

на структуру оптического сигнала. Эти свойства приводят к размытию изображения зондирующего поля в рассеянном свете. Гидросреда фильтрует высокочастотные компоненты углового спектра оптического сигнала. Как известно [4], флуктуации фазы светового пучка при распространении в неоднородной среде уменьшаются с ростом длины волны. Повышение плотности потока энергии в зондирующем оптическом поле и выбор лазерного излучения с большей длиной волны ведут к уменьшению эффекта размытия и повышению контрастности оптического сигнала в ЛДА.

Авторы выражают благодарность С. Ф. Шульженко и И. А. Похальчуку за помощь в работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дубищев Ю. Н., Ринкевичус Б. С. Методы лазерной доплеровской анемометрии.— М.: Наука, 1982.
2. Банен, Келлер. Лазерный доплеровский многокомпонентный анемометр на основе электрооптического модулятора // Приборы для научн. исслед.— 1984.— № 7.
3. Белоусов П. Я., Дубищев Ю. Н. Лазерное устройство для измерения скорости движения поверхностей // Квантовая электрон.— 1986.— Т. 13, № 12.
4. Бабак Э. В., Иванов П. Д., Котлецов В. Н., Родионов С. А. Подводная фотография.— Л.: Машиностроение, 1969.

Поступила в редакцию 13 мая 1987 г.

УДК 535.317.1

Э. И. ГЕЛЬФЕР, В. Г. ЗАКИН, Е. И. МИНДЛИНА
(Горький)

ОСОБЕННОСТИ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ДВУМЕРНОГО ОБЪЕКТА В СХЕМЕ С МОДИФИЦИРОВАННЫМ ИНТЕРФЕРОМЕТРОМ МАЙКЕЛЬСОНА

Один из методов коррекции изображения некогерентного оптического источника, наблюдаемого сквозь слой случайно-неоднородной атмосферы, основывается на использовании модифицированного интерферометра Майкельсона (рис. 1), называемого также в литературе сдвиговым или призмным интерферометром [1—4]. Он применяется для восстановления поперечной комплексной функции когерентности (КФК) неискаженного светового поля на приемнике. При этом предполагается, что в отсутствие искажений, вносимых средой распространения, КФК поля на приемнике и интенсивность в плоскости источника связаны преобразованием Фурье, что справедливо для удаленного квазимонохроматического пространственно-некогерентного источника.

В настоящей работе исследуется восстановление двумерных объектов сложной формы при помощи модифицированного интерферометра Майкельсона. Математический анализ алгоритма восстановления позволил обнаружить некоторые существенные особенности и определить оптимальные условия восстановления. В результате проведенного исследования получено хорошее восстановление сложных двумерных объектов при численном моделировании процессов искажения и восстановления.

1. Будем считать, что атмосфера вносит только фазовые искажения в проходя-

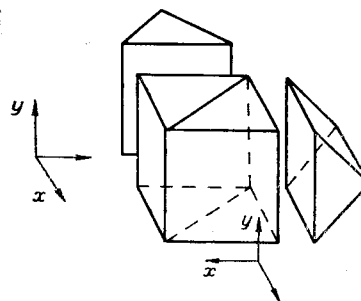


Рис. 1

щую световую волну и поле на входе интерферометра $E(\mathbf{r}, t)$ отличается от невозмущенного поля $E_0(\mathbf{r})$ случайным фазовым набегом:

$$E(\mathbf{r}, t) = E_0(\mathbf{r}) \exp(i\varphi(\mathbf{r}, t)). \quad (1)$$

Явно обозначается зависимость от времени, связанная со случайными изменениями оптической плотности атмосферы. На выходе прибора создается интерференционная картина от двух наложенных изображений входного зрачка, перевернутых призмами относительно осей x и y соответственно:

$$\mathcal{E}(x, y) = (1/2) (E(-x, y) + E(x, -y) \exp(i\delta)), \quad (2)$$

где $\mathcal{E}(x, y)$ — выходное поле; δ — разность фазовых набегов в плечах интерферометра. С учетом (1) и (2) запишем распределение интенсивности в выходной плоскости интерферометра, которое определяется функцией когерентности поля $E_0(\mathbf{r})$ и случайной фазовой добавкой $\varphi(\mathbf{r}, t)$:

$$I(\mathbf{r}, t, \delta) = (1/2) I_0 [1 + \mu(2\mathbf{r}) \cos(\Theta(2\mathbf{r}) + \varphi(\mathbf{r}, t) - \varphi(-\mathbf{r}, t) + \delta)]. \quad (3)$$

