информации с использованием для корреляционного анализа модифицированного интерферометра Маха — Цендера.— М., 1986.— (Препринт/АН СССР, Физ. ин-т; 41).

Поступила в редакцию 17 апреля 1986 г.

УДК 681.3 : 621.3

К. И. КУЧЕРЕНКО, Е. Ф. ОЧИН

(Ленинград)

ПРОЦЕССОРЫ ДВУМЕРНОЙ МЕДИАННОЙ ФИЛЬТРАЦИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ НА ОСНОВЕ СОРТИРУЮЩИХ СЕТЕЙ

Широкое применение в цифровой обработке изображений получила медианная фильтрация, используемая для подавления импульсных помех, выделения объектов на изображении, многоспектральной классификации изображений [1—4]. Двумерная медианная фильтрация дискретизованного изображения $\left\{0 \leqslant D_{i,j} < 1 \,\middle|\, \begin{matrix} i = \overline{1, I} \\ j = \overline{1, J} \end{matrix}\right\}$, представленного в виде матрицы размером $I \times J$ элементов и квантованного на 2^q уровней, определяется следующим образом:

$$D'_{i,j} = \operatorname{med} \left\{ D_{i+m,j+n} \,\middle|\, \begin{matrix} m = -\overline{M, M} \\ n = -\overline{N, N} \end{matrix} \right\}, \tag{1}$$

где оператор med обозначает некоторую процедуру поиска элемента последовательности $\left\{ D_{i+m,j+n} \,\middle|\, \begin{matrix} m = -\overline{M, M} \\ n = -\overline{N, N} \end{matrix} \right\}$ длиной $L = (2M + 1) \times (2N + 1)$, для которого существует $(L - 1)/2$ элементов, меньших или равных ему по величине, и $(L - 1)/2$ элементов, больших или равных ему по величине. Высокая скорость обработки изображений (в темпе поступления отсчетов — элементов — изображений) достигается при построении процессоров двумерной медианной фильтрации (медианных фильтров) на основе сортирующих сетей [5—10].

Для реализации медианного фильтра в виде регулярной сортирующей сети на основе четно-нечетной сортировки с транспозициями [8—10] требуется $L(L - 1)/2$ сортирующих элементов (СЭ). Например, для построения медианных фильтров с размерами апертуры 3×3, 5×5, 7×7 потребуется соответственно 36, 300, 1176 СЭ. Регулярные структуры сортирующих сетей, как правило, используются в фильтрах, выполненных по БИС технологии [8, 9].

Для построения медианного фильтра на основе сортировки Бэтчера с четно-нечетным слиянием [5, 11, 12] требуемое число сортирующих элементов $C'(L)$ определяется следующим образом:

$$C'(L) = C(t) + C(t - 1) + C'(t,\ t - 1), \tag{2}$$

где $C(t)$, $C(t - 1)$ — число СЭ, необходимых для сортировки t и $(t - 1)$ элементов изображения соответственно; $C'(t,\ t - 1)$ — число СЭ, требуемых для поиска медианы на основе упорядоченных по возрастанию последовательностей элементов изображения, состоящих из t и $(t-1)$ элементов; $t=(L+1)/2$. Причем в сортировке Бэтчера этап слияния четной и нечетной последовательностей элементов изображения в единую, отсортированную по возрастанию последовательность заменен на этап поиска единственного элемента локального фрагмента изображения с размером L-медианы [12]. Определение медианы D' на основе упорядоченных по возрастанию последовательностей $[D_1, D_2, \ldots, D_t]$, $[D_1^*, D_2^*, \ldots, D_{t-1}^*]$, где $D_k \leqslant D_{k+1}$, $k=\overline{1, t-1}$; $D_k^* \leqslant D_{k+1}^*$, $k=\overline{1, t-2}$, осуществляется следующим образом. Первоначально выполняются операции сравнения и перестановки элементов D_1, D_{t-1}^*; D_2, D_{t-2}^*; $\ldots$; D_{t-1}, D_1^*. Наибольшие элементы из $(t-1)$ сравниваемых пар, а также элемент D_t составляют множество t наибольших элементов из L сравниваемых элементов изображения [5]. Для реализации данной процедуры требуется $(L-1)/2$ СЭ. Поиск медианы D' сводится к нахождению минимального элемента из известных t наибольших элементов локального фрагмента изображения (ЛФИ); для определения D' потребуется использование $(L-1)/2$ СЭ. Таким образом,

