Общее решение этой системы дает

$$\hat{f}_{00} = -2k, \quad \hat{f}_{01} = -2k, \quad \hat{f}_{10} = -2k, \quad \hat{f}_{11} = 0,$$

где k — постоянный произвольный множитель. Приняв для определенности $k = -1/2$, получим (рис. 3, *а*)

$$\hat{f}_{00} = 1, \qquad \hat{f}_{01} = 1, \qquad \hat{f}_{10} = 1, \qquad \hat{f}_{11} = 0.$$

После этого легко определяются (рис. 3, *б*)

$$\hat{h}_{00} = 1, \quad \hat{h}_{01} = 1, \quad \hat{h}_{10} = 1, \quad \hat{h}_{11} = 2.$$

Заключение. Приведенный алгоритм рассмотрен в продолжение работы [1]. Он представляет основанную на свойствах нулей двумерных целых функций последовательность действий, которые в отсутствие ошибок регистрации и вычислений при восстановлении пространственно-ограниченных сигналов приводят к решению уравнения свертки с неизвестным ядром. Алгоритм имеет самостоятельную ценность, так как при его построении определен не известный ранее подход к использованию свойств многомерных целых функций и их нулей.

Непосредственно в указанном виде алгоритм, очевидно, реализован быть не может, так как задача решения уравнения свертки с неизвестным ядром является некорректной .Это проявляется в том, что из-за чувствительности к ошибкам регистрации отсчетов и вычислений набор нулей (x_i, y_i) вычисляется приближенно, поэтому ранг матрицы H определяется неточно, и система (2) обычно оказывается несовместной. При практической реализации чувствительность алгоритма к ошибкам вычислений может быть уменьшена за счет: а) использования метода регуляризации для решения систем уравнений с неточно определенными коэффициентами, что позволит синтезировать рекурсивный алгоритм; б) дополнения системы линейных однородных уравнений хотя бы одним неоднородным; в) высокой избыточности, связанной с тем, что число линейных однородных уравнений, которое может быть сформировано с помощью алгоритма, теоретически не ограничено.

В этом случае достоинством алгоритма при его реализации на ЭВМ является возможность использования численных методов решения задач линейной алгебры и нахождения нулей многочлена одной переменной.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Бакалов В. П., Русских Н. П.** О возможности решения уравнения свертки при неизвестном ядре в случае многомерных пространственно-ограниченных сигналов // Автометрия.— 1985.— № 5.
2. **Бакалов В. П.** О возможности восстановления многомерных дискретных сигналов по амплитудному спектру // Радиотехника.— 1982.— № 11.
3. **Бакалов В. П.** Цифровой алгоритм восстановления дискретных двумерных пространственно-ограниченных сигналов по автокорреляционной функции // Радиотехника и электроника.— 1985.— № 6.

Поступило в редакцию 21 апреля 1986 г.

УДК 535.41

А. С. МАЗМАНИШВИЛИ

(Харьков)

СТАТИСТИКА ОТСЧЕТОВ ПРИ ФОТОДЕТЕКТИРОВАНИИ НЕПОЛЯРИЗОВАННОГО ГАУССОВА ИЗЛУЧЕНИЯ

Известно [1] решение задачи о статистике фотоотсчетов одномодового линейно поляризованного излучения в приближении гауссовой модели лазера в области ниже порога. Вероятность $P(m)$ зарегистрировать m фотоотсчетов за временной интервал $(0, t)$

$$P(m) = \oint \frac{d\lambda}{2\pi i} (\lambda - 1)^{-m-1} Q(\lambda, \sigma, t) \tag{1}$$

может быть найдена с помощью производящей функции

$$Q(\lambda, \sigma, t) = \frac{4rve^{vt}}{(r+v)^2 e^{rt} - (r-v)^2 e^{-rt}}, \tag{2}$$

понентам поляризации моды с шириной линии ν. В рамках гауссовой модели уравнения движения имеют вид

$$\dot{\alpha} + \nu\alpha = f_\alpha(\tau); \quad \dot{\beta} + \nu\beta = f_\beta(\tau) \tag{3}$$