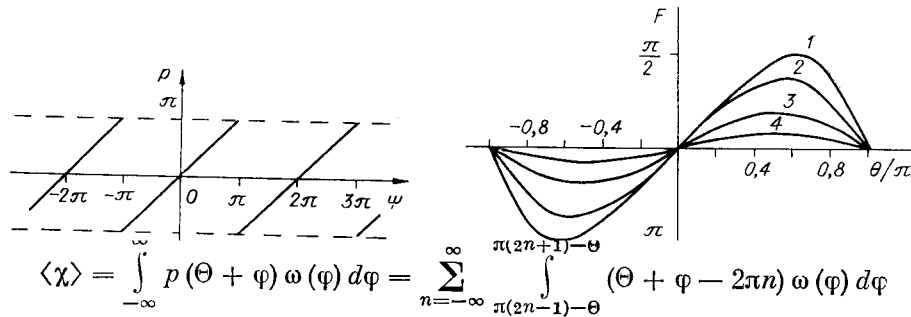
Здесь I_0 — постоянный уровень интенсивности на входе интерферометра; $\mu(\mathbf{r})$ и $\Theta(\mathbf{r})$ — модуль и фаза КФК неискаженного поля.

Для определения КФК предлагается регистрировать за время «замороженности» атмосферной турбулентности три распределения выходной интенсивности при значениях δ , равных $0, \pi/2, \pi$. Из выражения (3) легко видеть, что по этим данным можно определить модуль КФК $\mu(2\mathbf{r})$ и тригонометрические функции суммы $\Psi(\mathbf{r}, t) = \Theta(2\mathbf{r}) + \varphi(\mathbf{r}, t) - \varphi(-\mathbf{r}, t)$ [1, 2]. При идеальной аппаратуре трудности восстановления КФК связаны с нахождением фазы $\Theta(2\mathbf{r})$.

В последних работах по призмному интерферометру [3, 4] для определения Θ используется пространственное или временное отслеживание фазы, т. е. каждое следующее значение фазы Ψ ищется в π -окрестности предыдущего. При этом на эмпирическом уровне оговаривается то условие, что расстояние между отсчетными точками мало по сравнению с характерным размером изменения КФК и радиусом корреляции случайного поля $\varphi(\mathbf{r})$ (или замеры производятся достаточно часто на временном интервале корреляции процесса $\varphi(\mathbf{r}, t)$, если используется отслеживание во времени). Аналитическое исследование этого условия в литературе отсутствует, тогда как сама процедура отслеживания используется в разных методах восстановления (см., например, [5]). В настоящей статье рассматриваются условия восстановления объекта, накладываемые использованием пространственного отслеживания фазы.

Пусть в выходной плоскости интерферометра выбраны $M \times M$ отсчетных точек с шагом h . Измерения производятся в N моментов времени через интервал Δt , превышающий время корреляции случайного процесса $\varphi(\mathbf{r}, t)$. Нижними индексами k, l и верхним индексом j будем обозначать значения величин в отсчетной точке выходной плоскости с координатами $x_k = kh, y_l = lh, k, l = 1, \dots, M$, в момент времени $t_j = j\Delta t, j = 1, \dots, N$. Считаем, что случайные поля $\varphi^j(\mathbf{r}) \equiv \varphi(\mathbf{r}, t_j)$ статистически независимы.