$$C'(t,\ t-1)=L-1. \tag{3}$$

Найдем количество СЭ, необходимых для построения медианных фильтров на основе сортировки Бэтчера с размерами апертуры 3×3, 5×5, 7×7:

$$C'(3\times3)=C'(9)=C(5)+C(4)+C'(5{,}4)=9+5+8=22 \text{ СЭ};$$

$$C'(5\times5)=C'(25)=C(13)+C(12)+C'(13{,}12)=46+39+24=109 \text{ СЭ}.$$

Значения $C(4)$, $C(5)$, $C(12)$, $C(13)$ приведены в [5]:

$$C'(7\times7)=C'(49)=C(25)+C(24)+C'(25{,}24).$$

При определении $C(24)$, $C(25)$ будем использовать выражения [5]:

$$C(k)=C(\lceil k/2\rceil)+C(\lfloor k/2\rfloor)+C(\lceil k/2\rceil,\ \lfloor k/2\rfloor), \tag{4}$$

где $C(\lceil k/2\rceil)$, $C(\lfloor k/2\rfloor)$ — число СЭ, необходимых для сортировки элементов нечетной и четной последовательностей; $C(\lceil k/2\rceil,\ \lfloor k/2\rfloor)$ — число СЭ, необходимых для слияния элементов в единую последовательность;

$$C(a,\ b)=C(\lceil a/2\rceil,\ \lceil b/2\rceil)+C(\lfloor a/2\rfloor,\ \lfloor b/2\rfloor)+\lfloor(a+b-1)/2\rfloor. \tag{5}$$

Скобки $\lfloor\ \rfloor$ означают отбрасывание дробной части у числа, заключенного внутри скобок, а скобки $\lceil\ \rceil$ — округление до ближайшего большего целого числа: $C(24)=2C(12)+C(12{,}12)$; $C(12{,}12)=2C(6{,}6)+11$; $C(6{,}6)=2C(3{,}3)+5$; $C(3{,}3)=6$.

Таким образом, $C(24)=2C(12)+2C(6{,}6)+11=2C(12)+11+4C(3{,}3)+10=78+11+24+10=123$; $C(25)=C(13)+C(12)+C(13{,}12)$; $C(13{,}12)=C(7{,}6)+C(6{,}6)+12$; $C(6{,}6)=2C(3{,}3)+5=17$; $C(7{,}6)=C(4{,}3)+C(3{,}3)+6=20$, где $C(4{,}3)=8$. Следовательно, $C(25)=C(13)+C(12)+C(13{,}12)=46+39+C(7{,}6)+C(6{,}6)+12=134$ СЭ; $C'(7\times7)=C'(49)=C(25)+C(24)+C(25{,}24)=134+123+48=305$ СЭ.

Уменьшение числа СЭ, необходимых для построения медианных фильтров (МФ), может быть достигнуто посредством разработки алгоритма сортировки, учитывающего тот факт, что соседние (перекрывающиеся) локальные фрагменты изображения содержат $(2M+1)2N$ общих элементов. Частичное упорядочивание элементов предыдущего ЛФИ используется при поиске медианы последующего ЛФИ. Разработанный алгоритм поиска медианы для скользящих фрагментов изображения основан на явлении сохранения упорядоченности столбцов матрицы после сортировки элементов матрицы внутри строк [5, 13].

Элементы ЛФИ, представленные в виде матрицы

$$[D_{i,j}]_{(2M+1)\times(2N+1)} = \begin{vmatrix} D_{i-M,j-N} & \dots D_{i-M,j} & \dots D_{i-M,j+N} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ D_{i,j-N} & \dots D_{i,j} & \dots D_{i,j+N} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ D_{i+M,j-N} & \dots D_{i+M,j} & \dots D_{i+M,j+N} \end{vmatrix}, \qquad (6)$$

в результате сортировки внутри столбцов, а затем внутри строк являются упорядоченными внутри как строк, так и столбцов. Обозначим полученную в результате сортировок матрицу следующим образом (индексы, i, j для упрощения записей опущены):

$$[D^*]_{(2M+1)\times(2N+1)} = \begin{vmatrix} D^*_{1,1} & \dots D^*_{1,r} & \dots D^*_{1,2N+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ D^*_{p,1} & \dots D^*_{p,r} & \dots D^*_{p,2N+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ D^*_{2M+1,1} & \dots D^*_{2M+1,r} & \dots D^*_{2M+1,2N+1} \end{vmatrix}, \qquad (7)$$

