ловиях. Расчеты, как видим, показывают, что максимальное пространственное разрешение достигается в том случае, когда размеры пучка больше размеров фотодиода.

Авторы благодарят Ю. В. Троицкого за полезное обсуждение работы.

ЛИТЕРАТУРА

УДК 535.42

Г. А. АКИМОВА, Ю. П. СЫРЫХ, А. В. ФРОЛОВ

(Калининград Московской)

О ВОССТАНОВЛЕНИИ ДВУМЕРНОГО ОБЪЕКТА ПО МОДУЛЮ ЕГО ФУРЬЕ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

В последнее время возрос интерес к задаче восстановления величины поля по модулю его фурье-спектра. Такая задача возникает, в частности, при восстановлении изображений по дифракционной картине при обработке оптических сигналов и полей.

Для практических целей наибольший интерес представляет двумерный случай. Для решения задачи при этом используются итерационные алгоритмы [1], в которых число необходимых для достаточного восстановления итераций существенно зависит от выбора начального приближения, в частности от того, насколько точно оно охватывает границы объекта. В данной работе предлагается использовать для получения начального приближения аналитические свойства сигнала.

Проблема состоит в восстановлении распределения поля на объекте $f(x, y)$ по модулю его фурье-образа $A(u, v) = |F(u, v)|$,

где $$F(u,v) = \mathscr{F}\{f(x,y)\} = \int_{-\infty}^{\infty}\int f(x,y)\exp[-i(ux+vy)]\,dx\,dy.$$

При этом априори предполагается в силу конечных размеров объекта, что $f(x, y)$ отлична от нуля в ограниченной области пространства XY и, кроме того, принимает только действительные неотрицательные значения. Как показывают результаты исследований [2, 3], эта задача имеет однозначное решение для достаточно широкого класса $f(x, y)$. Под однозначностью здесь принято считать восстановление с точностью до линейного сдвига и инверсии.

Обычно выбор начального приближения осуществляется по результатам оценки автокорреляционного образа объекта

$$R(x, y) = f(x, y) \otimes f(-x, -y) = \mathscr{F}^{-1}\{A(u, v)^2\}.$$

Однако в двумерном случае носитель объекта не может быть определен однозначно по носителю функции $R(x, y)$ [1]. Поэтому если для формирования начального приближения использовать уменьшенный вдвое носитель автокорреляции объекта, то возможно «обрезание» части изображения объекта. Практически начальное приближение $f^0(x, y)$ формируется следующим образом:

1) задается порог P функции $R(x, y)$, который меньше ее максимального значения;

2) всюду, где $R(x, y)$ меньше P, $f^0(x, y)$ полагается равной нулю, остальные значения $f^0(x, y)$ выбираются случайным образом между нулем и единицей.

При удачном выборе порога внешние границы начального приближения могут достаточно точно охватывать границы изображения объекта. Следует подчеркнуть, что выбор P произволен и во многом зависит от априорной информации об объекте.

В связи с этим возникает вопрос о поиске других возможностей формирования начального приближения. В данной работе предлагается производить его выбор с учетом аналитической связи между фазой $\varphi(u, v)$ и амплитудой $A(u, v)$ фурье-спектра объектного поля $F(u, v) = A(u, v)\exp[i\varphi(u, v)]$. Показано, что в этом случае удается ускорить восстановление изображения объекта.

Известно, что условие пространственной ограниченности $f(x, y)$ позволяет аналитически продолжить функцию $F(u, v)$ в плоскости Z_1 и Z_2 каждого из комплексных переменных $z_1 = u + iu_1$ и $z_2 = v + iv_1$ как целую функцию конечной степени $F(z_1, z_2)$. Если $F(z_1, z_2)$ не имеет нулей внутри такой области пространства $Z_1 \times Z_2$, что $u_1 \geqslant 0$, $v_1 \geqslant 0$, то $\ln F(z_1, z_2) = \ln A(z_1, z_2) + i\varphi(z_1, z_2)$ — также аналитическая в этой области функция. В этом случае, устанавливая связь между действительной и мнимой частями целой функции двух комплексных переменных z_1 и z_2, удается получить выражение для фазы $\varphi(u, v)$ через известное значение амплитуды $A(u, v)$ [4]:

$$\varphi(u, v) = -\frac{u}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\ln[A(u', v)\,A(u', 0)] - \ln[A(0, 0)\,A(0, v)]}{u'(u' - u)}\,du' - \frac{v}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\ln[A(u, v')\,A(0, v')] - \ln[A(0, 0)\,A(u, 0)]}{v'(v' - v)}\,dv'. \quad (1)$$

Для объектов, фурье-образ которых не имеет нулей при $\operatorname{Im} z_1 > 0$, $\operatorname{Im} z_2 > 0$, амплитуда и фаза однозначно связаны этим соотношением. Следовательно, по величине амплитуды $A(u, v)$ можно вычислить фазу спектра и тем самым восстановить фурье-спектр объекта $F(u, v)$. В результате его обратного преобразования Фурье получается изображение объекта $f(x, y)$.