2. В отсутствие отслеживания при каждом измерении определяем главные значения фаз по их тригонометрическим функциям, т. е. величину $\chi_{kl}^j = p(\Psi_{kl}^j)$, где функция $p(\Psi)$ меняется в пределах $(-\pi, \pi)$ и отличается от своего аргумента на целое число 2π (график функции p приведен на рис. 2). Найдем среднее и дисперсию величины $\chi = p(\Theta + \varphi)$, где Θ — некоторое число из интервала $(-\pi, \pi)$; φ — случайная величина с нулевым средним, дисперсией $(\pi\sigma)^2$ и плотностью вероятности $\omega(\varphi)$. Случайная добавка φ к регулярной фазе в нашем случае есть разность значений случайного поля $\varphi^j(\mathbf{r})$ в центрально-симметричных точках вход-



$$\langle \chi \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} p(\Theta + \varphi) \omega(\varphi) d\varphi = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{\pi(2n-1)-\Theta}^{\pi(2n+1)-\Theta} (\Theta + \varphi - 2\pi n) \omega(\varphi) d\varphi$$

или после ряда преобразований

$$\langle \chi \rangle = \Theta - \pi \sum_{n=0}^{\infty} \Phi\left(\frac{2n+1+\Theta/\pi}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{2n+1-\Theta/\pi}{\sigma}\right) = F(\Theta, \sigma), \quad (4)$$

где $\Phi(x) = W(x) - W(-x)$, $W(x)$ — интегральная функция распределения нормированной случайной величины $\varphi/\pi\sigma$. Для оценки дисперсии $(\pi\sigma_x)^2$ величины χ возьмем значение σ_x при $\Theta = 0$:

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{\pi^2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{\pi(2n-1)}^{\pi(2n+1)} (\varphi - 2\pi n)^2 \omega(\varphi) d\varphi = \sigma^2 + 4 \sum_{n=1}^{\infty} n^2 \left[\Phi\left(\frac{2n+1}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{2n-1}{\sigma}\right) \right]. \quad (5)$$

Для гауссовой величины φ значения σ_x и σ совпадают с точностью до долей процента при $\sigma < 1/4$.

Дальнейшие выводы основываются на выражении (4) для среднего значения величины χ . Прежде всего рассмотрим зависимости $\langle \chi \rangle$ от угла Θ при разных σ , представленные на рис. 3 для случая гауссовой величины φ (кривая 1 — $\sigma = 1/4$, 2 — $\sigma = 1/3$, 3 — $\sigma = 1/2$, 4 — $\sigma = 2/3$).

Видно, что точно восстановить Θ по значению $\langle \chi \rangle$ можно лишь для исчезающе малых σ . При конечном σ восстанавливается искаженное изображение объекта, в частности появляется его «эхо» по другую сторону оптической оси. В качестве иллюстрации на рис. 4 приведены теоретически ожидаемые результаты восстановления внеосевого точечного источника при трех значениях σ : $a - \sigma = 0,1$, $b - \sigma = 0,2$, $c - \sigma = 0,3$. (Действительное положение источника отмечено сплошной стрелкой, оптическая ось — штриховой стрелкой.)

3. Покажем, что использование отслеживания приводит к замене параметра σ в выражении (4) на значительно меньший параметр и тем самым эквивалентно уменьшению дисперсии случайной фазы. Если величина $\chi_i^j = \Theta_i + \varphi_i^j + 2\pi n$, где индекс i обозначает порядок следования отсчетов точек на некоторой траектории, определяется по своим тригонометрическим функциям в π -окрестности χ_{i-1}^j , их значения связаны соотношением

$$\chi_i^j = \chi_{i-1}^j + p(\Theta_i + \varphi_i^j - \chi_{i-1}^j), \quad (6)$$

или, поскольку функция p периодична с периодом 2π ,

$$\chi_i^j = \chi_{i-1}^j + p(\Theta_i - \Theta_{i-1} + \xi_i^j), \quad \xi_i^j = \varphi_i^j - \varphi_{i-1}^j. \quad (7)$$