где $$D^*_{p,1} \leqslant D^*_{p,2} \leqslant \dots \leqslant D^*_{p,2N+1}, \quad p = \overline{1, 2M+1}; \qquad (8)$$

$$D^*_{1,r} \leqslant D^*_{2,r} \leqslant \dots \leqslant D^*_{2M+1,r}, \quad r = \overline{1, 2N+1}. \qquad (9)$$

Посредством (8), (9) ряд элементов матрицы $[D^*]_{(2M+1)\times(2N+1)}$, больших или равных медиане, и ряд элементов, меньших или равных медиане, можно определить, подсчитывая количество элементов, больших или равных элементу $D^*_{p,r}$, где $p = \overline{1, 2M+1}$, $r = \overline{1, 2N+1}$. И если для элемента $D^*_{p,r}$, $p = \overline{1, 2M+1}$, $r = \overline{1, 2N+1}$, существует больше чем $(L-1)/2$ элементов, больших или равных ему по величине, то данный элемент является меньшим медианы, а если для $D^*_{p,r}$, $p = \overline{1, 2M+1}$, $r = \overline{1, 2N+1}$, существует больше чем $(L-1)/2$ элементов, меньших или равных ему по величине, то данный элемент больше медианы. На рисунке для апертур фильтра 3×3 (*а*), 5×5 (*б*), 7×7 (*в*) знаком «+» отмечены элементы, большие или равные медиане, знаком «—» — элементы, меньшие или равные медиане, а знаком «О» — элементы, которые нельзя отнести ни к тем, ни к другим, посредством использования неравенств (8), (9).

Очевидно, что если в упорядоченной последовательности из L элементов исключить S элементов, меньших или равных медиане, и S элементов, больших или равных медиане, то медиана полученной последовательности из $(L-2S)$ элементов будет являться медианой и для исходной последовательности, состоящей из L элементов. Следовательно, посредством сортировки элементов матрицы $[D_{i,j}]_{(2M+1)\times(2N+1)}$ внутри столбцов, а затем внутри строк определяются $2S$ элементов, которые меньше или равны медиане либо больше или равны медиане и которые исключаются из дальнейшей сортировки. Поиск медианы осуществляется среди оставшихся $(L-2S)$ элементов. Так, для апертур фильтра 3×3, 5×5, 7×7 исключаются из матрицы $[D^*]_{(2M+1)\times(2N+1)}$ 6, 12, 20 элементов соответственно; поиск медианы осуществляется среди оставшихся 3, 13, 29 элементов. Поскольку соседние локальные фрагменты изображения, получаемые при скольжении апертуры фильтра, отличаются друг от друга на один столбец, то для каждого последующего ЛФИ проводится сортировка только одного столбца ЛФИ, а остальные столбцы упорядочены при обработке предыдущих ЛФИ и сохраняются посредством элементов

а

	1	2	3
1	−	−	О
2	−	О	+
3	О	+	+

б

	1	2	3	4	5
1	−	−	−	О	О
2	−	−	О	О	О
3	−	О	О	О	+
4	О	О	О	+	+
5	О	О	+	+	+

в

	1	2	3	4	5	6	7
1	−	−	−	−	О	О	О
2	−	−	−	О	О	О	О
3	−	−	О	О	О	О	О
4	−	О	О	О	О	О	+
5	О	О	О	О	О	+	+
6	О	О	О	О	+	+	+
7	О	О	О	+	+	+	+

задержки. Так как для поиска медианы $D'_{i,j}$ необходимо определить подмножество элементов, отмеченных на рисунке знаком «○», то осуществляется не полная сортировка элементов матрицы $[D_{i,j}]_{(2M+1)\times(2N+1)}$ внутри строк, а только определяются элементы, помеченные знаком «○». Причем в силу справедливости выражений (8), (9) элементы матрицы $[D^*]_{(2M+1)\times(2N+1)}$, помеченные знаком «○», являются частично упорядоченными.