Необходимо отметить следующее. Предположение об отсутствии нулей в указанной области не всегда справедливо. В силу того, что множество нулей в рассматриваемом здесь двумерном случае не является состоящим из изолированных точек, а представляет собой непрерывную гиперповерхность в пространстве $Z_1 \times Z_2$, зависимость от них носит существенно более сложный характер, нежели в одномерном случае. Его нельзя охарактеризовать только явлением переброса нуля в симметричное относительно действительной оси положение. До настоящего времени этот вопрос еще недостаточно изучен. Изложенное, в частности, означает, что в результате применения соотношения (1) можно получить картину, которая не всегда совпадает с изображением реального объекта.

При численной реализации выражения (1) возникает ряд специфических особенностей. Так, необходимо устранять разрывы функции $\ln A(u, v)$ в точках, где $A(u, v) = 0$. Дискретная модель для функции $\ln A(u, v)$ вследствие резкого изменения ее вблизи нулевых значений амплитуды $A(u, v)$ также приводит к недостаточности частоты отсчетов и как следствие к ошибкам в восстановлении. Однако, как показывают многочисленные результаты моделирования, восстановленное с помощью преобразования Гильберта распределение, соответствующее объектному полю $f^{\Gamma}(x, y)$, несмотря на ошибки, довольно плотно охватывает границы исходного объекта $f(x, y)$. Указанное распределение поэтому может быть использовано для получения начального приближения.

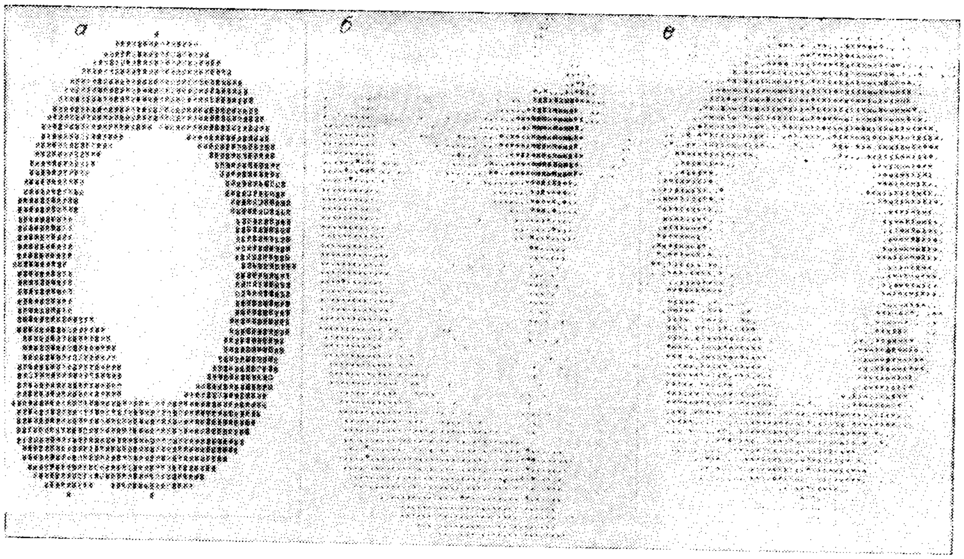

Рис. 1

Таким образом, предлагается следующий алгоритм для восстановления двумерного действительного, неотрицательного и пространственно ограниченного изображения объекта.

1. Производится сглаживание функции $\ln A(u, v)$.

2. Вычисляется фаза $\varphi^{\Gamma}(u, v)$ с помощью формулы (1).

3. По величине амплитуды $A(u, v)$ и полученному значению фазы $\varphi^{\Gamma}(u, v)$ строится спектр изображения объекта $F^{\Gamma}(u, v)$.

4. Обратным преобразованием Фурье восстанавливается изображение объекта $f^{\Gamma}(x, y)$.