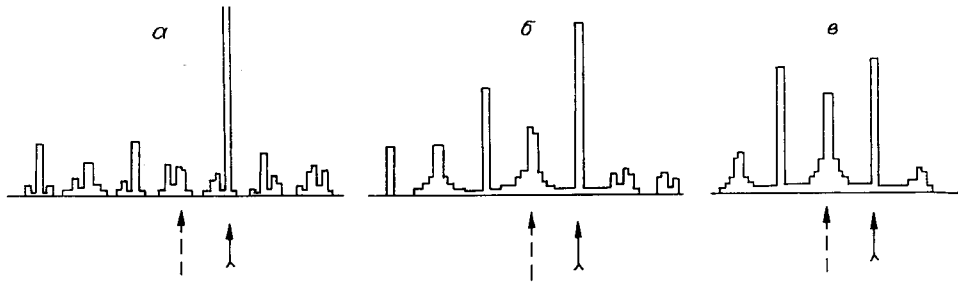


Рис. 4

Качество восстановления задается дисперсией $(\pi\sigma_\xi)^2$ величины ξ_i , причем $(\pi\sigma_\xi)^2 \leq 2D(h)$, где $D(h)$ — значение структурной функции поля $\varphi(\mathbf{r})$ на отсчетном шаге h .

Усредняя равенство (7), получим

$$\begin{aligned} \langle \chi_i \rangle &= F(\Theta_i, \sigma_0); \\ \langle \chi_i \rangle &= \langle \chi_{i-1} \rangle + F(\Theta_i - \Theta_{i-1}, \sigma_i), \quad i = 2, \dots, M. \end{aligned} \quad (8)$$

Формулы (6) — (8) являются основными для анализа процедуры отслеживания. Если $h \rightarrow 0$ и $\sigma_\xi \rightarrow 0$, то в результате усреднения восстанавливается фаза КФК с точностью до одинакового для всех точек сдвига $c = F(\Theta_1, \sigma_0) - \Theta_1$, где $(\pi\sigma_0)^2$ — дисперсия величины φ_1 . Смещение c обращается в нуль, если первая отсчетная точка берется в центре апертуры.

При конечном малом σ_ξ (4) приближенно запишется в виде

$$F(\Delta\Theta_i, \sigma_\xi) = \Delta\Theta_i + \gamma_i, \quad \Delta\Theta_i = \Theta_i - \Theta_{i-1},$$

где для гауссовой случайной величины

$$\begin{aligned} \gamma_i &= \sqrt{2\pi}\sigma_\xi \left[\exp\left(-\left(1 + \frac{\Delta\Theta_i}{\pi}\right)^2 / 2\sigma_\xi^2\right) / \left(1 + \frac{\Delta\Theta_i}{\pi}\right) - \right. \\ &\quad \left. - \exp\left(-\left(1 - \frac{\Delta\Theta_i}{\pi}\right)^2 / 2\sigma_\xi^2\right) / \left(1 - \frac{\Delta\Theta_i}{\pi}\right) \right]. \end{aligned}$$

Последнее справедливо для всех значений $\Delta\Theta_i$, за исключением отстоящих от точек π или $-\pi$ менее чем на $\pi\sigma_\xi$. Среднее оказывается равным

$$\langle \chi_i \rangle = c + \Theta_i + \sum_{n=2}^i \gamma_n. \quad (9)$$

Последний член в (9) приводит к накоплению регулярной ошибки при восстановлении фазы.

Дисперсия χ_i^j не превосходит суммы дисперсий величин, стоящих в правой части равенства (7), причем согласно (5) дисперсию второго слагаемого можно принять равной $(\pi\sigma_\xi)^2$. Статистическая ошибка определения фазы КФК по ограниченной выборке значений χ_i^j , $j = 1, \dots, N$, накапливается и на последней отсчетной точке с номером M имеет порядок $\pi \sqrt{(\sigma_0^2 + M\sigma_\xi^2)/N}$, откуда следует условие для необходимой длины выборки

$$N > \sigma_0^2 + M\sigma_\xi^2. \quad (10)$$

4. При восстановлении двумерных объектов особую роль играет правильный выбор траектории отслеживания. Сравним три схемы отслеживания («змейка», «вилка», «кубик») на рис. 5, а — в. Стрелками обозначено направление движения по пути отслеживания, начинающемуся в точке 0.