Число СЭ $C'_*(L)$, требуемых для построения МФ на основе разработанного алгоритма для $M \leqslant 3$ и $M = N$, отыскивается следующим образом:

между собой в соответствии с (8), (9). Найдем число СЭ, необходимых для построения МФ с размерами апертуры 3×3, 5×5, 7×7: $C'_*(3\times 3) = 2C(3) + 2C_1(3) + C''_*(9-6)$; $C(3) = C''_*(3) = 3$ СЭ; $C_1(3) = 2$ СЭ; $C'_*(3\times 3) = 2\cdot 3 + 2\cdot 2 + 3 = 13$ СЭ; $C'_*(5\times 5) = 2C(5) + 2C_2(5) + 2C_3(5) + C''_*(25-12)$; $C(5) = 9$ СЭ; $C_2(5) = 7$ СЭ; $C_3(5) = 8$ СЭ.

Значения $C(3)$, $C_1(3)$, $C''_*(3)$, $C(5)$, $C_2(5)$, $C_3(5)$ приведены в [5]. На основании (8), (9) для элементов матрицы $[D^*]_{5\times 5}$ можно записать следующие соотношения:

$$A_1 = \max\{D^*_{2,5}, D^*_{3,4}\} \geqslant D'; \quad A_2 = \max\{D^*_{4,3}, D^*_{5,2}\} \geqslant D';$$

$$A_3 = \max\{\min\{D^*_{2,5}, D^*_{3,4}\}, \min\{D^*_{4,3}, D^*_{5,2}\}\} \geqslant D';$$

$$B_1 = \min\{D^*_{1,4}, D^*_{2,3}\} \leqslant D'; \quad B_2 = \min\{D^*_{3,2}, D^*_{4,1}\} \leqslant D';$$

$$B_3 = \min\{\max\{D^*_{1,4}, D^*_{2,3}\}, \max\{D^*_{3,2}, D^*_{4,1}\}\} \leqslant D'.$$

Элементы ЛФИ $A_1 - A_3$, большие или равные медиане, и элементы $B_1 - B_3$, меньшие или равные медиане, исключаются из дальнейшей сортировки. Для определения $A_1 - A_3$, $B_1 - B_3$ потребуется 6 СЭ. Таким образом, медианой ЛФИ D' является медиана следующего множества элементов:

$$\{A_4, B_4, D^*_{1,5}, D^*_{2,4}, D^*_{3,3}, D^*_{4,2}, D^*_{5,1}\},$$

где

$$A_4 = \min\{\min\{D^*_{2,5}, D^*_{3,4}\}, \min\{D^*_{4,3}, D^*_{5,2}\}\};$$

$$B_4 = \max\{\max\{D^*_{1,4}, D^*_{2,3}\}, \max\{D^*_{3,2}, D^*_{4,1}\}\}.$$

Так как A_4 больше или равно по крайней мере двум элементам из множества $\{D^*_{1,5}, D^*_{2,4}, D^*_{3,3}, D^*_{4,2}, D^*_{5,1}\}$, а B_4 меньше или равно по крайней мере двум элементам этого же множества (на основании (8), (9)), то два наибольших элемента множества $\{D^*_{1,5}, D^*_{2,4}, D^*_{3,3}, D^*_{4,2}, D^*_{5,1}\}$ больше или равны медиане, а два наименьших элемента этого же множества меньше или равны медиане. Следовательно, $D' = \mathrm{med}\{A_4, B_4, D'^*(5)\}$, где $D'^*(5) = \mathrm{med}\{D^*_{1,5}, D^*_{2,4}, D^*_{3,3}, D^*_{4,2}, D^*_{5,1}\}$.

Число СЭ, необходимых для определения $D'^*(5)$, равно $C'(5) = 7$, а число СЭ, необходимых для определения $D' = \mathrm{med}\{A_4, B_4, D'^*(5)\}$ равно $C'(3) = 3$. Таким образом, $C''_*(25-12) = C''_*(13) = 6C(2) + C'(5) + C'(3) = 6 + 7 + 3 = 16$ СЭ, а $C'_*(5\times 5) = 2\cdot 9 + 2\cdot 7 + 2\cdot 8 + 16 = 64$ СЭ; $C'_*(7\times 7) = 2C(7) + 3C_3(7) + 2C_4(7) + 2C_5(7) + C''_*(49-20)$; $C(7) = 16$ СЭ (значение $C(7)$ приведено в [5]). Нахождение 3 (4) упорядоченных по возрастанию наибольших (наименьших) элементов изображения из 7 сравниваемых осуществляется следующим образом. Упорядочиваются элементы в последовательностях, состоящих соответственно из 3 и 4 элементов, на их основе определяются 3 (4) наибольших (наименьших) элемента [5], которые упорядочиваются между собой: $C_3(7) = 13$ СЭ, $C_4(7) = 15$ СЭ. В качестве $C_5(7)$ примем значение $C(7)$. На основании (8), (9) для элементов матрицы $[D^*]_{7\times 7}$ можно записать следующие соотношения:

