partial (pw)}{\partial t} = -\frac{\partial j_{pw}}{\partial x} + q E j_p - G_p \Delta + G_n e - \frac{p(w-e)}{\tau_w}; \quad (4)$$

$$j_{pw} = \mu_p E p w - \frac{\partial}{\partial x} (D_p p w), \quad (5)$$

где  $w(x, t)$  — средняя кинетическая энергия дырок;  $j_p(x, t)$ ,  $j_{pw}(x, t)$  — плотности потоков дырок и энергии;  $\mu_p(w)$ ,  $D_p(w)$  — подвижность и коэффициент диффузии дырок;  $\tau_w = \text{const}$  — время релаксации энергии дырок;  $E(x, t) = -\partial\varphi/\partial x$  — напряженность электрического поля;  $G_p$ ,  $G_n$  — скорости генерации электронно-дырочных пар соответственно дырками и электронами;  $\Delta$  — величина порядка ширины запрещенной зоны;  $e = 3kT/2$  — средняя кинетическая энергия дырок и электронов при термодинамическом равновесии;  $k$  — постоянная Больцмана;  $T$  — температура кристаллической решетки. Уравнения переноса электронов и их энергии:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial j_n}{\partial x} + G_n + G_p; \quad (6)$$

$$j_n = \mu_n E n + \frac{\partial}{\partial x} (D_n n); \quad (7)$$

$$\frac{\partial (nu)}{\partial t} = \frac{\partial j_{nu}}{\partial x} + q E j_n - G_n \Delta + G_p e - \frac{n(u-e)}{\tau_u}; \quad (8)$$

$$j_{nu} = \mu_n E n u + \frac{\partial}{\partial x} (D_n n u), \quad (9)$$

где  $u(x, t)$  — средняя кинетическая энергия электронов;  $-j_n(x, t)$ ,  $-j_{nu}(x, t)$  — плотности потоков электронов и энергии;  $\mu_n(u)$ ,  $D_n(u)$  — подвижность и коэффициент диффузии электронов;  $\tau_u = \text{const}$  — время релаксации энергии электронов. Особенностью уравнений переноса является диффузионно-дрейфовая форма представления плотностей потоков энергий (5) и (9). В ее основе лежит допущение о постоянстве коэффициентов Пельтье для дырок и электронов, которое вполне обосновано при уровнях легирования порядка  $10^{16}$  см<sup>-3</sup> и более, свойственных ЛПД миллиметрового диапазона.

Пусть  $v_p(F)$ ,  $v_n(F)$  и  $\alpha_p(F)$ ,  $\alpha_n(F)$  — заданные зависимости соответственно дрейфовых скоростей и коэффициентов ударной ионизации

для дырок и электронов от напряженности стационарного однородного электрического поля. Обозначим через  $F_p(w)$  и  $F_n(u)$  решения уравнений  $(w - e)/\tau_w = qF_p v_p(F_p)$  и  $(u - e)/\tau_u = qF_n v_n(F_n)$ . Подвижности и коэффициенты диффузии рассчитываются по формулам

$$\begin{aligned} \mu_p &= v_p[F_p(w)]/F_p(w); & D_p &= 2w\mu_p/(3q); \\ \mu_n &= v_n[F_n(u)]/F_n(u); & D_n &= 2u\mu_n/(3q) \end{aligned}$$

(см. [2]). Скорости генерации  $G_p = v_{ps}\alpha_p[F_p(w)]|p|$ ;

$$G_n = v_{ns}\alpha_n[F_n(u)]|n|, \text{ где } v_{ps} = v_p(\infty), v_{ns} = v_n(\infty).$$

Краевые условия имеют вид  $\varphi(a) = 0$ ;  $\varphi(b) = v(t) < 0$  — заданное периодическое напряжение на активной области диода;  $p(b) = N_a(b)$ ;  $n(a) = N_d(a)$ ;  $j_p(a) = j_{ps}$ ,  $j_n(b) = j_{ns}$  — заданные положительные величины, определяемые обратными дырочным и электронным токами и площадью  $p$  —  $n$ -перехода;  $w(b) = u(a) = e$ ;  $j_{pw}(a) = j_{ps}e$ ;  $j_{nu}(b) = j_{ns}e$ .

**Метод решения.** Решается начально-краевая задача для системы уравнений (1) — (9) при произвольных начальных условиях. Используется полуявная центрально-разностная схема. Решение на  $k+1$ -м временном слое рассчитывается следующим образом (верхний индекс указывает номер слоя).

1. Решается центрально-разностный аналог уравнения

$$\frac{\partial^2 \varphi^{k+1}}{\partial x^2} = \frac{q}{\epsilon_s} [n^k - p^k - N_d + N_a + \alpha n^k (\varphi^{k+1} - \varphi^k)],$$

предложенного в [4]. Оно отличается от уравнения Пуассона (1) наличием дополнительного слагаемого в правой части, которое введено для повышения устойчивости разностной схемы в левой  $n^+$ -области (см. рисунок). Коэффициент равен  $\alpha(x) = \frac{\mu_n^k}{h^2} \sin^2\left(m \frac{\pi h}{2l}\right) (\tau - \tau_0)$ , если  $\tau > \tau_0$  и  $\alpha = 0$  в противном случае;  $h = \text{const}$ ,  $\tau = \text{const}$  — шаги по  $x$  и  $t$ ;  $\tau_0 = 2\epsilon_s/(qn^k \mu_n^k)$ ;  $c$  — координата технологического  $n^+$  —  $n$ -перехода;  $l$  — длина той части отрезка  $[a, c]$ , в которой  $\tau > \tau_0$ . Полагается  $m = 2$ , так как согласно численным экспериментам при этом значении разностная схема устойчива и достаточно точна.