Очевидно, что первый из этих трех путей максимально способствует

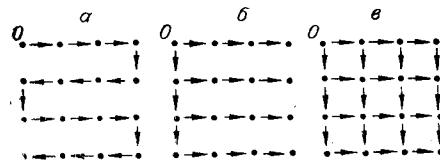


Рис. 5

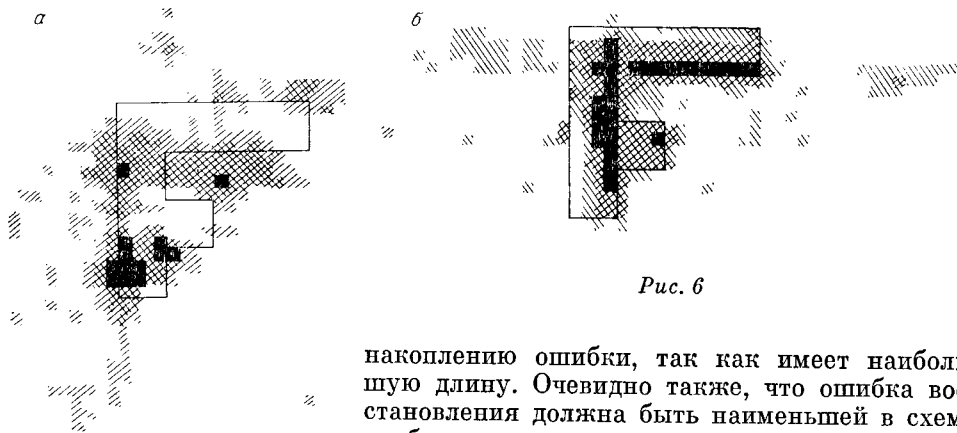


Рис. 6

накоплению ошибки, так как имеет наибольшую длину. Очевидно также, что ошибка восстановления должна быть наименьшей в схеме «кубик», где при последовательном определении значения $\chi_i = \chi_{hi}$ в качестве предыдущего берется полусумма $\chi_{i-1} = (\chi_{h, i-1} + \chi_{h-1, i})/2$.

Однако для этой схемы равенство (7), вообще говоря, не выполняется, так как аргументы функции p в выражениях (6) и (7) отличаются на целое, но не обязательно четное число значений π . С наибольшей вероятностью равенство (7) для схемы «кубик» нарушается вблизи линии нуля модуля КФК, что, вопреки первому впечатлению, делает эту схему непригодной для восстановления. Если же таковое производится по второй (или первой) схеме, фаза КФК автоматически восстанавливается и при переходе через нуль модуля, если только ее изменение $\Delta\theta$ не превосходит $\pi(1 - \sigma_{\xi})$.

Алгоритм восстановления проверялся численным моделированием на ЭВМ БЭСМ-6. В качестве удаленных светящихся объектов брались буквы в виде матрицы размером 64×64 из нулей и единиц. На рис. 6, а, б приведены мгновенное испорченное и восстановленное после усреднения тридцати значений фазы изображения буквы F . Сплошной линией обозначен контур неискаженного изображения, штриховкой одинарной — от 30 до 50%, двойной — от 50 до 100%, сплошной — более 100% яркости неискаженного изображения. Использовалось отслеживание от центра апертуры по схеме «вилка» при значении шагового стандарта $\sigma_{\xi} \approx 0,2$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Itoh K., Ohtsuka Y. Spatial coherence measurement through turbulent atmosphere using a computer-aided interferometer // Opt. Commun.—1981.— V. 36, N 4.— P. 250.
2. Бакут П. А., Свиридов К. Н., Устинов Н. Д. О возможном подходе к решению «фазовой» проблемы теории когерентности // Оптика и спектроскопия.—1981.— Т. 51, вып. 6.
3. Itoh K., Ohtsuka Y. Interferometric displacement sensing in the open atmosphere // Opt. Commun.—1983.— V. 46, N 3/4.— P. 158.
4. Родье К., Родье Ф. Построение изображений в оптической астрономии с помощью когерентного интерферометра // Построение изображений в астрономии по функциям когерентности/Под ред. К. ван Схонвелда.— М.: Мир, 1982.
5. Бакут П. А., Куклин Е. Н., Ряхин А. Д. и др. Сравнительный анализ методов восстановления фазы пространственного спектра астрономического объекта по серии искаженных атмосферой короткоэкспозиционных изображений // Оптика и спектроскопия.—1985.— Т. 58, вып. 6.

Поступила в редакцию 22 июля 1986 г.