$$A_1 = \max\{D^*_{3,7}, D^*_{4,6}\} \geqslant D';\ A_2 = \max\{D^*_{6,4}, D^*_{7,3}\} \geqslant D';$$
$$A_3 = \max\{\min\{D^*_{3,7}, D^*_{4,6}\},\ \min\{D^*_{6,4}, D^*_{7,3}\}\} \geqslant D';$$
$$A_4 = \max\{\min\{\min\{D^*_{3,7}, D^*_{4,6}\},\ \min\{D^*_{6,4}, D^*_{7,3}\}\}, D^*_{5,5}\} \geqslant D';$$
$$A_5 = \max\{D^*_{2,7}, D^*_{5,4}\} \geqslant D';\ A_6 = \max\{D^*_{7,2}, D^*_{4,5}\} \geqslant D';$$
$$A_7 = \max\{D^*_{6,3}, D^*_{3,6}\} \geqslant D';\ B_1 = \min\{D^*_{1,5}, D^*_{2,4}\} \leqslant D';$$
$$B_2 = \min\{D^*_{4,2}, D^*_{5,1}\} \leqslant D';\ B_3 = \min\{D^*_{1,6}, D^*_{4,3}\} \leqslant D';$$
$$B_4 = \min\{D^*_{6,1}, D^*_{3,4}\} \leqslant D';\ B_5 = \min\{D^*_{5,2}, D^*_{2,5}\} \leqslant D';$$
$$B_6 = \min\{\max\{D^*_{1,5}, D^*_{2,4}\},\ \max\{D^*_{4,2}, D^*_{5,1}\}\} \leqslant D';$$
$$B_7 = \min\{\max\{\max\{D^*_{1,5}, D^*_{2,4}\},\ \max\{D^*_{4,2}, D^*_{5,1}\}\}, D^*_{3,3}\} \leqslant D'.$$

Так как $A_1 - A_7$ больше или равны медиане, а $B_1 - B_7$ меньше или равны медиане, то их можно исключить из дальнейшей сортировки. Для определения $A_1 - A_7$, $B_1 - B_7$ требуется 14 СЭ. Медианой матрицы элементов $[D^*]_{7\times 7}$ будет являться медиана оставшихся 15 элементов: A_8, A_9, A_{10}, A_{11}, B_8, B_9, B_{10}, B_{11}, $D^*_{1,7}$, $D^*_{2,6}$, $D^*_{3,5}$, $D^*_{4,4}$, $D^*_{5,3}$, $D^*_{6,2}$, $D^*_{7,1}$, где $A_8 = \min\{\min\{\min\{D^*_{3,7}, D^*_{4,6}\}, \min\{D^*_{6,4}, D^*_{7,3}\}\}, D^*_{5,5}\}$;

$$B_8 = \max\{\max\{\max\{D^*_{1,5}, D^*_{2,4}\},\ \max\{D^*_{4,2}, D^*_{5,1}\}\}, D^*_{3,3}\};$$
$$A_9 = \min\{D^*_{2,7}, D^*_{5,4}\};\ A_{10} = \min\{D^*_{7,2}, D^*_{4,5}\};$$
$$A_{11} = \min\{D^*_{6,3}, D^*_{3,6}\};\ B_9 = \max\{D^*_{1,6}, D^*_{4,3}\};$$
$$B_{10} = \max\{D^*_{6,1}, D^*_{3,4}\};\ B_{11} = \max\{D^*_{5,2}, D^*_{2,5}\}.$$