5. Определяется величина порога, которая, как правило, составляет около 1/20 максимального значения функции $f^{\Gamma}(x, y)$. Однако это соотношение не является критичным в отличие от выбора порога начального приближения по автокорреляции. Дело в том, что максимальное значение $f^{\Gamma}(x, y)$ не связано с размером носителя, в то время как максимальное значение $R(x, y)$ зависит от его величины. Кроме того, по сравнению с автокорреляционной функцией $f^{\Gamma}(x, y)$ имеет более резкие границы. Всюду, где $f^{\Gamma}(x, y)$ меньше порога, $f^{0}(x, y)$ полагаем равной нулю, а где $f^{\Gamma}(x, y)$ превышает порог, $f^{0}(x, y)$ принимает случайные значения из интервала от нуля до единицы.

6. Затем используется алгоритм сокращения ошибки [1].

Для иллюстрации изложенного приведем результаты машинного моделирования, используя описанный выше алгоритм.

На рис. 1, *а* показан исходный тест-объект, на рис. 1, *б* — результат восстановления объекта с помощью преобразования Гильберта. Приведенный рисунок свидетельствует, что размер восстановленного изображения соответствует размеру исходного объекта. В результате последующего выполнения 30 итераций алгоритма сокращения ошибки достигнуто удовлетворительное восстановление изображения исходного объекта (рис. 1, *в*).

Для сравнения на рис. 2 приведены результаты восстановления этого же объекта, когда начальное приближение определялось по функции автокорреляции объекта (рис. 2, *а*). На рис. 2, *б* дано начальное приближение, когда порог P составляет 1/6 от значения максимума автокорреляции. Рис. 2, *в* соответствует восстановлению, полученному после 30 итераций алгоритма сокращения ошибки. Сравнение рис. 1, *в* и рис. 2, *в* показывает, что в первом случае достигается лучшее по сравнению со вторым качество восстановления.

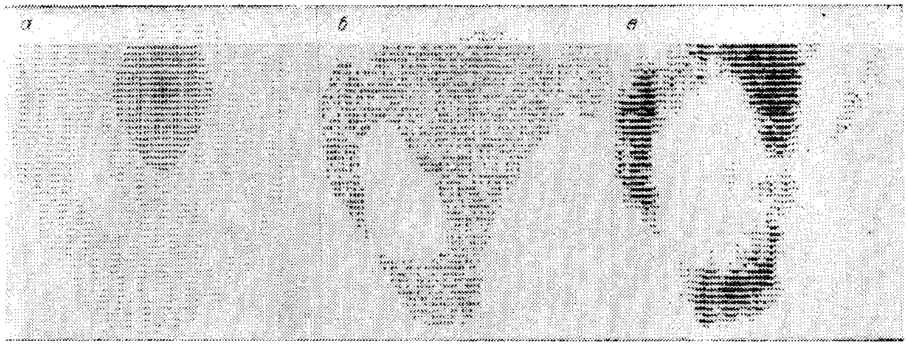

Рис. 2

Таким образом, привлечение аналитической связи между амплитудой и фазой при формировании начального приближения итерационных алгоритмов позволяет существенно ускорить процедуру восстановления изображения объекта.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Fienup J. R.** Phase retrieval algorithms: a comparison // Appl. Opt.— 1982.— V. 21, N 15.— P. 2758.
2. **Бакалов В. П.** Двумерные пространственно-ограниченные непрерывные сигналы, восстанавливаемые по амплитудному спектру // Автометрия.— 1985.— № 2.
3. **Бакут П. А., Ряхин А. Д., Свиридов К. Н., Устинов Н. Д.** О возможности однозначного восстановления изображения объекта по модулю его пространственного спектра // Оптика и спектроскопия.— 1985.— Т. 58, вып. 4.
4. **Аблеков В. К., Колядин С. А., Фролов А. В.** Высокоразрешающие оптические системы.— М.: Машиностроение, 1985.

Поступила в редакцию 8 октября 1986 г.

УДК 621.372.029.7

**А. В. КАЗАКЕВИЧ, В. Ф. ЛАМЕКИН, А. В. МИРОНОС,
В. Л. СМИРНОВ**

(Москва)

ИССЛЕДОВАНИЕ ИЗБИРАТЕЛЬНЫХ СВОЙСТВ ГОЛОГРАФИЧЕСКИХ СТРУКТУР, СФОРМИРОВАННЫХ ВОЛНОВОДНЫМИ СВЕТОВЫМИ ПУЧКАМИ

Решение задач оптической обработки информации (ООИ) голографическими методами на основе элементов интегральной оптики (ИО) позволило реализовать новые принципы и способы ООИ, основанные на волноводном распространении света в диэлектрических волноводах [1—3]. Ранее [4] показана возможность управления селективными свойствами волноводных голограмм (ВГ), записанных внешними пучками путем варьирования геометрии записи и величины фотоиндуцированного изменения показателя преломления. Однако ряд задач ООИ предполагает