2. Методом [5] параллельно решаются центрально-разностные аналоги уравнений (2), (3) и (4), (5). Запараллеливание оказалось возможным благодаря диффузионно-дрейфовой форме записи плотности потока энергии (5). Используется потоковая прогонка, достаточное условие устойчивости которой имеет вид

$$-\frac{2D_p^k}{h} < V_p < \frac{h}{\tau} + \frac{\partial D_p^k}{\partial x} + \frac{h}{2} \frac{\partial V_p}{\partial x},$$

где  $V_p = \mu_p^k E^{k+1}$ . С целью ликвидации отрицательных значений концентрации дырок (в окрестности технологического  $p^+$  —  $p$ -перехода, см. рисунок) введена искусственная диффузия: при  $D_p^k < |V_p| h/2$  полагается  $D_p^k = |V_p| h/2$ . Сравнение результатов расчетов при нескольких значениях  $h$  свидетельствует о малости погрешности, вносимой искусственной диффузией.

3. Методом [5] параллельно решаются центрально-разностные аналоги уравнений (6), (7) и (8), (9) с искусственной диффузией.

Решение начально-краевой задачи оканчивается при установлении периодического колебательного режима, и таким образом находится периодическая временная зависимость плотности тока  $i(t)$ . Зависимости  $v(t)$  и  $i(t)$  и площадь  $p$  —  $n$ -перехода определяют СВЧ-параметры ЛПД.

**Заключение.** Рассмотренная инерционная диффузионно-дрейфовая модель (ИДДМ) является простейшим обобщением ДДМ [1] на случай ЛПД миллиметрового диапазона, у которых  $p$  —  $n$ -переход имеет суб-

микронную толщину. От модели [2] ИДДМ отличается тем, что функциями средней энергии считаются подвижности и коэффициенты диффузии не только электронов, но и дырок, а также коэффициенты ударной ионизации. Исходные данные ИДДМ совпадают с исходными данными варианта ДДМ, в котором коэффициенты диффузии рассчитываются по формулам

$$D_p = \left[ \frac{2}{3} \tau_w E v_p(E) + \frac{kT}{q} \right] \frac{v_p(E)}{E}; \quad D_n = \left[ \frac{2}{3} \tau_u E v_n(E) + \frac{kT}{q} \right] \frac{v_n(E)}{E}.$$

ИДДМ достаточно экономична: при переходе от ДДМ затраты машинного времени возрастают лишь вдвое. На основе описанного метода разработана программа расчета СВЧ-параметров арсенид-галлиевых ЛПД, которая эксплуатируется на ЭВМ ЕЭСМ-6 в системе БЭСМ — АЛГОЛ.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Scharfetter D. L., Gummel H. K. Large-signal analysis of a silicon Read diode oscillator // IEEE Trans. Electron Devic.— 1969.— V. ED-16, N 1.— P. 64.
2. Гарбер Г. З., Захаров А. Л. Моделирование работы арсенид-галлиевых лавинно-пролетных диодов с учетом тепловой инерции электронов // Электрон. техника. Сер. 2. Полупроводниковые приборы.— 1983.— Вып. 3 (162).
3. Mains R. K., Haddad G. I., Blakey P. A. Simulation of GaAs IMPATT diodes including energy and velocity transport equations // IEEE Trans. Electron Devic.— 1983.— V. ED-30, N 10.— P. 1327.
4. Польский Б. С., Римшанс Я. С. Об одной разностной схеме для решения нестационарных задач теории полупроводниковых приборов // Численные методы механики сплошной среды.— 1985.— Т. 16, № 4.
5. Гарбер Г. З., Захаров А. Л. Численный метод анализа работы лавинно-пролетных диодов // Электрон. техника. Сер. 2. Полупроводниковые приборы.— 1979.— Вып. 5 (131).

Поступила в редакцию 12 июня 1987 г.

УДК 519.63

И. А. БЛАТОВ, Е. П. СОБОЛЕВСКИЙ, А. А. ТЕРТЕРЯН,  
В. Л. ХАЦКЕВИЧ

(Воронеж)

#### О НЕКОТОРЫХ ПОДХОДАХ ПРИ ЧИСЛЕННОМ МОДЕЛИРОВАНИИ МДП-СТРУКТУР

В статье рассмотрены вопросы математического обоснования алгоритмов численного решения фундаментальной системы уравнений (ФСУ) переноса заряда в полупроводниковых структурах. В разд. 1 исследована корректность ФСУ. В разд. 2 проведено частичное обоснование метода Гуммеля. Разд. 3 посвящен асимптотическому анализу ФСУ.

1. **Теорема существования и единственности.** Для двумерной МДП-структуры, работающей как триод, характерна следующая область изменения независимых переменных (линия  $\Gamma$  означает  $p-n$ -переход) (см. рисунок). Перенос заряда в этой области при  $t > 0$  описывается ФСУ [1]:

$$\varepsilon^2 \Delta \Phi = n - p - N_{np}, \quad 0 < x < X_2, \quad 0 < y < Y_3; \quad (1)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \nabla J_n - R(p, n), \quad J_n = \mu_n (\nabla n - n \nabla \Phi), \quad 0 < x < X_2, \quad 0 < y < Y_3; \quad (2)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\nabla J_p - R(p, n), \quad J_p = -\mu_p (\nabla p + p \nabla \Phi), \quad 0 < x < X_2, \quad 0 < y < Y_3; \quad (3)$$

$$\Delta \Phi = \rho(x, y), \quad -X_1 < x < 0, \quad Y_2 < y < Y_3. \quad (4)$$