Два наибольших элемента из множества $\{D^*_{1,7}, D^*_{2,6}, D^*_{3,5}, D^*_{4,4}, D^*_{5,3}, D^*_{6,2}, D^*_{7,1}\}$ больше или равны медиане, так как они больше или равны 5 элементам данного множества и больше или равны элементам B_8, B_9, B_{10}, B_{11}, а 2 наименьших элемента этого же множества меньше или равны медиане, так как они меньше или равны элементам A_8, A_9, A_{10}, A_{11}. Таким образом, 2 наибольших и 2 наименьших элемента упорядоченного множества $\{D^*_{1,7}, D^*_{2,6}, D^*_{3,5}, D^*_{4,4}, D^*_{5,3}, D^*_{6,2}, D^*_{7,1}\}$ исключаются из дальнейшей сортировки. Для упорядочивания рассмотренного множества из 7 элементов требуется 16 СЭ. Медианой D' будет являться медиана оставшихся 11 элементов ЛФИ: $C'(11) = C(6) + C(5) + C'(5{,}6)$; $C(5) = 9$ СЭ; $C(6) = 9$ СЭ, так как 3 средних элемента множества $\{D^*_{1,7}, D^*_{2,6}, D^*_{3,5}, D^*_{4,4}, D^*_{5,3}, D^*_{6,2}, D^*_{7,1}\}$ упорядочены на предыдущем этапе сортировки: $C'(5{,}6) = 10$ СЭ. Таким образом, $C'(11) = 28$ СЭ; $C'_*(7\times 7) = 2C(7) + 2C_3(7) + 2C_4(7) + 2C_5(7) + C''_*(29) = 2\cdot 16 + 2\cdot 13 + 2\cdot 15 + 2\cdot 16 + (14 + 16 + 28) = 178$ СЭ.

Процессоры двумерной медианной фильтрации, проектируемые на основе разработанного алгоритма сортировки, выполняются в виде конвейера 3 сетей. Первая из сетей осуществляет сортировку в столбцах матрицы элементов ЛФИ, вторая выполняет сортировку в строках, посредством третьей сети определяется медиана.

Следует отметить, что возможно применение рекурсивной обработки изображения и при использовании сортировки со слиянием Бэтчера. Определим число СЭ $C'_{\text{Б}}((2M+1)\times(2M+1))$, необходимых для построения МФ на основе сортировки Бэтчера, использующей рекурсивную обработку изображения, для апертур 3×3, 5×5, 7×7. Для апертуры 3×3 упорядочивается поступающий столбец ЛФИ; два других столбца упорядочены при обработке предыдущих ЛФИ. Далее выполняется слияние двух столбцов в единую последовательность из 6 элементов. Наибольший элемент полученной последовательности из 6 элементов больше или равен медиане, а наименьший элемент меньше или равен медиане. Наибольший и наименьший элементы упорядоченной по возрастанию последовательности из 6 элементов исключаются из дальнейшей сортировки. Поиск медианы осуществляется среди оставшихся 7 элементов в упорядоченных 2 последовательностях из 3 и 4 элементов соответственно. Для определения медианы из 7 элементов в соответствии с (3) достаточно 6 СЭ. Таким образом, $C'_{\text{Б}}(3\times3)=C(3)+$ $+C(3,3)+6=3+6+6=15$ СЭ.

Для апертуры фильтра 5×5 упорядочивается поступающий столбец элементов ЛФИ; 4 других столбца упорядочены при обработке предыдущих ЛФИ. Затем выполняется слияние 1-го и 2-го и аналогично 3-го и 4-го столбцов ЛФИ. В соответствии с (5) $C(5,5)=C(3,3)+$ $+C(2,2)+4=6+3+4=13$ СЭ. Далее выполняется слияние пятого столбца с одной из упорядоченных 10-элементных последовательностей: $C(5,10)=C(3,5)+C(2,5)+7$; $C(3,5)=C(2,3)+C(1,2)+3=5+2+3=10$; $C(2,5)=\lceil 3\cdot 5/2\rceil=8$; $C(5,10)=10+8+7=25$ СЭ. Два наибольших и два наименьших элемента упорядоченной 15-элементной последовательности исключаются из дальнейшей сортировки, так как два наибольших элемента больше или равны медиане, а два наименьших элемента меньше или равны медиане. Поиск медианы осуществляется среди элементов, расположенных в упорядоченных по возрастанию 10- и 11-элементной последовательностях. Для определения медианы из 21 элемента в соответствии с (3) достаточно 20 СЭ. Таким образом, $C'_{\text{Б}}(5\times5)=$ $=C(5)+2C(5,5)+C(5,10)+20=9+26+25+20=80$ СЭ. Для апертуры фильтра 7×7 упорядочивается поступающий столбец ЛФИ; 6 других столбцов упорядочены при обработке предыдущих ЛФИ. Далее выполняется слияние 1-го и 2-го, 3-го и 4-го, 5-го и 6-го столбцов. В соответствии с (5) $C(7,7)=C(4,4)+C(3,3)+6$; $C(4,4)=2C(2,2)+$ $+3=6+3=9$; $C(7,7)=9+6+6=21$ СЭ. Затем выполняются слияния двух 14-элементных последовательностей в одну 28-элементную последовательность и 7-элементной последовательности с 14-элементной: $C(14,14)=2C(7,7)+13=42+13=55$ СЭ; $C(7,14)=C(4,7)+C(3,7)+10$; $C(4,7)=C(2,4)+C(2,3)+5$; $C(2,4)=\lceil 3\cdot 4/2\rceil=6$; $C(2,3)=\lceil 3\cdot 3/2\rceil=5$; $C(4,7)=6+5+5=16$; $C(3,7)=C(2,4)+C(1,3)+4=6+3+4=13$; $C(7,14)=16+13+10=39$ СЭ. Три наибольших элемента в упорядоченной по возрастанию 28-элементной последовательности больше или равны медиане, а три наименьших элемента меньше или равны медиане. Три наибольших и три наименьших элемента упорядоченной 28-элементной последовательности исключаются из дальнейшей сортировки. Поиск медианы осуществляется среди оставшихся 43 элементов, расположенных в упорядоченных по возрастанию 22- и 21-элементной последовательностях. В соответствии с (3) для определения медианы 43 элементов достаточно 42 СЭ. Таким образом, $C'_{\text{Б}}(7\times7)=C(7)+3C(7,7)+C(7,14)+C(14,14)+42=16+63+39+$ $+55+42=215$ СЭ.