с белым шумом в качестве порождающего процесса $\left(\left\langle f_\alpha(\tau) f_\alpha^*(\tau')\right\rangle = \sigma_\alpha \delta(\tau - \tau'),\right.$ $\left.\left\langle f_\beta(\tau) f_\beta^*(\tau')\right\rangle = \sigma_\beta \delta(\tau - \tau')\right)$ и ковариационной матрицей

$$S = \begin{pmatrix} \sigma_\alpha & \rho^* \sqrt{\sigma_\alpha \sigma_\beta} \\ \rho \sqrt{\sigma_\alpha \sigma_\beta} & \sigma_\beta \end{pmatrix}, \tag{4}$$

где ρ — коэффициент корреляции между модами $(0 \leqslant |\rho| \leqslant 1)$.

Производящую функцию фотоотсчетов излучения моды

$$Q_{\alpha\beta}(\lambda, t) = \left\langle \exp\left\{-\lambda \int_0^t d\tau \left(|\alpha(\tau)|^2 + |\beta(\tau)|^2\right)\right\}\right\rangle \tag{5}$$

можно вычислить, осуществив каноническое разложение [3, 4] процессов $\alpha(\tau)$ и $\beta(\tau)$ методом Карунена — Лоэва в базисе собственных функций интегрального оператора с ядром

$$K(\tau, \tau') = \begin{pmatrix} \langle \alpha(\tau) \alpha^*(\tau') \rangle & \langle \alpha(\tau) \beta^*(\tau') \rangle \\ \langle \beta(\tau) \alpha^*(\tau') \rangle & \langle \beta(\tau) \beta^*(\tau') \rangle \end{pmatrix}. \tag{6}$$

В результате вычислений получим

$$Q_{\alpha\beta}(\lambda, t) = 4r_1 \nu e^{\nu t}\left[(r_1 + \nu)^2 e^{r_1 t} - (r_1 - \nu)^2 e^{-r_1 t}\right]^{-1} \times$$
$$\times 4r_2 \nu e^{\nu t}\left[(r_2 + \nu)^2 e^{r_2 t} - (r_2 - \nu)^2 e^{-r_2 t}\right]^{-1}, \tag{7}$$

где $r_{1,2} = (\nu^2 + 2\lambda\nu s_{1,2})^{1/2}$;

$$s_{1,2} = 1/2\left(\sigma \pm \sqrt{\sigma^2 - 4\sigma_\alpha\sigma_\beta + 4\sigma_\alpha\sigma_\beta|\rho|^2}\right); \tag{8}$$
$$\sigma_\alpha = \sigma \cos^2 \varphi; \quad \sigma_\beta = \sigma \sin^2 \varphi.$$

Здесь φ — угловой параметр Стокса; σ — полная интенсивность излучения моды. Выражение (7) описывает общий случай с произвольной статистической связью между поляризационными компонентами. При $|\rho| = 1$ (полная корреляция) оно переходит в (2). В другом предельном случае ($|\rho| = 0$) (отсутствие связи) найдем

$$Q_{\alpha\beta}(\lambda, t) = Q(\lambda, \langle|\alpha|^2\rangle, t)\, Q(\lambda, \langle|\beta|^2\rangle, t). \tag{9}$$

Дисперсия $\Delta(\varphi, \rho) = \langle m^2 \rangle - \langle m \rangle^2$ числа фотоотсчетов равна $(\chi = \nu t)$

$$\Delta(\varphi, \rho) = \sigma t + \frac{2\chi - 1 + e^{-2\chi}}{4\chi^2}\left(\sigma_\alpha^2 + \sigma_\beta^2 + 2\sigma_\alpha\sigma_\beta|\rho|^2\right), \tag{10}$$

с вариацией $|\rho|$ от нуля до единицы она изменяется на величину, пропорциональную $\sin^2\varphi \cos^2\varphi$.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Перина Я.** Когерентность света.— М.: Мир, 1974.
2. **Лэкс М.** Флуктуации и когерентные явления.— М.: Мир, 1974.
3. **Левин Б. Р.** Теоретические основы статистической радиотехники.— М.: Сов. радио, 1969.
4. **Хелстром К.** Квантовая теория проверки гипотез и оценивания.— М.: Мир, 1979.

Поступило в редакцию 22 июля 1986 г.