В таблице приведены зависимости числа СЭ от размера апертуры для рассмотренных способов построения медианных фильтров. Использование рекурсивных алгоритмов сортировки позволяет сократить число СЭ, необходимых для построения МФ. Разработанный алгоритм рекур-

3×3	36	22	15	13
5×5	300	109	80	64
7×7	1176	305	215	178

сивной сортировки является более экономичным по отношению к алгоритму сортировки Бэтчера (с рекурсивной обработкой) в связи с тем, что при его использовании исключение элементов, больших или равных медиане и меньших или равных медиане, осуществляется начиная с первых этапов сортировки, а именно с сортировки в строках. При использовании сортировки Бэтчера исключение элементов происходит на последних этапах сортировки, а значит, выполняется больший объем операций сравнения.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Ярославский Л. П.** Предисловие редактора перевода // Быстрые алгоритмы в цифровой обработке изображений/Под ред. Т. С. Хуанга.— М.: Радио и связь, 1984.
2. **Кронрод М. А., Чочиа П. А.** Фильтрация помех на изображении с использованием медианы распределения // Иконика. Теория и методы обработки изображений.— М.: Наука, 1983.
3. **Компьютеры** в оптических исследованиях/Под ред. Б. Фридена.— М.: Мир, 1983.
4. **Быстрые** алгоритмы в цифровой обработке изображений/Под ред. Т. С. Хуанга.— М.: Радио и связь, 1984.
5. **Кнут Д.** Искусство программирования для ЭВМ.— Т. 3. Сортировка и поиск.— М.: Мир, 1978.
6. **Narendra P. M.** A separable median filter for image noise smoothing // Proc. of Pattern. Recogn. and Image Proces. Conf.— Chicago: AL, 1978.
7. **Narendra P. M.** A separable median filter for image noise smoothing // IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence.— 1981.— V. PAMI-3, N 1.— P. 20.
8. **Corry A. Y., Arvind D. K., Connolly Y. L. S. e. a.** Image processing with VLSI // Microproces. and Microsyst.— 1983.— V. 7, N 10.— P. 482.
9. **Oflazer K.** Design and implementation of a single-chip 1-D median filter // IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Proces.— 1983.— V. ASSP-31, N 5.— P. 1164.
10. **Паленичка Р. М.** Конвейерная реализация медианной фильтрации изображений // Материалы конференции молодых ученых ФМИ им. Г. В. Карпенко АН УССР.— Львов, 1984.— Рукопись деп. в ВИНИТИ, № 562—84.
11. **Batcher K. E.** Sorting networks and their applications // Proc. AFIPS.— 1968.— V. 32.— P. 307.
12. **Reeves A. P.** The local median and other window operations on SIMD computers // Computer Graphics and Image Proces.— 1982.— V. 19.— P. 165.
13. **Van Voorhis D. C.** An economical construction for sorting networks // Proc. AFIPS.— 1974.— P. 921—927.

Поступила в редакцию 5 августа 1987 г.